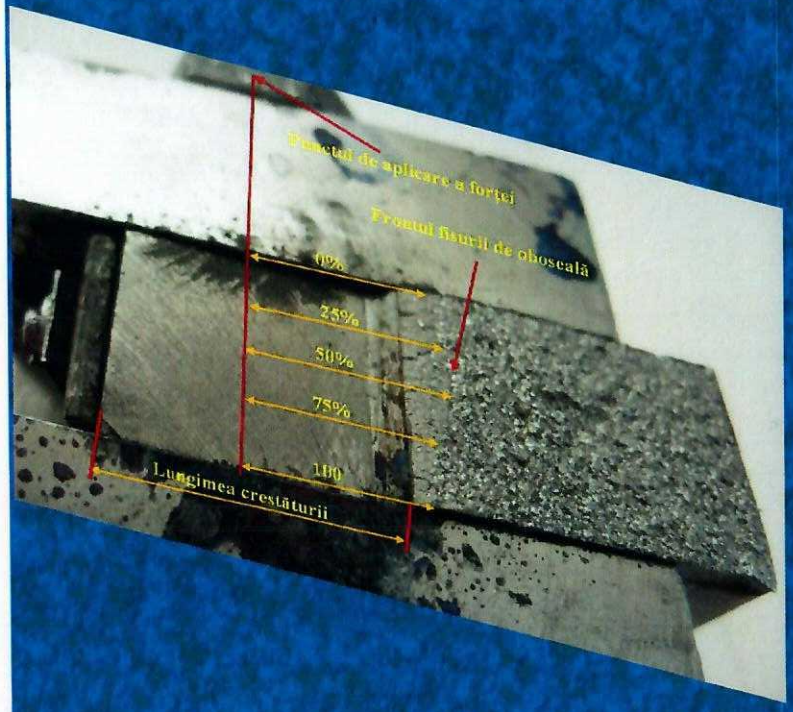
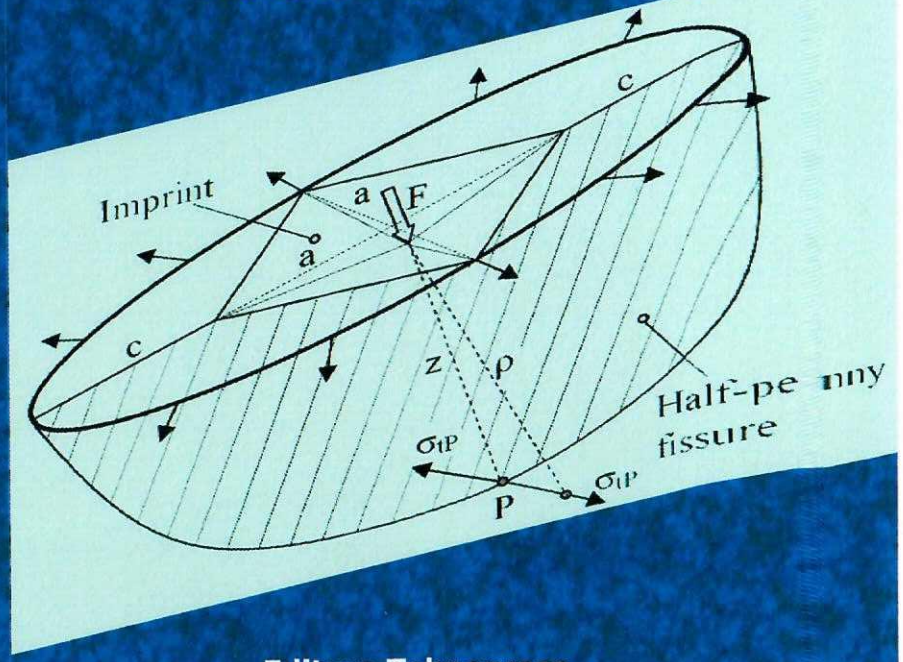


Viorel GOANȚĂ

MECANICA RUPERII

Îndrumar de laborator



Editura Tehnopress
2017

SCOPUL LUCRĂRII

Îndrumarul de laborator conţine lucrările de Mecanica ruperii ce se efectuează de către studenţii de la Master, specializarea Diagnoze şi Expertize Tehnice în Ingineria Mecanică (D.E.T.I.M.), din cadrul Facultăţii de Mecanică a Universităţii Tehnice „Gheorghe Asachi" din Iaşi. Conţinutul fiecărei lucrări de laborator este astfel structurat încât să cuprindă minime noţiuni teoretice necesare cunoaşterii fenomenelor ce au loc şi se dezvoltă în cadrul lucrărilor de laborator efectuate. Astfel, fără a fi documentaţi de la orele de curs, parcurgând o lucrare de laborator, studenţii vor putea înţelege, din punct de vedere teoretic şi practic, aspectele importante ce vor reieşi ca urmare a desfăşurării unei şedinţe de laborator.

In esenţă, prezentul îndrumar conţine două tipuri de lucrări de laborator: lucrări experimentale şi lucrări de simulare pe baza analizei cu elemente finite. Din prima categorie fac parte lucrările de la 1 la 8 iar lucrările obţinute prin simulări sunt de la 9 la 13.

Lucrările 1, 2 şi 4 prezintă determinarea tenacităţii la fisurare a materialelor fragile şi preponderent fragile, prin trei metode diferite, aplicate în funcţie de comportamentul la fisurare al materialelor utilizate. In cadrul lucrării 3 se va determina un alt parametru important în cadrul Mecanicii ruperii şi anume, viteza de propagare a fisurii, unde, pentru iniţierea şi propagarea fisurii se va utiliza solicitarea de oboseală. Lucrarea 5 conţine determinarea tenacităţii la fisurare pentru materialele preponderent ductile, în acest context fiind denumită şi integrala J. In cadrul lucrării 6 se va determina parametrul denumit deplasarea la deschiderea vârfului fisurii - CTOD (crack tip opening displacement). Determinarea punctului de instabilitate la fisurare pe baza evaluării curbei R se va discuta în lucrarea 7. Lucrarea 8 conţine o dezvoltare experimentală a metodei de determinarea a tensiunilor prin fotoelasticimetrie, aplicată, în acest caz, pe o probă compactă confecţionată din aluminiu. In cadrul lucrării 9 se face o analiză cu elemente finite a unei probe cu crestătură în vederea determinării factorilor de intensitatea a tensiunii, K_I, K_{II} şi K_{III}, a integralei J şi a direcţiei de propagare a fisurii. Aceeaşi parametri, cu valorile lor critice, se vor determina în lucrarea 10, tot prin analiză cu elemente finite, aplicată asupra unei probe ce are indusă, pe lângă crestătură, şi fisuri de diferite mărimi. Pentru eventuala îmbunătăţire a caracteristicelor la fisurare, în cadrul lucrării 11 se prezintă un studiu simulat privitor la influenţa adiţionării particulelor de incluziune în imediata vecinătate a unei fisuri. In lucrarea 12 se prezintă o modalitate de determinare a integralei J, pe baza analizei cu elemente finite. Lucrarea 13 prezintă modelarea propagării fisurii in modului mixt de solicitare, cu referire la acelaşi tip de solicitare atunci când, în vecinătatea unei fisuri se introduce o particulă de incluziune.

Îndrumarul de laborator îşi regăseşte utilitatea în pregătirea studenţilor pentru asimilarea teoretică şi practică a noţiunilor specifice disciplinei de Mecanica ruperii. In acest fel, studenţii se vor obişnui cu ideea studiului teoretic şi experimental a corpurilor ce conţin defecte, fie preluate din cadrul procesului tehnologic de fabricaţie, fie apărute ca urmare a condiţiilor de funcţionare şi a celor de mediu.

Autorul

CUPRINS

Lucrarea 1. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE ALE TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE FRAGILE	**5**
1.1. Introducere	5
1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare	6
1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii	9
1.4. Prelucrarea datelor experimentale	13
Lucrarea 2. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PRIN METODA COMPLIANȚEI	**21**
2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță	21
2.2. Măsurarea G_c prin metoda complianței	26
2.3. Determinări experimentale	27
Lucrarea 3. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A VITEZEI DE PROPAGARE A FISURII	**33**
3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală	33
3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii	35
3.3. Relații pentru calculul vitezei de propagare a fisurii	38
3.4. Descriere program de încercări	41
3.5. Efectuarea încercărilor	44
3.6. Rezultate experimentale	47
Lucrarea 4. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE METALICE PREPONDERENT FRAGILE	**53**
4.1. Semnificația mărimilor utilizate	53
4.2. Aparatura necesară	54
4.3. Configurația probelor utilizate	56
4.3.1. Considerații privind alegerea probei	56
4.3.2. Epruveta de încovoiere	57
4.3.3. Epruveta de tracțiune	58
4.4. Fisurarea prin oboseală	60
4.5. Modul de lucru	62
4.5.1. Măsurători	62
4.5.2. Interpretarea graficului forță-deplasare	62
4.6. Validarea rezultatelor încercării	65
4.7. Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON	66
4.8. Rezultate experimentale obținute	69
4.9. Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute	71

Lucrarea 5. DETERMINAREA INTEGRALEI J (TENACITATEA LA FISURARE PENTRU MATERIALE DUCTILE) PE BAZA SOLICITARII LA TRACTIUNE A PROBEI COMPACTE	**75**
5.1. Încercarea standard pentru determinarea J_{Ic}	75
5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J	81
5.3. Descriere program de încercări	83
5.4. Modul de lucru	85
5.5. Obținerea și prelucrarea rezultatelor	88
Lucrarea 6. DETERMINAREA DEPLASĂRII LA DESCHIDEREA VÂRFULUI FISURII - CTOD	**91**
6.1. Expresii pentru calculul lui $\delta_{t\,crt.}$ – CTOD	91
6.2. Scopul metodei CTOD	93
6.3. Procedeul de determinare a CTOD	94
6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM 1290	97
Lucrarea 7. DETERMINAREA PUNCTULUI DE INSTABILITATE LA FISURARE A MATERIALELOR METALICE PE BAZA EVALUĂRII CURBEI R	**101**
7.1. Introducere	101
7.2. Condiții de efectuare a încercărilor	103
7.3. Modul de lucru	105
7.4. Efectuarea calculelor și interpretarea rezultatelor	107
7.5. Utilizarea metodei complianței pentru calculul lungimii effective a fisurii	108
7.6. Întocmirea raportului de încercare	109
Lucrarea 8. DETERMINAREA PRIN FOTOELASTICIMETRIE A STĂRII DE TENSIUNE ȘI DEFORMAȚIE ÎN VECINĂTATEA UNOR CONCENTRATORI	**111**
8.1. Fotoelasticimetrie - considerații asupra metodei	111
8.2. Noțiuni teoretice privind fotoelasticimetria	114
8.3. Aparatura și materiale utilizate	116
8.3.1 Polariscopul de reflexie	116
8.3.2 Materialele de acoperire	117
8.3.3 Analiza franjelor fotoelastice	117
8.3.4. Interpretarea domeniului complet	118
8.3.5. Generarea franjelor	118
8.3.6. Identificarea franjelor	119
8.3.7. Măsurarea direcțiilor deformației principale	119
8.3.8. Determinarea amplitudinii tensiunilor și deformațiilor	121
8.3.9. Măsurarea în puncte	122
8.4. Stabilirea direcțiilor principale ale deformațiilor specifice/tensiunilor normale	123
8.5. Descrierea aparaturii și caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformație (ε_1-ε_2) în vecinătatea crestăturii unei probe compacte din aluminiu	124
8.5.1. Descrierea aparaturii	124
8.5.2. Caracterizarea materialului fotoelastic	125

8.6. Date preluate de la maşina de încercat INSTRON 8808	126
8.7. Operaţiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1	128
8.8. Izocromate obţinute pe proba compactă	131
8.9. Determinarea tensiunilor şi a deformaţiilor la vârful crestăturii probei compacte	132
Lucrarea 9. DETERMINAREA PARAMETRILOR DE MECANICA RUPERII PRIN SIMULARE PE BAZA METODEI DE ANALIZĂ CU ELEMENTE FINITE	**135**
9.1. Definiţia factorului de intensitate a tensiunii	135
9.2. Expresii pentru factorul de intensitate a tensiunii	136
9.3. Moduri fundamentale de rupere	139
9.4. Introducere in analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii	139
9.5. Modul de lucru	140
9.6. Butonul „Front"	141
9.7. Câmpul „Region"	143
9.8. Butonul „Specified"	143
9.9. Butonul „Output"	144
9.10. Efectuarea analizei fisurării şi vizualizarea rezultatelor	145
9.11. Rezultate obţinute	147
9.11.1. Modul I de deformare	148
9.11.2. Modul II de deformare	149
9.11.3. Modul III de deformare	150
Lucrarea 10. DETERMINAREA VARIAŢIEI FACTORULUI DE INTENSITATE A TENSIUNII PE BAZA SIMULĂRII CU ELEMENTE FINITE	**153**
10.1. Preluare rezultate din ALGOR	153
10.2. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare	154
10.3. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare	162
10.4 Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare	169
Lucrarea 11. ANALIZA CU ELEMENTE FINITE A CORPURILOR CU FISURI CE CONŢIN PARTICULE DISPERSATE	**177**
11.1. Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătăţite caracteristicile de tenacitate la fisurare	177
11.2. Modelarea cu elemente finite	178
11.3. Modelare în domeniul elasto-plastic	179
11.4. Rezultate obţinute	181
11.4.1. Interpretarea rezultatelor – particula ductilă – aluminiu	181
11.4.2. Interpretarea rezultatelor – particula fragilă - beriliu	186
11.4.3. Comparaţii – Aluminiu - Beriliu	190
11.5. Concluzii	192

Lucrarea 12. CALCULUL INTEGRALEI J PE BAZA ANALIZEI CU ELEMENTE FINITE	**193**
12.1. Conceptul integralei J	193
12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea J_{Ic}	197
12.3. Modelare	199
12.4. Rezultate obținute	201
12.5. Prelucrarea datelor	204
Lucrarea 13. MODELAREA PROPAGARII FISURII IN MODULUI MIXT DE SOLICITARE LA INTRODUCEREA UNEI PARTICULE DE INCLUZIUNE	**207**
13.1. Moduri de propagare a fisurii	207
13.2. Realizarea discretizării inițiale	208
13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse	209
13.4. Rezultate obținute	210
13.5. Interpretarea rezultatelor	213
13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare	215
13.7. Modul mixt de solicitare și introducerea unei particule de incluziune	217

MECANICA RUPERII -- LABORATOR 1

DETERMINĂRI EXPERIMENTALE ALE TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE FRAGILE

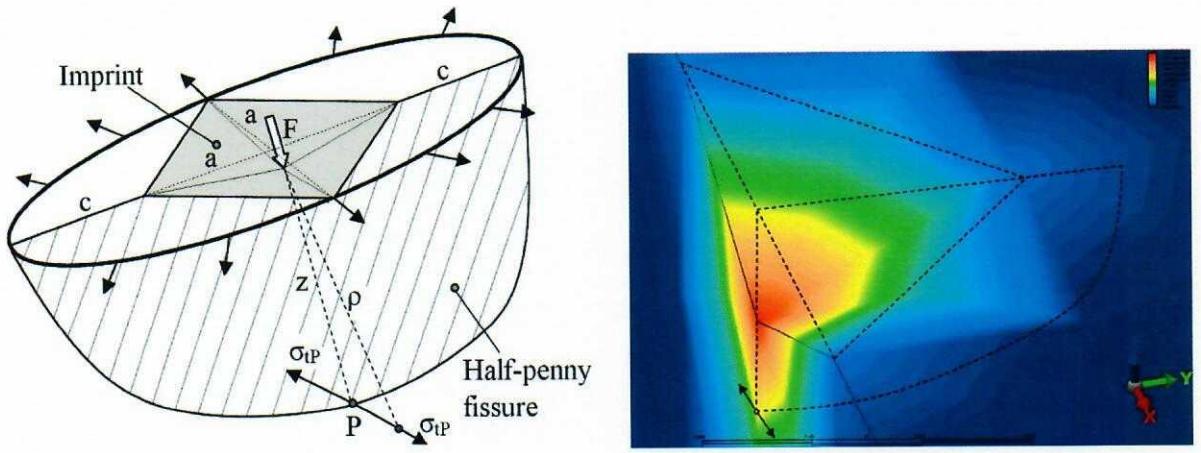
1.1. Introducere
1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare
1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii
1.4. Prelucrarea datelor experimentale

1.1. Introducere

Tenacitatea la fisurare, K_{Ic}, sau rezistența la fisurare este un parametru important pentru a fi determinat prin metodele Mecanicii ruperii. Determinarea experimentală a acestui parametru se face, în general, pe baza unor standarde internaționale. Pentru probe din materiale metalice cu o comportare liniar elastică până aproape de rupere, determinarea experimentală a tenacității la fisurare este standardizată de ASTM E 399-12e3 sau de ISO 12737:2010 sau de E 1820 – 01. Pentru materialele cu un comportament preponderant fragil, metodele experimentale dezvoltate de aceste standarde nu pot fi aplicate. Pentru aceste materiale se pot aplica prevederile standardului ASTM C1327 – 15 ce utilizează indentarea Vickers în vederea determinării tenacității la fisurare a materialelor ceramice. Presupunând că avem o fisură de oboseală preexistentă, valorile tenacității la fisurare a acestor materiale determinate prin această metodă de testare, caracterizează rezistența la: (1) propagarea stabilă a unei fisuri, (2) ruperea bruscă după o propagare stabilă a fisuri și (3) ruperea stabilă la amorsare. Această metodă de testare este deosebit de utilă atunci când răspunsul materialului nu poate fi anticipat înainte de încercare, ceea ce face ca rezultatele obținute să fie de încredere. Valorile pentru tenacitatea la fisurare pot fi utilizate ca bază pentru evaluarea toleranței la existența defectelor structurale. Pentru a face o evaluare adecvată a toleranței la defect, trebuie conștientizate diferențele care pot exista între condițiile de încercare din laborator și cele din exploatare. Testul este relativ simplu de implementat și necesită doar un aparat standard utilizat pentru determinarea micro-durității. O probă de dimensiuni reduse, cu o suprafață plană, fără tensiuni remanente și fără fisuri, este suficientă pentru testare. Cu toate acestea, metoda nu este adecvată pentru materiale cu valori ale K_{Ic} sub 1 $MPa \cdot m^{1/2}$, sau care au un comportament ductil semnificativ, mărime mare a grăunților sau microstructură eterogenă.

1.2. Utilizarea durității pentru caracterizarea tenacității la fisurare

Metoda cea mai des întâlnită în vederea determinării tenacității la fisurare, K_{Ic}, pentru materialele fragile o reprezintă indentarea Vickers. Pentru aceasta, primul pas care trebuie făcut este de a stabili expresiile tensiunilor din apropierea urmei lăsate după indentarea Vickers. Procedeul folosit în acest caz, poartă numele de metoda microfisurării (MF) și conduce la determinarea tenacității la fisurare în apropierea unei zone distruse mecanic, tenacitatea la fisurare fiind derivată direct prin măsurarea dimensiunii urmelor și a fisurii propagate după indentare. Limitele metodelor care utilizează măsurarea lungimii fisurii în vederea determinării rezistenței la fisurare, constau în *derivarea empirică a relației pentru K_{Ic} și de aici necesitatea găsirii unor factori de calibrare determinați prin alte metode decât MF.* Metoda microfisurării utilizează rezultatele analizei tensiunilor, obținute în urma pătrunderii în suprafață a piramidei de tip Vickers, raportate la mărimea încărcării și a dimensiunii urmei imprimate după indentare. Se poate considera că fisura rezultată are forma de "half-penny", așa cum este prezentată în *figura 1.1a*. In *figura 1.1b* este ilustrat rezultatul unei analize cu elemente finite atunci când la suprafața unui corp se apasă cu un corp mai dur de forma unei piramide de tip Vickers.



a) b)

Fig. 1.1. a) Half-penny crack induced by Vickers indentation; b) analiza cu elemente finite dinamică a indentării Vickers

Din *figura 1.1b* se observă că tensiunea maximă se înregistrează la vârful piramidei de indentare. Pe de altă parte, soluția Boussinesq pentru tensiunea circumferențială, σ_t, la distanța ρ, *figura 1.1a*, atunci când asupra unei suprafețe plane se apasă cu o forță F, este dată de relația:

$$\sigma_t = \frac{F}{2\pi}(1-2\nu)\left[\frac{z}{\rho^3} - \frac{1}{\rho(\rho+z)}\right] \qquad (1.1)$$

în care υ reprezintă coeficientul lui Poisson.

Având în vedere că tensiunea trebuie calculată în punctul P, (ρ=z), și ținând cont de relația dintre z și mărimile a și c, respectiv lungimea semidiagonalei urmei rămase după indentare și semilungimea fisurii propagate, vom avea:

$$\sigma_{tP} = \sigma_{Ic} = \frac{(1-2\nu)F}{4\pi a^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \tag{1.2}$$

De aici va rezulta expresia pentru tenacitatea la fisurare care va fi:

$$K_{Ic} = \frac{(1-2\nu)F\sqrt{a \cdot 10^{-6}}}{2\sqrt{2\pi}(a \cdot 10^{-3})^2} \ln \frac{a^2 + c^2}{c^2} \tag{1.3}$$

Ca urmare, principalele mărimi ce trebuie avute în vedere sunt: mărimea sarcinii aplicate **F** (în N), mărimea semidiagonalei urmei imprimate după indentare, **a** (în μm), și lungimea fisurii propagate, **c** (în μm), rezultând K_{Ic} în $MPa \cdot m^{1/2}$.

Câteva dintre relațiile de calcul empirice pe baza cărora se poate determina tenacitatea la fisurare sunt prezentate în cele ce urmează.

O relație originală este cea a lui Lawn:

$$K_{Ic} = 0{,}028\sqrt{\frac{E}{H_V}} H_V a^{1/2} \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} \tag{1.4}$$

O altă relație binecunoscută este cea a lui Evans și Charles, 1976:

$$K_{Ic} = 0{,}16 \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} Ha^{1/2} \tag{1.5}$$

Niihara, 1982, prezintă următoarea relație:

$$K_{Ic} = 0{,}067 \left(\frac{E}{H_V}\right)^{0,4} H_V \alpha^{0,5} \left(\frac{c}{a}\right)^{-1,5} \tag{1.6}$$

Antis și al., 1981, furnizează o relație pentru tenacitatea la fisurare în funcție de sarcina de apăsare, P:

$$K_{Ic} = 0{,}016 \left(\frac{E}{H_V}\right)^{0,5} \left(\frac{P}{c^{1,5}}\right) \tag{1.7}$$

O altă ecuație este cea a lui Bath, 2006:

$$K_{Ic} = 0{,}067 \cdot 10^5 E^{0,4} P^{0,6} a^{-0,7} \left(\frac{c}{a}\right)^{-0,36} \tag{1.8}$$

în care E este exprimat în Pa, forța în gf (grameforță) iar a și c în micrometri. Rezultatul va fi exprimat în $MPa \cdot m^{0,5}$, în condițiile în care c/a>3.

$$K_{Ic} = (0.016)\left(\frac{E}{H}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{F}{c^{\frac{3}{2}}}\right) \tag{1.9}$$

$$K_{Ic} = (0.16)\left(\frac{c}{a}\right)^{-\frac{3}{2}}\left(Ha^{\frac{1}{2}}\right) \tag{1.10}$$

Este posibilă corelarea valorii obținute pentru duritatea probelor fragile cu proprietăți cum ar fi: tenacitatea la fisurare, modul de propagare a fisurii și modulul de elasticitate. O secvență posibilă ar fi:

1. Câmpul de tensiuni este determinat de sarcina aplicată. Câmpul de tensiuni din volumul probei în jurul zonei penetrate, este funcție de condițiile de elasticitate (în funcție de modulul lui Young, E) sau de curgerea plastică a materialului (microplasticitate). Din moment ce rămân tensiuni atunci când sarcina este îndepărtată, ele sunt numite remanente.
2. Tensiunea maximă, ce apare datorită aplicării sarcinii în volumul din imediata vecinătate a zonei de indentare, se stabilește la interfața dintre zona elastică și cea plastică, care, la rândul său, creează microfisuri ce depind de populația imperfecțiunilor la suprafață și de mecanismele de alunecare a planelor structurale ale materialului.
3. La suprafață, penetratorul determină o zonă cu tensiuni de compresiune care nu sunt opuse tensiunilor remanente.
4. Atunci când penetratorul este îndepărtat, tensiunile de la suprafață scad la zero.
5. Tensiunile remanente (care nu au opoziție la suprafață și sunt de ordinul a Hv/20), produc fisuri radiale, vizibile la suprafață cu ajutorul microscopului. Se combină fisurile radiale și cele meridionale pentru a forma o suprafață fisurată semi-eliptică având diametrul de aproximativ două ori adâncimea fisurii.
6. Fisurile radiale dezvoltate sunt în echilibru mecanic iar dimensiunile acestora sunt determinate de tenacitatea la fisurare, K_{Ic}. Tensiunile remanente nu contribuie în mod determinant la tenacitatea la fisurare, dar afectează în schimb lungimea 2c a fisurilor (a se vedea *figura 1.1a*). Duritatea, H_v, și tenacitatea la fisurare K_{Ic}, pot fi determinate cu relațiile:

$$H_v = \frac{P}{\alpha a^2} \tag{1.11}$$

$$K_{Ic} = \frac{P}{\beta c^{2E}} \tag{1.12}$$

unde:

- P este forța aplicată prin indentare;
- α și β sunt constante;
- a este semilungimea diagonalei urmei rezultate prin indentare;
- c este semilungimea fisurii generate prin indentare;
- E este modulul lui Young.

Constanta α depinde de geometria penetratorului, în cazul în care acesta este de tip Vickers valoarea este 2. β este o constantă mai complexă ce ia în considerare efectele interacțiunii

dintre suprafața liberă a epruvetei și configurația generată de propagarea fisurilor. Valoarea acesteia se poate obține pe cale experimentală.

1.3. Determinări prin măsurarea directă a lungimii fisurii

Determinările experimentale, efectuate în cadrul laboratorului de Defectoscopie din cadrul Facultății de Mecanică a U.T. Iași, utilizează probe din materialul ceramic CER-110, probe din fontă și alte probe metalice confecționate din material fragile.

Descrierea metodei

In vederea executării pătrunderii se utilizează un aparat de duritate Vickers de tip EMOCOTEST care are timpul de încărcare reglat la 30 sec. Incercarea de pătrundere în suprafață se face pentru sarcini diferite, în funcție de materialul utilizat. Sarcina trebuie să fie atât de mică încât urma lăsată la suprafața materialului să poată fi cuprină de imaginea camerei de luat vederi montată pe aparat, și, atât de mare încât să producă fisurile arătate în *figura 1.1a.*

Incercările, pentru fiecare material, se efectuază pe câte trei probe. Pentru fiecare probă se execută un număr de trei încercări la aceeași valoare a sarcinii de încărcare. In funcție de configurația probelor se execută încercări pe direcțiile relevante.
Se măsoară mărimile **a** și **c** ce se pot observa în *figura 1.2*, pe toate cele 4 direcții determinate de urma lăsată după indentare. Rezultatele acestor măsurători obținute experimental de autor pentru materialul CER-110C se dau în *tabelul 1.1*. Microfisurile propagate pot fi găsite în lungul liniilor diagonale ale urmei lăsate.

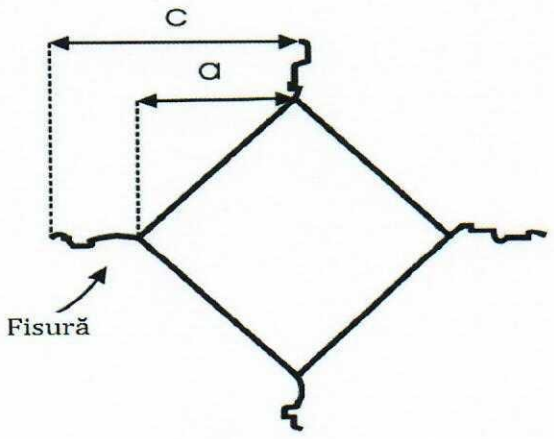
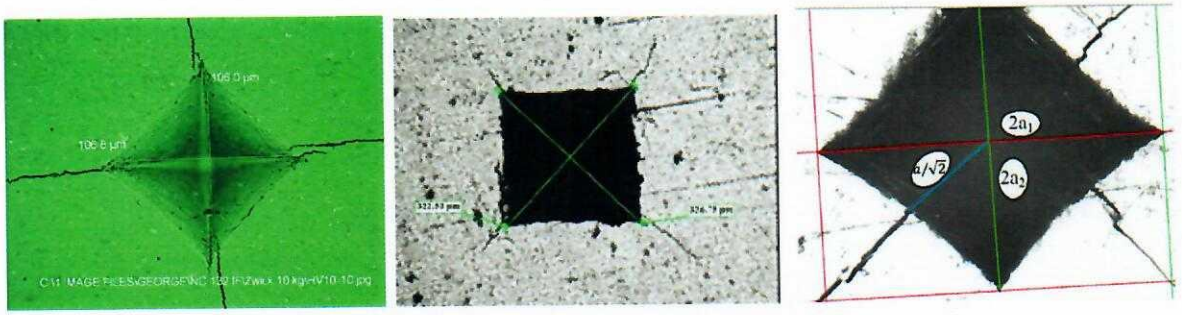


Fig. 1.2. Modul de măsurare a semidiagonalei urmei și a semilungimii fisurii

Valorile și graficele care se prezintă în cele ce urmează sunt date pentru materialul **CER-100C**. Mărimile care au indicele **l** sunt măsurate pe direcția longitudinală a probei, iar cele cu indicele **t** s-au măsurat pe direcția transversală. Mărimea **a** este lungimea semidiagonalei bazei piramidei iar mărimea **c** este măsurată din centrul bazei până la vârful

fisurii propagate, (*figura 1.2*). In *figura 1.3* sunt prezentate moduri de propagare a fisurii pentru trei tipuri de materiale fragile: material ceramic CER-110, fontă şi aliaj NiMnGa.



a) b) c)

Fig. 1.3. Fisuri propagate prin indentare: a) material ceramic; b) fontă; c) NiMnGa

Tab. 1.1. Valorile mărimilor **a** şi **c** măsurate longitudinal şi transversal

	Proba 1				Proba 2				Proba 3			
P [Kgf]	a_l [μm]	c_l [μm]	a_t [μm]	c_t [μm]	a_l [μm]	c_l [μm]	a_t [μm]	c_t [μm]	a_l [μm]	c_l [μm]	a_t [μm]	c_t [μm]
100,6	275	1058	297	887	303	1071	254	1203	224	882	247	877
	328	873	300	956	277	1080	280	1073	234	781	222	924
	-	-	-	-	283	1030	241	988	243	864	224	940
90	250	650	215	866	291	1113	240	1040	265	1130	275	901
	235	875	243	953	280	1118	240	980	238	933	225	705
	283	923	260	834	268	1008	254	935	215	916	203	855
80,6	245	904	246	722	275	1185	264	1042	254	851	234	737
	311	995	221	657	311	1090	284	1070	223	726	210	765
	270	804	241	805	-	-	-	-	237	749	215	842
70	291	779	253	679	279	997	865	865	220	716	194	766
	229	651	445	949	240	874	807	807	256	692	262	892
	218	849	234	772	-	-	-	-	240	669	200	726
60,6	286	895	247	886	297	1031	913	913	195	603	205	714
	244	647	210	644	270	835	941	941	195	709	194	648
	293	819	225	712	-	-	-	-	206	646	210	652
50	257	794	224	701	268	940	766	766	209	525	204	672
	235	1028	246	717	228	889	854	854	208	578	228	663
	239	580	220	964	-	-	-	-	192	516	192	508
40,6	203	632	238	621	243	847	812	812	193	490	173	560
	197	709	191	758	224	822	853	853	136	438	128	490
	213	554	236	653	-	-	-	-	-	-	-	-

Se menţionează că rezultatele notate cu "-" nu au putut fi măsurate datorită neclarităţii urmei lăsate sau a distrugerii necontrolate.

Din examinarea datelor trecute în *tabelul 1.1* se observă o împrăştiere relativ mare a rezultatelor obţinute în aceleaşi condiţii. In afară de erorile de citire care pot apărea, aceste diferenţe se pot datora şi comportării aleatoare a materialului în diferitele sale zone.

Pentru eliminarea valorilor disparate care au o influență disproporționată asupra valorii medii se impune să se adopte o metodă de eliminare a acestora care este descrisă în continuare. Valoarea medie poate fi destul de mult deplasată spre una din extremele intervalului dacă cel puțin una din valorile șirul citit este mult diferită de valoarea reală. Mărimile care trebuiesc cât mai bine estimate sunt **a** și **c**. Menționăm că eventualele valori disparate s-au obținut în special ca urmare a comportării aleatoare a materialului în diferite zone de încercare. Prin prelucrarea avută în vedere nu se urmăreşte neglijarea acestei comportări ci se doreşte să se obțină o valoare pentru tenacitatea la fisurare K_{Ic} care să caracterizeze cât mai bine materialul studiat.

Pentru a avea o indicație asupra apropierii dintre valoarea estimată și cea reală, se determină un interval se încredere care cuprinde adevăratele valori pentru **a** și **c** cu o probabilitate, (nivel de încredere), satisfăcătoare.

Observându-se o repartiție normală a valorilor determinate pentru mărimea **a** de exemplu, cu ajutorul șirului de valori date pentru această mărime, (atât $\mathbf{a_l}$ cât și $\mathbf{a_t}$), se calculează valoarea medie a acestui șir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \tag{1.13}$$

unde $\mathbf{a_i}$ sunt valorile $\mathbf{a_l}$ sau $\mathbf{a_t}$ din *tabelul 1.1,* pentru lungimea semidiagonalei bazei piramidei, măsurate pe direcția longitudinală și transversală a probei. Mai târziu se va face o discuție asupra diferențelor care apar pentru mărimea **a** măsurată pe cele două direcții, transversală și longitudinală.

Intervalul de încredere, în care se înscrie mărimea **a**, se poate determina pe baza teoremei care precizează abaterea mediei pătratice a valorilor medii $\bar{x}$ calculate.

Intervalul de încredere simetric este:

$$\left|a - \bar{x}\right| < \varepsilon_l \tag{1.14}$$

unde $\boldsymbol{\varepsilon_l}$ este abaterea limită care se exprimă ca produsul dintre abaterea medie pătratică, $\sigma/\sqrt{n}$, și o variabilă **t** care este funcție de nivelul de încredere impus.

Se obține astfel:

$$\left|a - \bar{x}\right| < t(P)\,\sigma/\sqrt{n} \tag{1.15}$$

în care:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{1.16}$$

Mărimea **t** se ia conform anexei 1 din [7] pentru un anumită probabilitate P^*, (nivel de încredere), astfel încât valoarea stabilită la această teorie să fie cât mai aproape de cea reală. Riscul ca adevărata valoare a mărimii măsurate să se afle în afara intervalului de încredere este de $1-P^*$. Se observă că folosirea unui sondaj de **n** date experimentale, în locul unei singure măsurători, micşorează intervalul de încredere de $\sqrt{n}$ ori.

Intrucât valorile disparate au o influenţă disproporţionată asupra valorii medii, se impune să se adopte un criteriu de eliminare a acestora. O metodă de eliminare a acestor valori este descrisă în cele ce urmează.

Se compară valoarea disparată x^* cu valoarea medie $\bar{x}$, corespunzătoare celorlalte n-1 valori din şirul de rezultate obţinut:

$$\bar{x}_{-1} = \frac{x_1 + ... + x_i + ... + x_{n-1}}{n-1} \tag{1.17}$$

Este necesar să se calculeze abaterea medie pătratică de sondaj, **s**, neglijându-se valoarea disparată x^*, (pentru n-1 valori):

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_{-1})^2} \tag{1.18}$$

In continuare se determină raportul:

$$t^* = \frac{x^* - \bar{x}_{-1}}{\sigma_{-1}} \tag{1.19}$$

care se compară cu valoarea critică t(P*) luată conform anexei 1 din [7], care este în funcţie de probabilitatea P* propusă. Dacă valoarea t^* depăşeşte valoarea critică t(P*), x^* se elimină, cu o siguranţă a concluziei de cel puţin P*; în caz contrar, nu există motive suficiente de eliminare a valorii x^*.

Pentru eliminarea rapidă a eventualelor valori disparate, s-a elaborat un program pe calculator. In esenţă programul este conceput astfel: se introduc cele 16 sau 18 valori pentru mărimea **a** de exemplu. Aceste valori s-au determinat pe cele trei probe pentru aceeaşi sarcină de încercare şi sunt luate atât pentru direcţia longitudinală cât şi pentru direcţia transversală. Se aranjează şirul de numere introduse în ordine crescătoare, după care se calculează valoarea medie a acestora. Se afişează această valoare, după care se trece la controlarea diferenţei maxime dintre valoarea medie şi valoarea extremă, fie din stânga fie din dreapta. Primul număr controlat, după metoda expusă, este cel care se află la distanţa cea mai mare faţă de prima medie calculată. Se calculează $\bar{x}_{-1}$, σ_{-1} şi t^* (evident fără valoarea care ar putea fi eliminată). Se determină în final mărimea t^* care se compară cu valoarea t aleasă iniţial şi care este introdusă de la început în program. Dacă numărul este eliminat se trece la calculul

următoarei valori medii (fără acest din urmă număr), după care operațiunea se repetă. Se reține ultima valoare medie care apare afișată pentru care nici un număr nu mai este eliminat.

Din anexa 1, [7], s-a ales pentru o probabilitate de 93% o valoare pentru **t** de 1,8. Această valoare s-a ales prin încercări efectuate prin rularea programului amintit. Aceste încercări au fost necesare pentru a avea o probabilitate, în privința siguranței eliminării, cât mai mare dar și pentru a nu se elimina foarte multe date citite.

1.4. Prelucrarea datelor experimentale

Valorile medii inițiale și cele corectate, atât pentru mărimea **a** cât și pentru **c** sunt prezentate în *tabelul1.2*.

Tab. 1.2. Valori medii inițiale și corectate

F [kgf]	Media inițială		Media corectată	
	a [μm]	c [μm]	a [μm]	c [μm]
100,6	265	968	261	947
90	249	952	249	925
80,6	253	872	242	840
70	256	792	241	765
60,6	237	769	237	720
50	227	744	222	702
40,6	203	660	219	675

Pentru a vedea eficiența metodei, s-au trasat graficele pentru **c** și **a**, atât pentru valorile medii inițiale cât și pentru valorile medii corectate, (*figurile 1.4 și 1.5*).

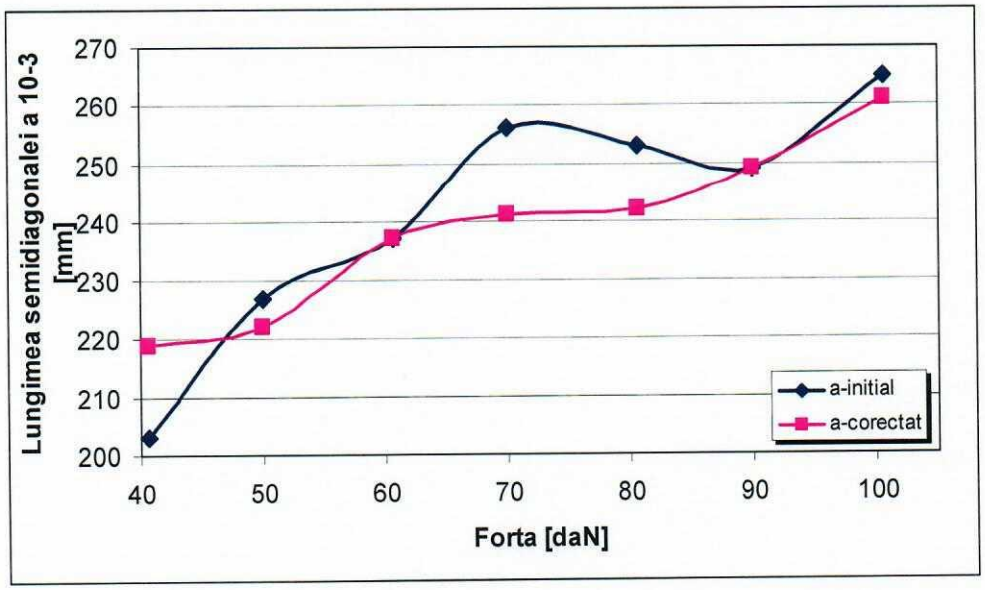


Fig. 1.4. Variația **a** cu sarcina P

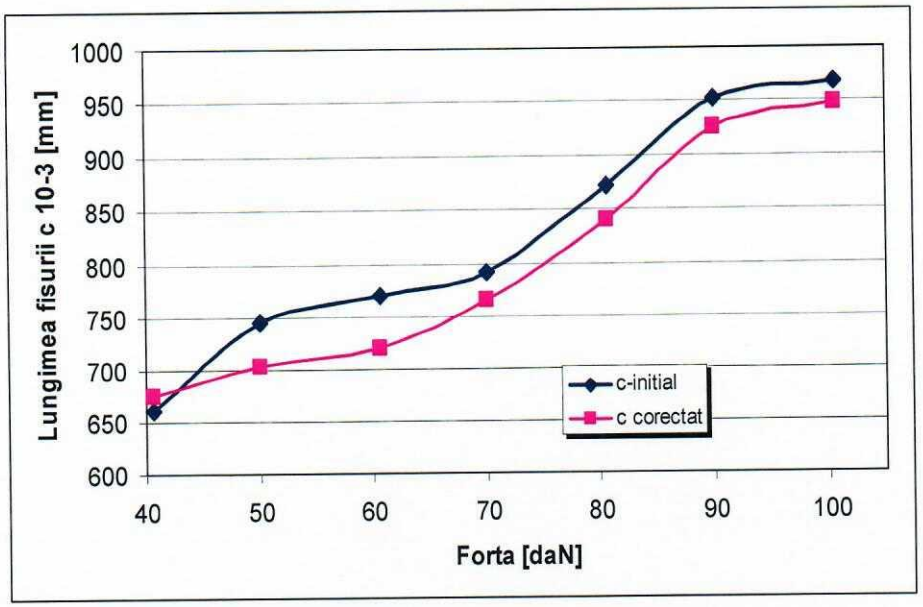


Fig. 1.5. Variația **c** cu sarcina P

In aceste figuri se observă o mult mai bună aliniere a valorilor corectate față de cele medii și de asemenea apare posibilitatea de aproximare a curbei trasate pentru valorile corectate.

In *figura 1.5* se poate remarca faptul că valorile eliminate pentru lungimea fisurii au fost cele superioare, conducând la o medie corectată mai mică față de media inițială. Putem trage concluzia că, propagarea unor fisuri, (cele a căror valoare a lungimii a trebuit eliminată), a avut loc pe direcții care conțin un număr mare de defecte iar propagarea fisurii a fost favorizată în acest caz.

Se observă de asemenea o creștere mai pronunțată a lungimii fisurii în intervalul de sarcini 60-90 kgf. Această creștere semnalată în graficul din *figura 1.4* cât și faptul că pe aproximativ aceeași porțiune pe graficul din *figura 1.5* (care arată variația lungimii semidiagonalei urmei lăsate) există un palier, se poate pune pe seama mărimii granulației și a dimensiunilor defectelor existente în material. Creșterea importantă a lungimii fisurii pe acest interval arată faptul că dezvoltarea este favorizată de mărimea defectelor existente în materialul ceramic. Energia de propagare a fisurii este destul de mare pentru ca defectele existente să nu poată inhiba propagarea acesteia ci dimpotrivă să o alimenteze și mai mult. La valori mai mari ale sarcinii, deci și ale lungimii fisurii, nucleația acesteia are loc în mod obișnuit. Dacă nu se găsește un drum cu energie minimă pentru care este favorizată propagarea catastrofală a fisurii, aceasta se ramifică iar fisura principală își pierde din energia de propagare. Pe primul interval de sarcini, creșterea redusă se datorează inhibării fisurii de către defectele existente. Practic, fisura nu are destulă energie pentru a străbate bariera impusă de golurile care apar în calea acesteia.

In ceea ce privește variația cu sarcina de rupere a mărimii urmei lăsate după penetrare, se poate concluziona că, palierul aflat în intervalul de sarcini 60-80 kgf, se datorește atingerii unui echilibru în ceea ce privește mărimea defectelor și cea a urmei.

Expresiile polinomiale cu ajutorul cărora se face aproximarea sunt trecute în partea de sus a graficelor din *figurile 1.6* și *1.7.*

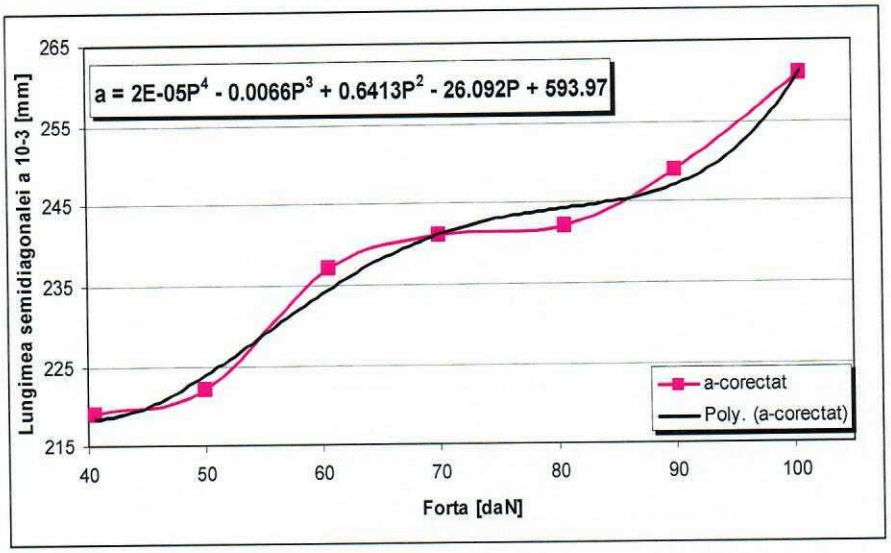


Fig. 1.6. Graficul **a** pentru valorile medii corectate și curba aproximativă

Polinoamele au gradul trei și aproximează destul de bine curbele valorilor medii **corectate** care dau variația cu sarcina a lungimii fisurii și a mărimii semidiagonalei urmei rezultate după pătrundere.

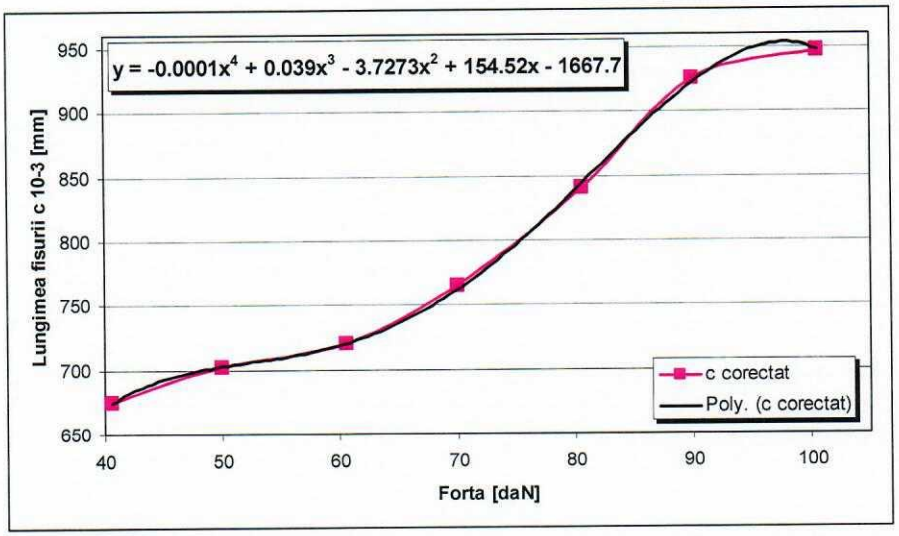


Fig. 1.7. Graficul **c** pentru valorile medii corectate și curba aproximativă

Din ambele grafice se observă o creștere atât a lungimii fisurii cât și a mărimii semidiagonalei bazei piramidei cu creșterea sarcinii de pătrundere. Totuși această creștere este mai pronunțată pentru lungimea fisurii propagate ca urmare a pătrunderii. Această creștere se datorește apropierii de sarcina critică de penetrare care introduce propagarea instabilă a fisurii. Din aceste grafice se pot observa mai bine palierele care se stabilesc la extremitățile intervalului de sarcini pentru lungimea fisurii și de asemenea palierul de la mijlocul intervalului pentru dimensiunea urmei.

Relația pentru calculul rezistenței la fisurare, față de cea propusă în ecuația (1.3) se modifică din necesitatea ca unitatea de măsură rezultată pentru tenacitatea la fisurare, K_{Ic}, să fie cea care se folosește în mod curent în lucrările întâlnite și anume $MPa\sqrt{m}$, **dacă unitățile de măsură pentru a și c se introduc în μm**. In aceste condiții, $\frac{P}{(a\cdot 10^{-3})^2}$ va rezulta în N/mm^2 (MPa) iar $\sqrt{a\cdot 10^{-6}}$ va rezulta în $\sqrt{m}$. Considerând și modificarea constantei $\alpha=2$ în $\alpha=2{,}16$, relația pentru calculul rezistenței la fisurare devine:

$$K_{IC}=\frac{(1-2\nu)\cdot P\sqrt{a\cdot 10^{-6}}}{2{,}16\cdot(a\cdot 10^{-3})^2\sqrt{2\pi}}\ln\frac{a^2+c^2}{c^2} \qquad (1.20)$$

Valorile pentru K_{Ic}, medii inițiale și medii corectate, pentru materialul CER-110C sunt date în *tabelul 1.3*.

Tab. 1.3. Valorile medii ale k_{Ic} inițiale și corectate

F [kgf]	K_{Ic} inițial	K_{Ic} corectat
100,6	1,32	1,36
90	1,19	1,30
80,6	1,27	1,33
70	1,33	1,36
60,6	1,18	1,34
50	1,02	1,12
40,6	0,99	0,98

Graficul corespunzător acestor valori este prezentat în *figura 1.8*. In *figura 1.9* este dată curba ce aproximează variația rezistenței la fisurare, K_{Ic} cu sarcina de încărcare pentru valorile medii corectate.

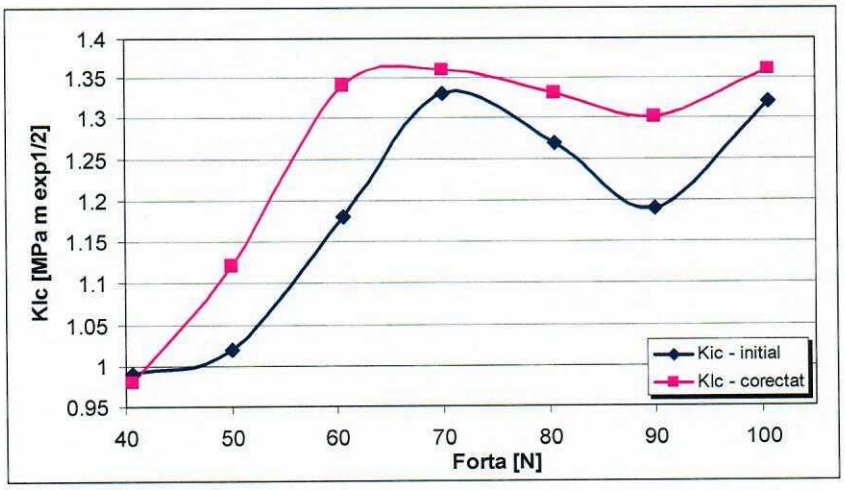


Fig. 1.8. Variația k_{Ic} cu sarcina P

Din curbele prezentate în cele două grafice se observă o creştere pronunţată a rezistenţei la fisurare K_{Ic}, în raport cu creşterea sarcinii, pe prima parte a intervalului. Acest lucru se datoreşte faptului că mărimea **a** are o creştere mai puţin pronunţată faţă de mărimea **c** pe intervalul menţionat. Se observă apoi, mai ales din curba valorilor medii corectate, un palier în ceea ce priveşte variaţia rezistenţei la fisurare cu sarcina de pătrundere P.

Acest palier se plasează în domeniul de sarcini, 60-80 kgf. Se poate astfel admite $\mathbf{K_{Ic}= 1{,}36\ MPa\ m^{1/2}}$ (P=80 kgf), ca fiind valoarea reprezentativă pentru acest material.

Se stabileşte astfel şi sarcina de 80 kgf. ca fiind cea necesară pătrunderii în vederea obţinerii unei valori pentru K_{Ic} care să caracterizeze materialul CER-110C.

Observând datele din *tabelul 1.3*, se constată că valoarea obţinută pentru materialul CER-110C este comparabilă cu valorile reprezentative pentru material ceramic din aceeaşi categorie.

Toate datele prezentate până acum se referă la materialul **CER110C**.

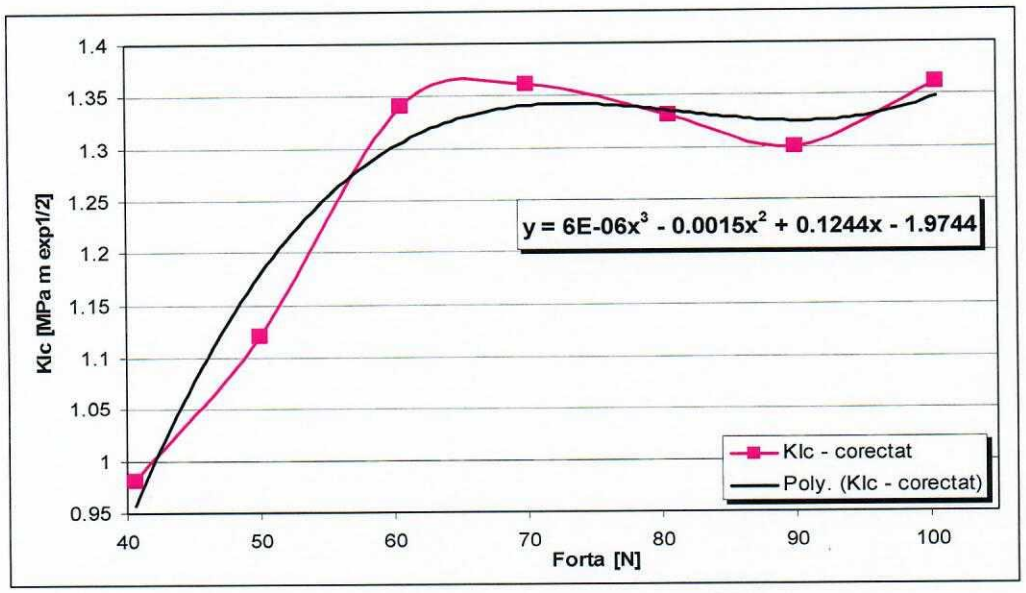


Fig. 1.9. Curba K_{Ic} –valori corectate şi curba aproximativă

Pentru materialul **CER-110A** s-a observat o mai mare neuniformitate a rezultatelor obţinute şi de asemenea o distrugere mai pronunţată în procesul de pătrundere pentru sarcini mai mici. Acest lucru a făcut destul de dificil de măsurat lungimea fisurii propagate **c** şi mărimea semidiagonalei bazei piramidei **a**. Datele prezentate sunt pentru aceleaşi valori ale sarcinii de penetrare dar începând de la 50 kgf deoarece la valori mai mici urmele devin neclare. In *tabelul 1.4* se prezintă valorile medii şi a celor obţinute ca urmare a aplicării programului de corecţie a valorilor citite la microscop pentru materialul CER-110A.
Cu ajutorul acestor date s-au trasat curbele de variaţie din *figurile 1.10, 1.11* şi *1.12.*

In *figura 1.10* s-a trasat variaţia lungimii fisurii propagate, (valori medii iniţiale şi corectate), cu sarcina de încărcare.

Se poate remarca şi aici o creştere a lungimii fisurii cu creşterea sarcinii de încărcare şi de asemenea corecţia făcută valorilor medii obţinute din şirul de valori măsurate. Această creştere însă, spre deosebire de cea de la materialul CER-110C, este mai pronunţată.

Tab. 1.4. Valori medii, iniţiale şi corectate pentru a, c şi K_{Ic}

	Valori medii iniţiale			Valori medii corectate		
F [kgf]	a [μm]	c [μm]	K_{Ic} [MPam$^{1/2}$]	a [μm]	c [μm]	K_{Ic} [MPam$^{1/2}$]
100.6	197	1052	0.98	194	1024	1.03
90	198	907	1.18	187	961	1.06
80.6	204	936	1.01	184	883	1.11
70	179	785	1.16	178	766	1.21
60.6	161	692	1.22	165	692	1.24
50	160	577	1.61	160	577	1.43

In *figura 1.10* s-au trasat curbele pentru valorile medii şi cele corectate ale lungimii semidiagonalei bazei piramidei. Si aici creşterea este mai pronunţată fată dea cea stabilită pentru CER110C. Astfel, se poate remarca pentru CER 110A o compactitate mai mare din care rezultă şi defecte preexistente cu dimensiuni mai mici ceea ce face ca variaţiile pentru lungimea fisurii şi lungimea semidiagonalei urmei lăsate după penetrare să fie mai uniforme în raport cu sarcina de penetrare.

Se remarcă de asemenea corecţia adusă valorilor medii şi se observă o aplatizare, a curbei spre valorile mai mari ale sarcinii, la acest grafic faţă de cel anterior.

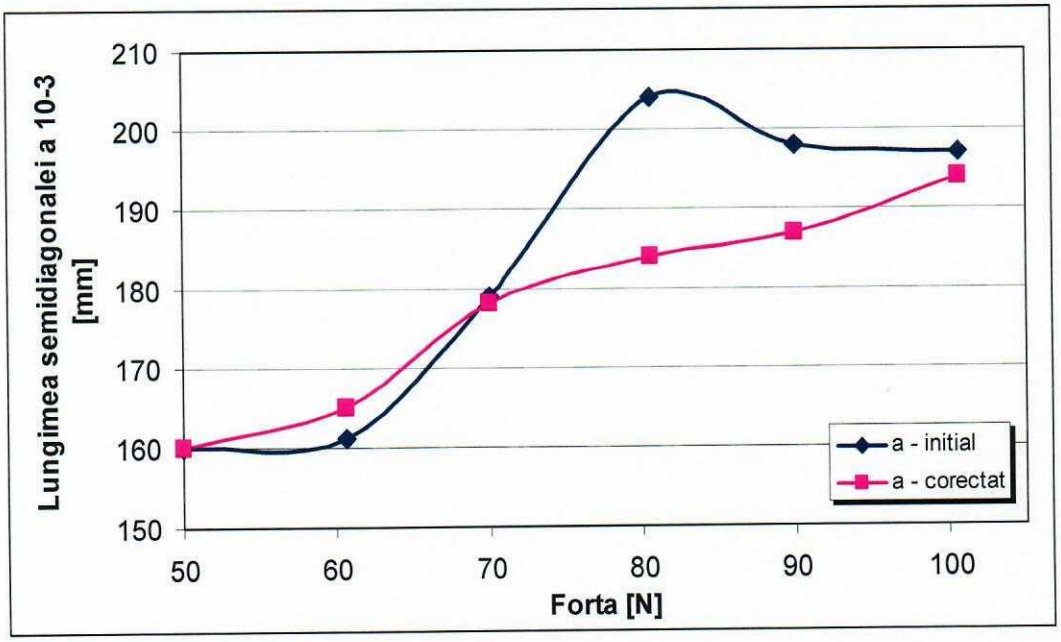


Fig. 1.10. Variaţia **a** cu sarcina P

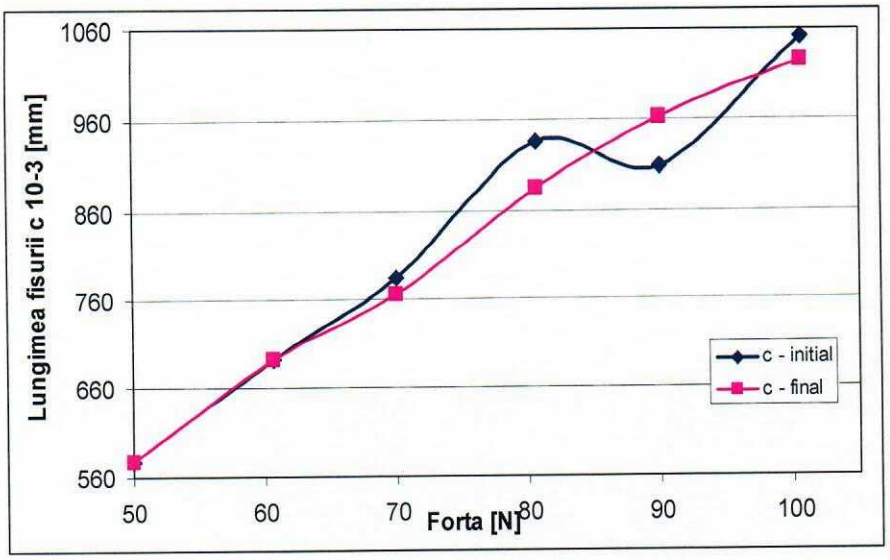


Fig. 1.11. Variația **c** cu sarcina P

Variația K_{Ic} cu sarcina de încărcare este arătată în *figura 1.12*.

Spre deosebire de CER-110C, pentru materialul CER-110A, această variație este diferită. Se observă o tendință de scădere a rezistenței la fisurare K_{Ic} cu sarcina de încărcare. Acest lucru se datorește faptului că variația mărimii **a** (semidiagonala urmei lăsate după penetrare), prezintă o creștere mai pronunțată în raport cu sarcina de penetrare față de materialul CER 110C şi dată fiind relația (10) de calcul pentru K_{Ic} rezultă variația pentru tenacitatea la fisurare prezentată în *figura 1.12*.

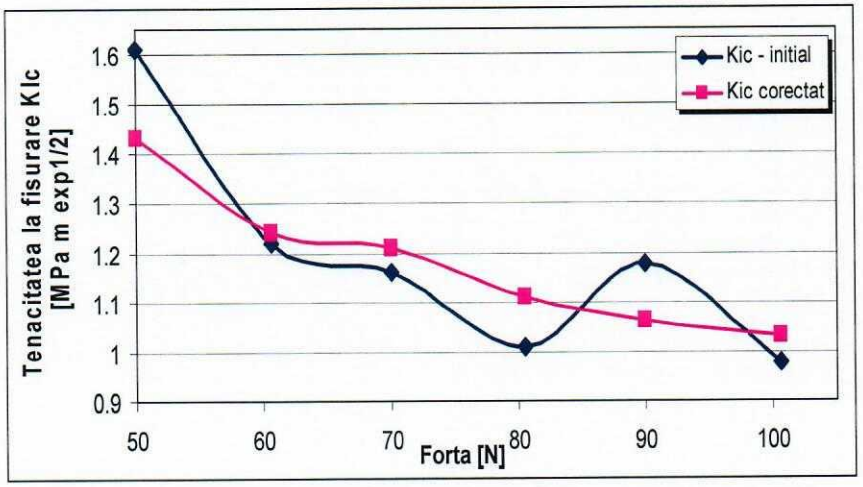


Fig. 1.12. Variația K_{Ic} cu sarcina P

Pentru aceeaşi valoare a sarcinii care s-a luat în considerare la calculul K_{Ic} pentru materialul CER-110C, (P=80kgf), tenacitatea la fisurare pentru materialul CER110A este: $\mathbf{K_{Ic}=1,11\ MPa^{1/2}}$. S-a ales aceeaşi sarcină de pătrundere pentru a se putea face o comparație între rezultatele obținute pentru cele două materiale.

Se observă că, valoarea pentru tenacitatea la fisurare este mai mică pentru CER-110A decât cea determinată pentru CER-110C. Se constată astfel că un material mai compact dar

care are probabil legături mai slabe are tenacitatea la fisurare mai mică decât un material care conține microdefecte de o anumită dimensiune şi care pentru anumite sarcini de penetrare pot inhiba propagarea fisurii.

In *figura 1.13* este prezentata curba K_{Ic} -valori corectate şi curba aproximativă a acesteia.

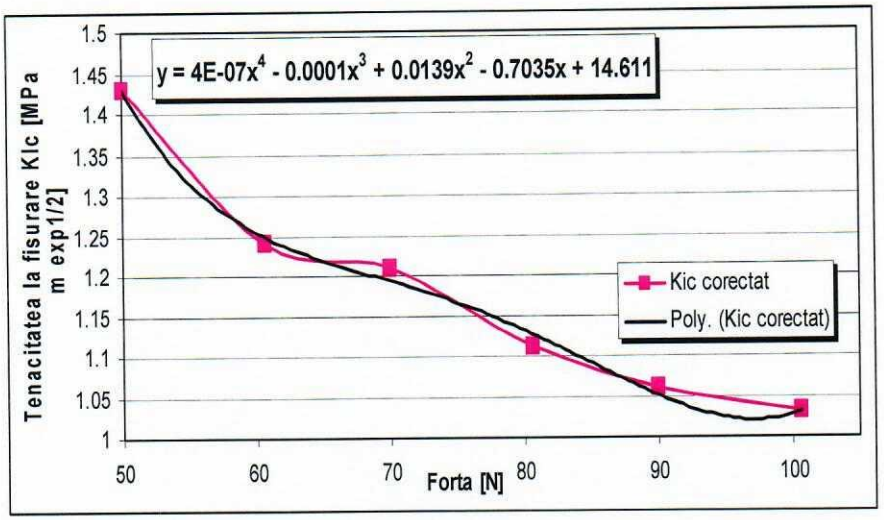


Fig. 1.13. Curba K_{Ic} -valori medii inițiale şi curba aproximativă

BIBLIOGRAFIE

[1] V. Goanță, V. Palihovici, "Experimental Determination of Cracking Strength", Buletinul Institutului Politehnic Iaşi, Tomul XLV(IL), fasc. 1-2, pg. 249-256, 1999.

[2]. M. Juanrong and J. Zongzhe, Evaluation of Microfracture Ceramics, High Tech Ceramics, pg. 1233-1238, 1987.

[3]. H. Nayeb-Hashemi and C.A. Tracy, Fracture Toughness Evaluation of Advanced Ceramics by Microhardness Identation, Experimental Mechanics. pg. 368-388, dec. 1991.

[4]. S.F. Hoysan, On the Variability of Fracture Toughness, International Journal of Fracture, vol. 60, pg. R43, 1993.

[5]. G. Lair, Fracture Mechanics and Finite Element Analisys, Mechanical Engineering, vol. 114, nr. 11, pg. 69, 1992.

[6]. T.H. Gavignan and J. Steele, Applied Finite Element Modeling. Practical Problem Solving for Engineers, M. Decker, New York, 1989.

[7] E. Rocha-Rangel, Fracture Toughness Determinations by Means of Indentation Fracture, Universidad Politécnica de Victoria México, 2011.

[8]. Apostolescu N. Taraza D., "Bazele cercetării experimentale a maşinilor termice", Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1979.

MECANICA RUPERII -- LABORATOR 2

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PRIN METODA COMPLIANȚEI

2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță
2.2. Măsurarea G_c prin metoda complianței
2.3. Determinări experimentale

2.1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță

Pentru ca o fisură să se poată propaga, trebuie să furnizăm materialului o energie suplimentară în vederea creșterii suprafeței fisurate - energia superficială + (eventual) energia pentru deformație plastică. Considerăm un solid ce conține o fisură de lungime *2a*. Energia mecanică sau energia potențială totală a sistemului este egală cu (W_e-L), W_e fiind energia elastică de deformație iar L este lucrul mecanic al sarcinilor exterioare. Dacă fisura crește cu *da, figura 2.1*, energia potențială scade cu *d(W_e-L).*

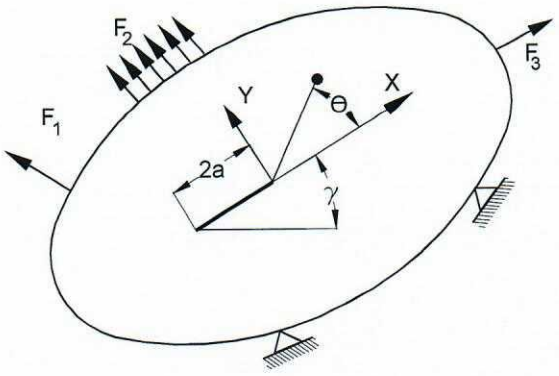


Fig. 2.1. Solid ce conține o fisură străpunsă

Se definește G ca fiind energia potențială totală liberă pe unitatea de suprafață nou formată ca urmare a propagării fisurii. Dacă solidul respectiv se consideră a fi o placă de grosime egală cu unitatea, vom avea:

$$G = -\frac{d(W_e - L)}{da} = \frac{d(L - W_e)}{da} \qquad (2.1)$$

în care G este energia disponibilă pentru a face ca fisura să avanseze sau energia potențială eliberată sau „forța" de extensie a fisurii.

Fisura se va propaga brusc atunci când G atinge o valoare critică G_c. În cazul materialelor foarte fragile G_c este egal cu de două ori energia superficială: $G_c=2\gamma_s$. Pentru materialele ductile G include termenul energetic datorat deformației plastice localizate la vârful fisurii, sistemul având o comportare elastică în ansamblu. Termenul G_c poate cuprinde, de asemenea, și alți termeni ai energiei disipate prin propagarea fisurii.

Considerăm o placă de grosime egală cu unitatea, ce conține o fisură străpunsă, supusă la tracțiune de către forța F, *figura 2.2*.

Aplicarea acestei solicitări antrenează deplasarea punctului de aplicație al forței cu *v*. Presupunând că are loc o propagare a fisurii cu *da*, aria acesteia crește cu *dA* iar *v* și *F* variază cu *dv* respectiv *dF*. În aceste condiții, variația lucrului mecanic al sarcinilor exterioare, *dL*, este egal cu *(F·dv)* iar variația energiei elastice a sistemului, dW_e, este egală cu $d\left(\frac{1}{2}Fv\right)$.

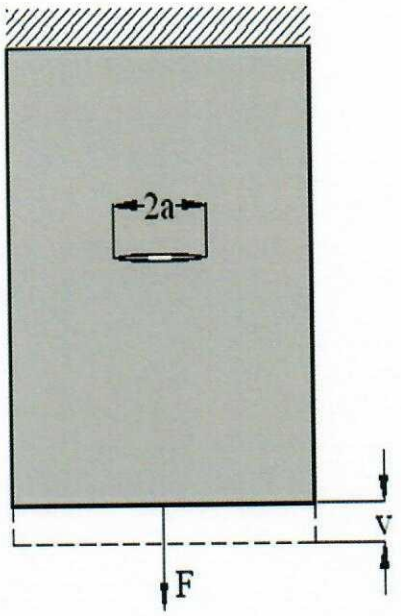


Fig. 2.2. Placă cu o fisură centrală străpunsă

Conform relației (2.1) vom avea:

$$Gda = dL - dW_e = Fdv - d\left(\frac{1}{2}Fv\right) \qquad (2.2)$$

În această relație nu există termenii corespunzători unei deformații plastice deoarece nu există deformații plastice în ansamblul plăcii. Termenul **(G·da)** poate include întreaga energie de la vârful fisurii (superficială, de deformație plastică, etc.).

Vom examina două cazuri de încărcare: atunci când forța *F* rămâne constantă în timpul propagării fisurii și atunci când deplasarea *v*, a punctelor sale de aplicație, rămâne constantă.

A. Solicitare la încărcare constantă (F=const.), atunci când fisura se propagă cu *da*, iar punctul de aplicație al forței se deplasează cu *dv*, *figura 2.2*.

Pentru o mașină infinit moale este impusă încărcarea. Atât timp cât fisura nu se propagă, deplasarea *v* este proporțională cu *F* deoarece ne aflăm în domeniul elastic. Presupunem că la încărcarea F=const. lungimea fisurii crește rapid cu *da*, *figura 2.3*.

Atunci când fisura crește cu *da*, placa se alungește cu *dv* - de la v_1 la v_2, la forță constantă. Considerăm bilanțul energetic dat de relația (2.2). În cazul propagării fisurii energia elastică a sistemului variază cu:

$$dW_e = \frac{1}{2}d(Fv) = \frac{1}{2}(vdF + Fdv)$$

Intrucât $v \cdot dF \approx 0$ va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2}Fdv$$

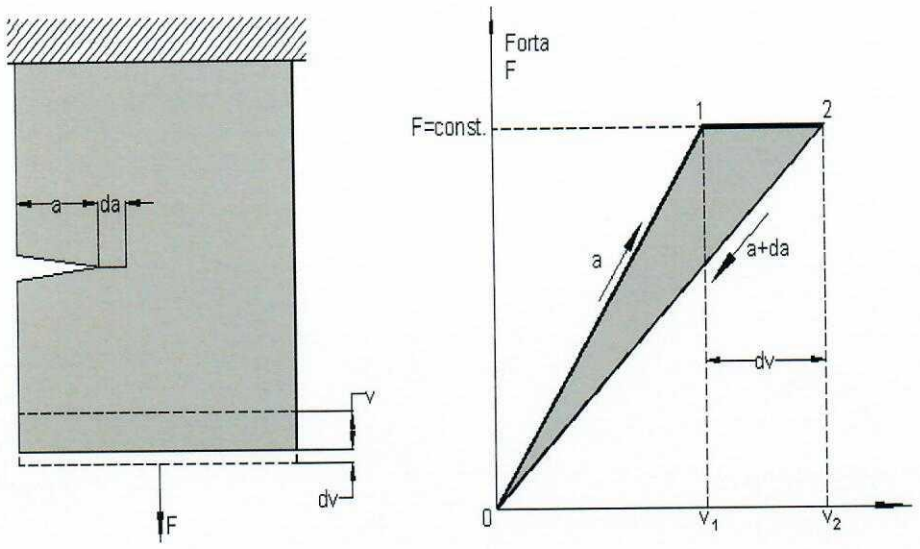


Fig. 2.3. Curbele de solicitare pentru fisurile de lungime a și (a+da)

Se definește complianța epruvetei fisurate, *C(a)*, care depinde de lungimea fisurii, prin relația:

$$C(a)=\frac{v(a)}{F(a)} \tag{2.3}$$

Complianța reprezintă inversa pantei dreptei 0-1. Astfel, vom avea:

$$dW_e=\frac{1}{2}Fdv=\frac{1}{2}Fd(C\cdot F)=\frac{1}{2}F(\frac{\partial C}{\partial a}F+\frac{\partial F}{\partial a}C)da$$

Deoarece F=const. rezultă că $\frac{\partial F}{\partial a}=0$ și ca urmare:

$$dW_e=\frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}da \tag{2.4}$$

Atunci când are loc propagarea fisurii, variația lucrului mecanic al forțelor exterioare va fi:

$$dL=Fdv=F^2\frac{\partial C}{\partial a}da$$

Având în vedere ultimele două relații și utilizând relația (2.2) se deduce:

$$Gda=\frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}da$$

în care *G·da* reprezintă aria haşurată 0-1-2-0 din *figura 2.3.*

Ca urmare, energia disponibilă pentru a face ca fisura să se propage va fi dată de relația:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} \qquad (2.5)$$

Astfel, la încărcare constantă energia elastică a sistemului creşte dar lucrul mecanic al forţelor exterioare trebuie să aibă o astfel valoare încât variaţia totală a energiei potenţiale $d(-L+W_e)$ să reprezinte o diminuare. Altfel spus, lucrul mecanic efectuat de sarcinile exterioare este utilizat, jumătate pentru creşterea energiei elastice a sistemului, W_e, cealaltă jumătate fiind furnizat pentru a face să avanseze fisura, $(G \cdot da)$.

B. Solicitare în condiţii de deformare impusă – maşină infinit „dură" sau cu bacurile de prindere fixe

Pentru o maşină la care deplasarea v este constantă (dv=0), este impusă deformaţia (sau alungirea). În acest caz, atunci când fisura creşte rapid cu *da*, *figura 2.4*, forţa scade de la valoarea F_1 la F_2 (de la punctul 1 la punctul 2).

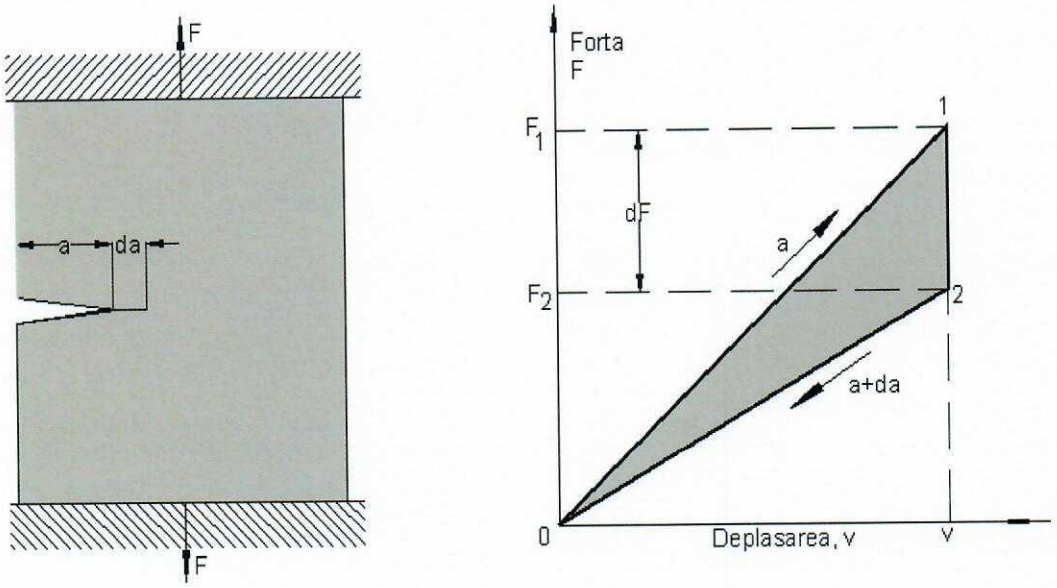


Fig. 2.4. Evoluţia sistemului la deplasare impusă

Lucrul mecanic al sarcinilor exterioare este egal cu zero: $L=F \cdot dv=0$, iar energia elastică a sistemului scade tocmai datorită propagării fisurii:

$$dW_e = \frac{1}{2} d(Fv) = \frac{1}{2}(vdF + Fdv)$$

Intrucât $Fdv = 0$, va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2}(vdF)$$

Tinând cont de relaţia (2.3) vom avea:

$$dF = d\left[\frac{v(a)}{C(a)}\right] = \left(\frac{1}{C}\frac{\partial v}{\partial a} - \frac{v}{C^2}\frac{\partial C}{\partial a}\right)da = -\frac{v}{C^2}\frac{\partial C}{\partial a}da \text{ întrucât } \frac{\partial v}{\partial a} = 0$$

Aşadar va rezulta:

$$dW_e = -\frac{1}{2}\frac{v^2}{C^2}\frac{\partial C}{\partial a}da$$

şi întrucât $v=F\cdot C$, vom avea:

$$dW_e = -\frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}da$$

Ținând cont de relația (2.2) va rezulta:

$$Gda = dL - dW_e = -\frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}da \text{ , întrucât } dL=0$$

şi ca urmare:

$$G = \frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}$$

regăsindu-se expresia (2.5) a energiei disponibile pentru propagarea fisurii în cazul solicitării cu încărcare constantă.

Astfel, la deformație impusă, ca urmare a solicitării exterioare cu forța *F*, în placă se stochează o anumită energie elastică. Fără ca lucrul mecanic exterior să varieze, respectiva energie elastică stocată scade cu o anumită cantitate care este utilizată pentru propagarea fisurii. Termenul *(G·da)*, în cazul solicitării la deformație impusă, este reprezentat de aria haşurată 0-1-2-0 din *figura 2.4.*

Observații.

1. Pentru o placă de grosime *b* se poate scrie:
2.

$$G\cdot b\cdot da = dL - dW_e$$

adică:

$$G = \frac{1}{2}\frac{F^2}{b}\frac{\partial C}{\partial a} \qquad (2.6)$$

3. Se poate exprima *G* şi în funcție de rigiditatea *k* a sistemului (pentru o placă cu b=1):

$$k = \frac{F}{v} = \frac{1}{C}$$

$$G = \frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a} = \frac{1}{2}F^2\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{1}{k}\right) = -\frac{1}{2k^2}F^2\frac{\partial k}{\partial a} = -\frac{v^2}{2}\frac{\partial k}{\partial a}$$

S-a constatat faptul că *G* este independent de modul de propagare a fisurii: la încărcare constantă sau la deformație impusă. Ca urmare:

$$G=\frac{1}{2}F^2\frac{\partial C}{\partial a}=\left(\frac{\partial W_e}{\partial a}\right)_{F=const.}=-\left(\frac{\partial W_e}{\partial a}\right)_{v=const.}$$

În cele două cazuri *G* este egală cu derivata energiei elastice cu semn schimbat, în cazul în care *v=const.*, întrucât W_e creşte la încărcare constantă şi scade la deplasare constantă. Aşadar, la încărcare constantă energia pentru propagarea fisurii se bazează pe creşterea lucrului mecanic exterior $\left(\frac{1}{2}Fdv\right)$, crescând în acelaşi timp şi energia elastică acumulată în placă. La deplasare constantă (deformaţii impuse) energia pentru propagarea fisurii se bazează pe diminuarea energiei elastice acumulată în placă anterior ca urmare a solicitării cu forţa *F*.
G nu depinde de constantele elastice ale materialului sau de geometria epruvetei utilizate dar depinde de modul în care sistemul va evolua ulterior, prin complianţa *C*.

2.2. Măsurarea G_c prin metoda complianţei

Termenul $(G\cdot da)$ reprezintă energia disponibilă pentru propagarea fisurii cu *da*. Pentru ca fisura să se poată propaga trebuie ca *G* să atingă valoarea critică G_c sau ca încărcarea să atingă o valoare critică astfel încât aria 0-1-2-0 (*figurile 2.3* şi *2.4*) să fie egală cu $(G_c\cdot da)$.

G_c se poate determina utilizând relaţia (2.6), cu condiţia de a cunoaşte variaţia complianţei în funcţie de lungimea fisurii, respectiv termenul $\frac{\partial C}{\partial a}$. Pentru a determina funcţia *C(a)* este suficient să determinăm variaţia *F(v)* pentru mai multe epruvete cu aceeaşi configuraţie generală, diferenţiindu-se doar prin lungimea fisurii.

Pentru fiecare din probele 1, 2.....i...n se vor măsura lungimile corespunzătoare ale fisurilor, respectiv $a_1,a_2,.....a_i.....a_n$. Fiecare probă se caracterizează printr-o anumită complianţă dată de relaţia $C=\frac{v}{F}$ în care *v* reprezintă deplasarea punctelor de aplicaţie ale forţei *F*. Fiecare probă având fisuri cu lungimile $a_1,a_2,.....a_i.....a_n$ se supune la tracţiune în domeniul liniar elastic obţinându-se dependenţa *F(v), figura 2.5a*.

Pentru fiecare probă cu lungimea fisurii a_i, prin raportul $\frac{v}{F}$ se obţine dependenţa C(a), *figura 2.5b*. Pentru o probă cu lungimea fisurii intermediară, $a_1<a_i<a_n$, se determină $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ reprezentat grafic în *figura2.5b*. Aceeaşi probă cu lungimea fisurii a_i se supune la tracţiune până la rupere obţinându-se forţa critică F_c care a dus la distrugere. Introducând valorile obţinute pentru $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ şi F_c în relaţia (2.6), se obţine valoarea critică G_c a energiei disponibile pentru ca fisura existentă să se propage şi să se transforme într-o fisură instabilă.

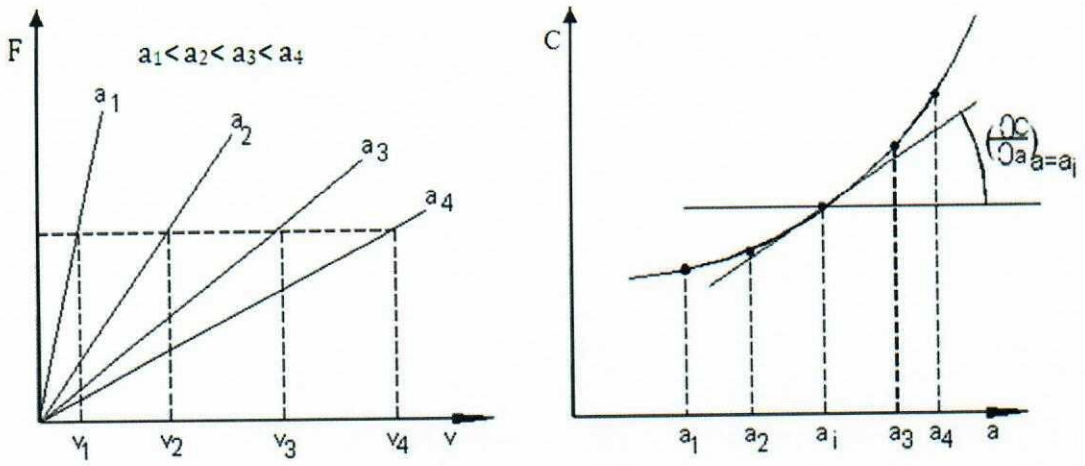


Fig. 2.5. Determinarea G_c cu ajutorul complianței

2.3. Determinări experimentale

În cadrul laboratorului încercările se vor face pe un set de probe compacte, *figura 2.6.*

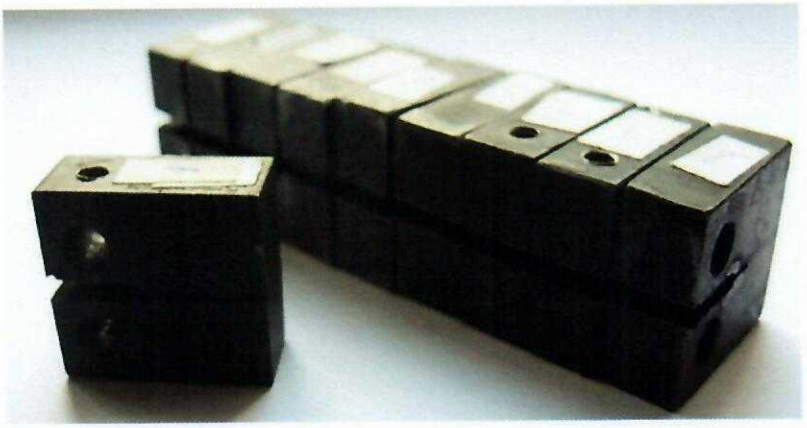


Fig. 2.6. Probele compacte pe care se vor face determinările

Configurația și dimensiunile acestor probe sunt standardizate conform ASTME E399, *figura 2.7.*

Aceste probe se caracterizează prin următoarele:

- Probele sunt confecționate din același material;
- Probele au aceleași dimensiuni și aceeași prelucrare a suprafețelor;
- Abaterile sunt în șirul celor prevăzute de standardul ASTME E399;
- În prelungirea crestăturii, probele prezintă fisuri propagate prin oboseală și care au lungimi diferite.

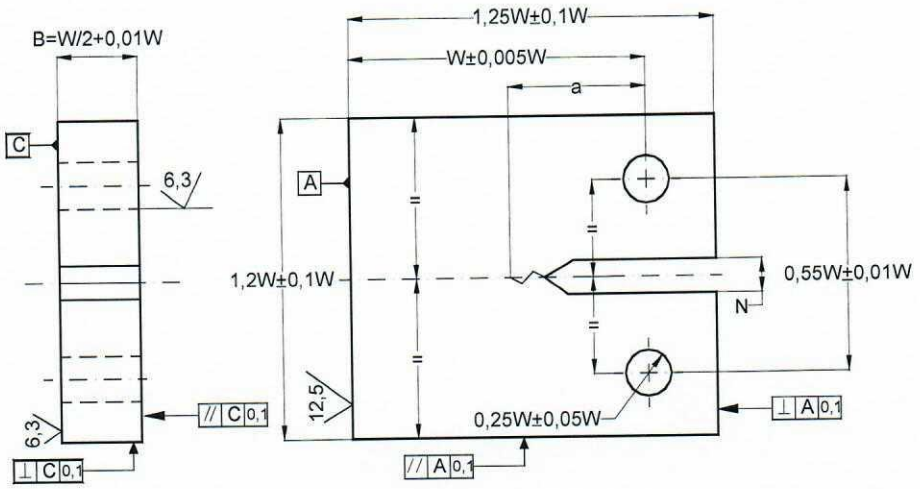


Fig. 2.7. Dimensiunile probei compacte de tracţiune

Dimensiunile probelor vor trebui măsurate, în vederea determinării lungimii fisurii, pentru fiecare dintre acestea. În acest sens, se vor face măsurători succesive, şi, cu ajutorul unor calibre, se va determina lungimea fisurii, care, prin definiţie, reprezintă distanţa de la centrul găurilor utilizate pentru aplicarea forţelor până la vârful fisurii propagate prin oboseală, *figura 2.7* şi *figura 2.8*.

Din *figura 2.8* se poate deduce:

$$a=c-(b-w)-(e-d/2)$$

în care:

- a este lungimea fisurii propagate prin oboseală;
- c este dimensiunea unui calibru ce poate ajunge până la capătul fisurii – se măsoară;
- b, d, e şi w sunt dimensiuni măsurate.

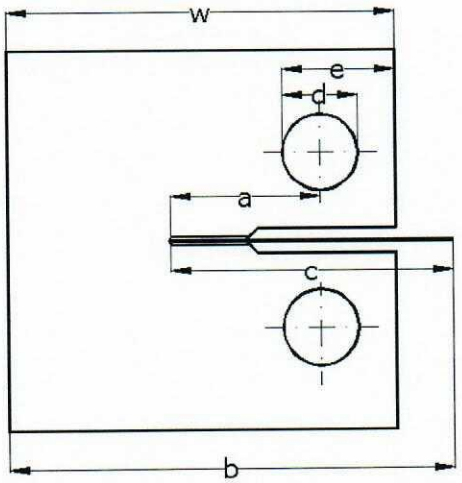


Fig. 2.8. Dimensiuni măsurabile în vederea determinării lungimii fisurii

Pentru determinarea tenacităţii prin metoda complianţei este necesară, mai întâi, trasarea unei dependenţe între forţa de solicitare F şi deplasarea v la deschiderea flancurilor fisurii. În acest scop, pe epruveta compactă se montează un traductor de tip „clip-on-gage", *figura 2.9*. Pe acest traductor sunt montate patru mărci tensometrice legate în punte

Wheastone, ce vor transmite semnal la punte tensometrică Vishay de tip P3, *figura 2.10*, atunci când proba compactă este supusă solicitării de tracțiune în domeniul elastic, de către mașina universală de încercat.

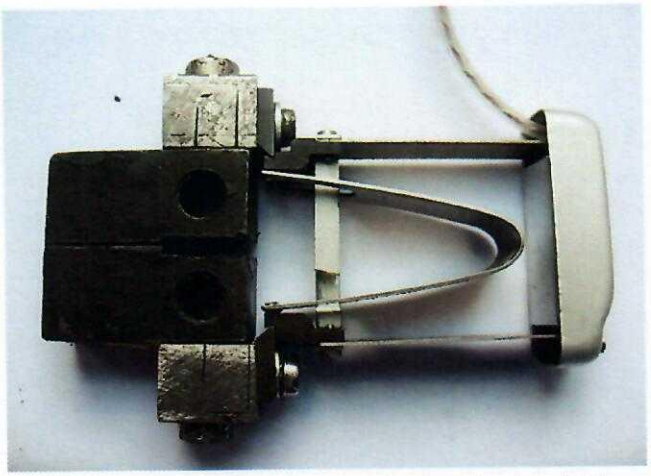


Fig. 2.9. Dispozitiv utilizat pentru determinarea deplasării la deschiderea flancurilor fisurii

Fig. 2.10. Puntea tensometrică Vishay P3

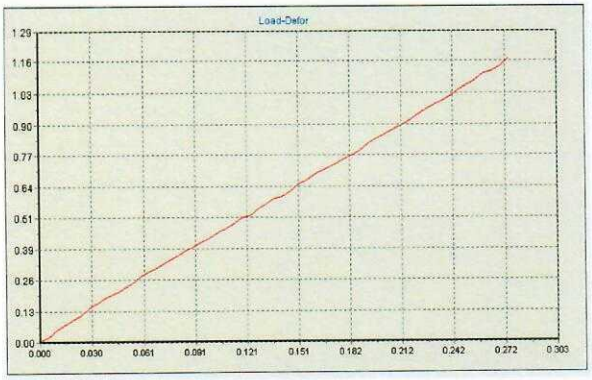


Fig. 2.11. Grafic Forță-deplasare, obținut de la mașina de încercat

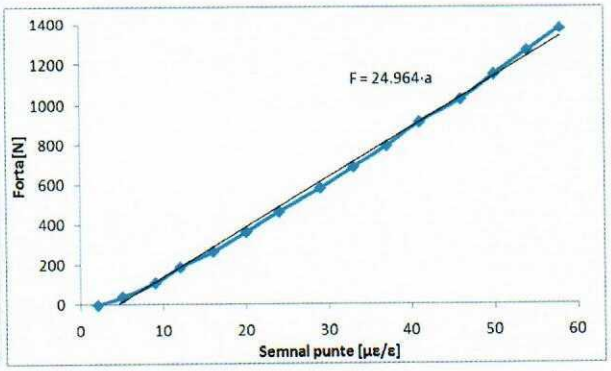


Fig. 2.12. Variația forței în raport cu semnalul de la puntea tensometrică

Aşa cum se poate constata din *figura 2.11*, de la maşina de încercat se obţin, în domeniul elastic, variaţia forţei în raport cu deplasarea punctelor de aplicaţie ale acesteia.
De la puntea tensometrică Vishay se obţine un fişier de date ce conţine semnalul de la puntea tensometrică furnizat de dispozitivul/traductorul de tip „clip-on-gage". Eliminându-se timpul din cele două fişiere de date, cel obţinut de la maşina de încercat şi cel obţinut de la puntea tensometrică, se va obţine o dependenţă între forţa de încercare şi semnalul traductorului, *figura 2.12*. Semnalul de la puntea tensometrică va fi în με/ε.
Anterior, cu ajutorul unui dispozitiv micrometric de măsurare a deplasării, **semnalul traductorului se calibrează**, astfel încât acesta să poată fi convertit în deplasare măsurată în mm. În aceste condiţii, pentru toate probele încercate, se va putea trasa dependenţa forţei în raport cu deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii, aşa cum sunt prezentate acestea în *figura 2.5a*. Prin trecerea datelor în Xcell şi trasarea unei drepte de tendinţă, *figura 2.13*, se poate determina complianţa ca fiind raportul v/F, respectiv:

$$C=v/F/=1/4256=23,4\cdot10^{-5}$$

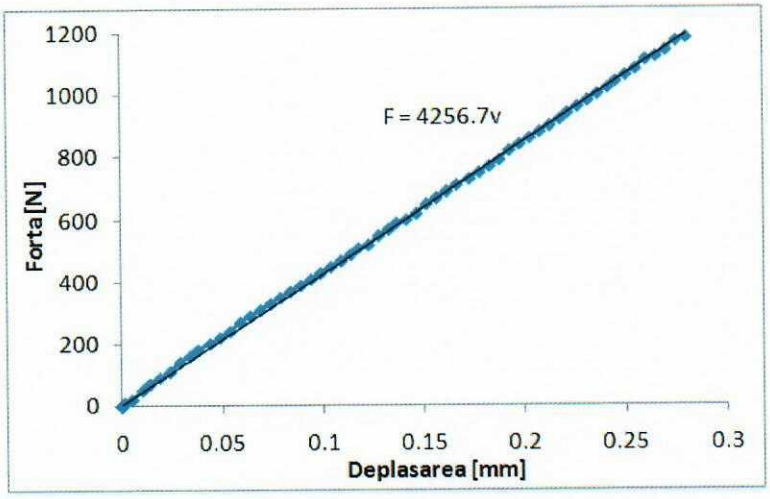


Fig. 2.13. Dreaptă de variaţie a forţei în raport cu deplasarea flancurilor fisurii

Această determinare se aplică pentru toate probele avute la dispoziţie. În continuare se va trasa graficul de variaţie a complianţelor în raport cu lungimea fisurii, presupunându-se faptul că, din punct de vedere geometric şi de material, probele sunt identice, la acestea variind doar lungimea fisurii propagate, din crestătură, prin oboseală, *figura 2.14*.
Una din probele, a cărui lungime a fisurii este intermediară, a_i, se va supune la tracţiune până la rupere. În aceste condiţii, se va determina forţa P_Q la care fisura începe să se propage. În funcţie de tipul de material utilizat, aspectul curbei F-v (v fiind deplasarea punctelor de aplicaţie a forţei) poate fi unul dintre cele reprezentate în *figura 2.15*.
Forţa P_Q se determină la intersecţia unei drepte înclinate cu 5% în raport cu dreapta de elasticitate din curba forţă-deplasare. În relaţia (2.6) forţa $F=P_Q$.

Pe de altă parte, din graficul Complianţă-Lungimea fisurii, *figura 2.14*, în dreptul lungimii fisurii corespunzătoare probei rupte, a_i, se determină valoarea raportului $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$.

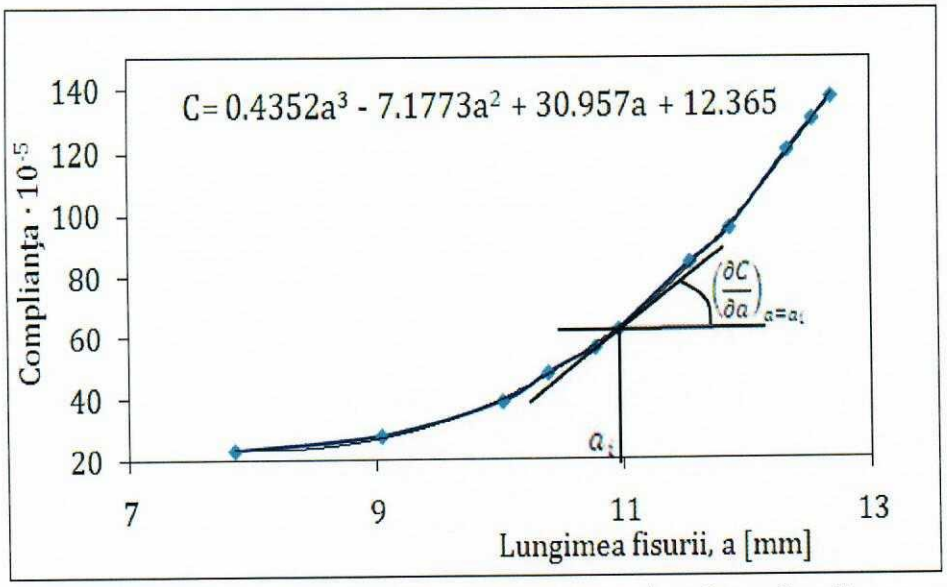


Fig. 2.14. Variația complianței în raport cu lungimea fisurii

Pentru relația din *figura 2.14*, avem:

$$\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i} = \left(1.3056a^2 - 14.3546a + 30.957\right)_{a=a_i}$$

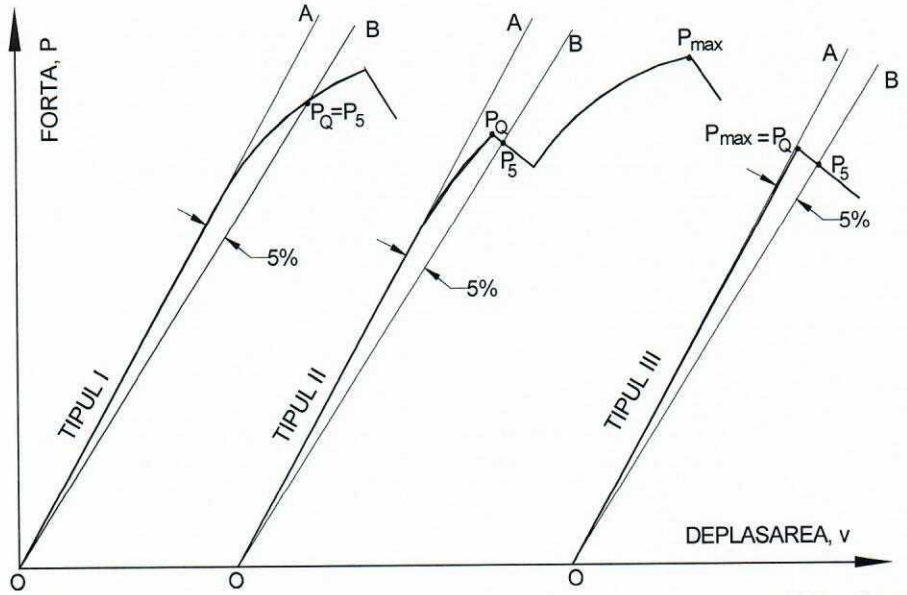


Fig. 2.15. Principalele tipuri de curbe caracteristice la solicitarea probei compacte

Introducându-se în relația (2.6) valorile pentru: b, $F=P_Q$ și $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$, obținute așa cum s-a descris anterior, se va determina **valoarea tenacității la fisurare** a materialului din care sunt confecționate probele testate, tenacitate exprimată prin G_c, respectiv energia disponibilă pentru propagarea fisurii.

BIBLIOGRAFIE

[1]. V. Goanță, Mecanica ruperii, Ed. Tehnopress, Iași, 2006.
[2] E 1820 – 01, Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness
[3] X. Chen, R. K. Nanstad, M. A. Sokolov, E. T. Manneschmidt, Determining Ductile Fracture Toughness in Metals, Advanced Materials & Processes, 2014.
[4] D. M. Fisher, R. J. Buzzard, Ohio Experimental Compliance Calibration of the Compact Fracture Toughness Specimen, Lewis Research Center Cleveland, Ohio, 1981.
[5] ***, Method of Compliance with Fracture Toughness and Operational Requirements of 10 Cfr 50, Appendix G, BAW-10046. REV. 4 November 1999.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 3

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A VITEZEI DE PROPAGARE A FISURII

3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală
3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii
3.3. Relaţii pentru calculul vitezei de propagare a fisurii
3.4. Descriere program de încercări
3.5. Efectuarea încercărilor
3.6. Rezultate experimentale

3.1. Modelarea propagării fisurii prin oboseală

Primele indicaţii cu privire la rezistenţa opusă de un material la iniţierea fisurii şi la propagarea acesteia sunt furnizate de curbele de durabilitate determinate pentru epruvetele netede. Evoluţia unei fisuri în cursul propagării sale se poate urmări pe baza diagramei lungimea fisurii – numărul de cicluri aplicat N, *figura 3.1.*

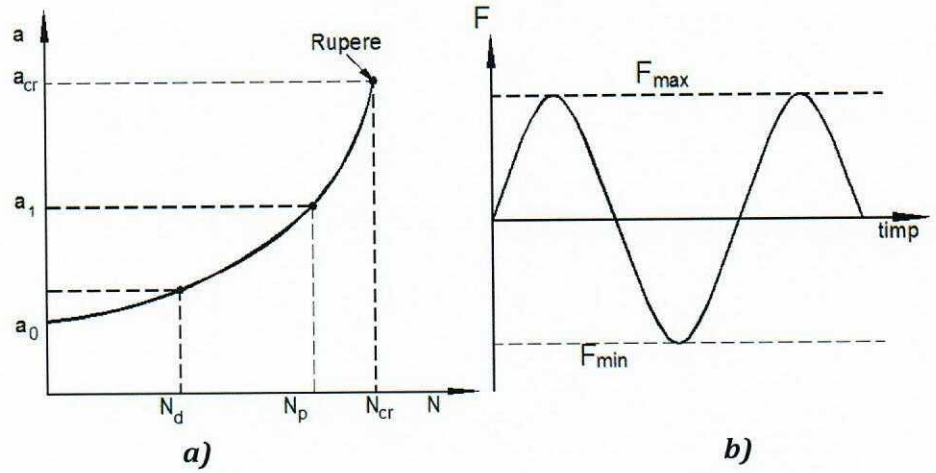


Fig. 3.1. Variaţia lungimii fisurii în timpul solicitării ciclice

Trasarea diagramei a-N constituie o problemă de bază în Mecanica ruperii deoarece, pe baza acesteia se poate aprecia durata de viaţă a unui element de rezistenţă sau a unei structuri în care s-a iniţiat o fisură. Astfel, pentru propagarea unei fisuri cu lungimea iniţială a_0 până la lungimea a_1, numărul de cicluri necesari este N_p, *figura 3.1a.* Din *figura 3.1a* se pun în evidenţă următorii parametri:

- a_0 – lungimea fisurii iniţiale;
- a_{cr} – lungimea critică a fisurii la care se produce ruperea finală;
- N_{cr} – numărul de cicluri necesar pentru propagarea până la rupere a unei fisuri cu lungimea iniţială a_0.

Curbele de variație a lungimii fisurii în funcție de numărul de cicluri se pot trasa pentru mai multe nivele ale tensiunii maxime, la aceeași lungime a fisurii inițiale, *figura 3.2a*, sau pentru mai multe lungimi ale fisurii inițiale, la același nivel al tensiunii maxime, *figura 3.2b*.

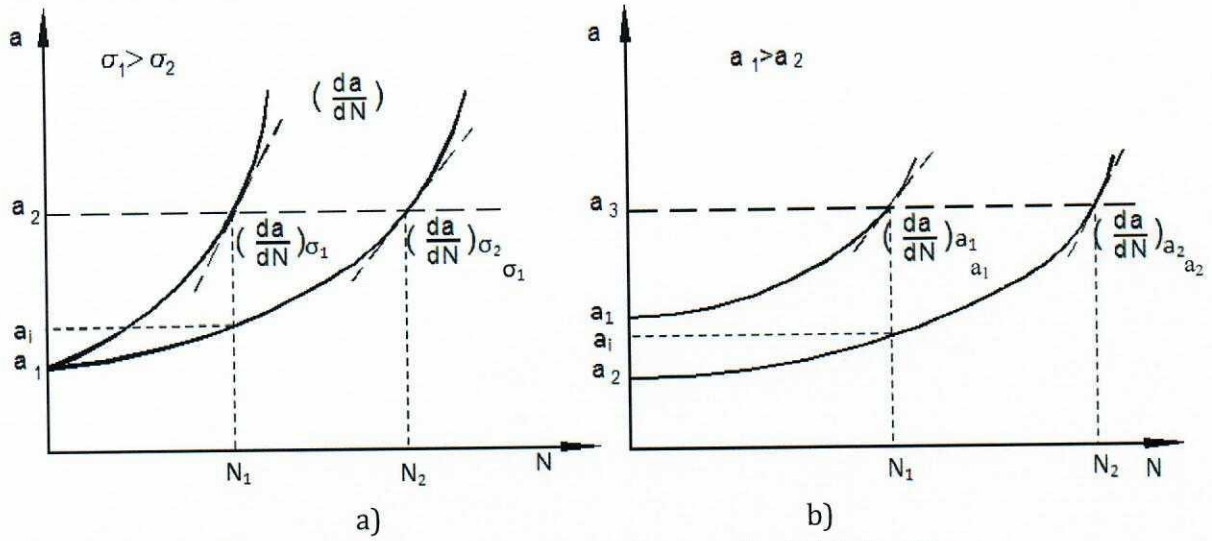


Fig. 3.2. Variația lungimii fisurii în timpul solicitării ciclice;
a) pentru aceeași lungime a fisurii inițiale; b) pentru același nivel al tensiunii maxime

Unul din parametrii de bază prin care se apreciază ruperea la oboseală este *viteza de propagare a fisurii,* $\frac{da}{dN}$, reprezentând lungimea cu care se propagă fisura pe un ciclu de solicitare. Pentru diferite lungimi ale fisurii, viteza de propagare a acesteia se poate obține calculând panta diagramei *a-N*. Viteza de propagare a fisurii $\frac{da}{dN}$ depinde de lungimea fisurii inițiale și de nivelul sau amplitudinea tensiunii aplicate, mărimi care intervin în expresia factorului de intensitate a tensiunii K. În mod obișnuit, odată cu creșterea lungimii fisurii inițiale, respectiv cu creșterea nivelului de solicitare, crește viteza de propagare a fisurii de oboseală. Ca urmare, viteza de propagare a fisurii de oboseală poate fi corelată cu variația factorului de intensitate a tensiunii ΔK, $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$.

Pentru cele mai multe aliaje metalice, curba de variație a vitezei de propagare a fisurii în funcție de variația factorului de intensitate a tensiunilor poate fi schematizată ca în *figura 3.3. Regiunea I* prezintă o creșterea medie a lungimii fisurii pe ciclu mai mică decât dimensiunea grăunților. Viteza de propagare a fisurii scade pe măsură ce ne apropiem de o valoare ΔK_p, numită valoare de prag a factorului de intensitate a tensiunii. La o amplitudine a solicitării mai mare decât valoarea de prag, $\frac{da}{dN}$ crește rapid în raport cu ΔK. În această regiune, procesul de propagare a fisurii este puternic influențat de microstructură, de valoarea tensiunii medii și de condițiile de mediu. Viteza de propagare a fisurii variază de la valori mai mici de 10^{-8} mm/ciclu, cât este sub pragul de propagare, până la valori de cel mult 10^{-5} mm/ciclu. Existența unui prag de propagare a fisurii a fost pusă în evidență pentru prima dată de McClintock [1]. El a folosit un criteriu conform căruia, propagarea prin oboseală a

distanţă în faţa vârfului fisurii, atinge o valoare critică. Astfel, fisurile de oboseală nu se vor propaga dacă zona plastică de la vârful fisurii ajunge la dimensiuni comparabile cu dimensiunea microstrucrurii. Cercetările efectuate de Paris şi Sih [2] au demonstrat că valoarea de prag ΔK_p a variaţiei factorului de intensitate a tensiunii pentru fisurile lungi, depinde nu numai de valoarea variaţiei ΔK ci şi de valoarea coeficientului de asimetrie a ciclului.

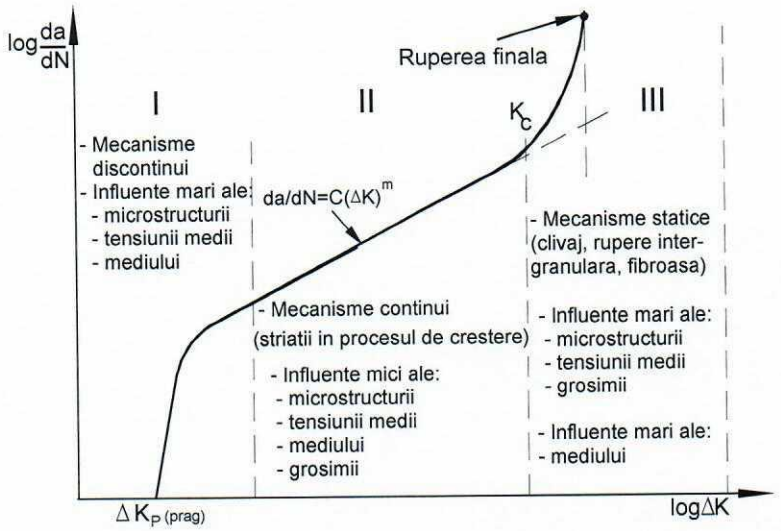


Fig. 3.3. Curba de variaţie pentru viteza de propagare a fisurii în raport cu variaţia factorului de intensitate a tensiunii

Regiunea II este caracterizată de existenţa unei dependenţe liniare între *da/dN* şi *logΔK*. În această regiune propagarea fisurii de la un ciclu la altul are un caracter stabil. În această regiune influenţa structurii asupra vitezei de propagare a fisurii prin oboseală este redusă. În schimb, creşte influenţa efectului combinat al tensiunii medii, frecvenţei de solicitare şi mediului de lucru.

Regiunea III prezintă o variaţie importantă a ΔK, fapt ce conduce la o propagare instabilă a fisurii. Factorul de intensitate a tensiunii atinge valoarea sa critică K_{Ic}, ducând în cele din urmă la rupere. În această regiune acţionează mecanismele caracteristice ruperii statice (clivajul, ruperea intergranulară) care sunt influenţate semnificativ de microstructură, tensiunea medie şi grosimea piesei, şi în mai mică măsură de condiţiile de mediu.

3.2. Modele de calcul pentru viteza de propagare a fisurii

Unul dintre aceste modele a fost propus de Head [3] pentru placa infinită având o fisură centrală de lungime *2a*, solicitată de o tensiune sinusoidală de amplitudine σ. Considerând că elementele de material din faţa vârfului fisurii pot fi modelate de bare rigide, plastice, cu întărire, solicitate la întindere, el a ajuns la relaţia:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \sigma^m a^n \qquad (3.1)$$

în care C_1 este o constantă ce depinde de proprietăţile mecanice ale materialului iar exponenţii au valorile *m=3* şi *n=1,5*. Relaţii de forma (3.1) au mai obţinut şi Frost [4] pentru care $C_1=1$, *m=3* şi *n=1*.

Asemenea relaţii, deşi sunt verificate experimental, nu pot fi utilizate în studiul diferitelor componente structurale, la care variază atât solicitarea cât şi geometria.

Utilizarea conceptelor teoriei liniar-elastice ale mecanicii ruperii, permite introducerea unui parametru care să încorporeze atât efectul încărcării cât şi pe cel al geometriei. Se constată că, pentru valorile exponenţilor *m* şi *n* determinate de Head [3], relaţia (3.1) devine:

$$\frac{da}{dN} = C_1 K_I^3 \tag{3.2}$$

de unde rezultă că factorul de intensitate a tensiunii poate fi utilizat la descrierea modului de propagare a fisurii de oboseală. Folosind o teorie analitică a fenomenului de oboseală, Paris şi Anderson au arătat că viteza de propagare a fisurii de oboseală poate fi exprimată în funcţie de valoarea maximă a factorului de intensitate a tensiunii produsă de solicitarea ciclică şi de coeficientul de asimetrie al ciclului. Ulterior, Paris [5] au găsit că, pentru un domeniu destul de larg ale valorilor vitezei de propagare a fisurii de oboseală, această mărime poate fi calculată cu relaţia:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \tag{3.3}$$

în care $\Delta K = K_{max} - K_{min} = K(\sigma_{max}) - K(\sigma_{min})$ reprezintă variaţia factorului de intensitate a tensiunii pentru *modul I* de propagare a fisurii iar *C* şi *n* sunt constante care depind nu numai de material ci şi de condiţiile de solicitare – coeficientul de asimetrie a ciclului.

Legea lui Paris este una din cele mai folosite relaţii în analiza propagării fisurii produse prin oboseală. Fiind stabilită empiric, conduce la rezultate apropiate de realitate pentru un număr relativ mare de materiale în condiţii de încărcare diferite.

În *tabelul 3.1* sunt prezentate câteva valori ale constantelor *C* şi *n* după Barthelemy [6] pentru unele oţeluri şi aliaje.

Tab. 3.1. Valori ale constantelor C şi n

Materialul		C $\frac{m}{ciclu}\left(MPa\sqrt{m}\right)^{-n}$	n
Oţeluri martensitice 552 MPa<σ_a<2068 MPa		$1{,}36\cdot10^{-10}$	2,25
Oţeluri ferito-perlitice		$6{,}89\cdot10^{-12}$	3,20
Oţeluri austenitice inoxidabile		$5{,}60\cdot10^{-12}$	3,25
Aliaj de Al	$AU4GT_3$	10^{-7}	2,90
	AU2GN	$1{,}2\cdot10^{-5}$	4,20

Cele mai multe modele privind viteza de propagare a fisurii prin oboseală au fost stabilite pentru *regiunea II* a curbei *da/dN=f(ΔK)* care se caracterizează prin aceea că,

propagarea fisurii de la un ciclu la altul are un caracter stabil. Majoritatea modelelor cunoscute pot fi grupate în două mari categorii: *modele geometrice* şi *modele de cumulare ale deteriorărilor.*

Modele geometrice. Aceste modele au la bază corelaţiile stabilite experimental între distanţa dintre două striaţii succesive şi procesul de rotunjire a vârfului fisurii. Pe această bază se poate arăta că deplasarea ciclică privind deschiderea de la vârful fisurii $\Delta\delta_t$, dată de variaţia ΔK, este aproximativ egală cu viteza de propagare a fisurii da/dN, respectiv:

$$\frac{da}{dN} \approx \Delta\delta_t = \beta \frac{(\Delta K)^2}{\sigma_0' E_1} \tag{3.4}$$

în care: σ_0' reprezintă limita de curgere ciclică, $E_1 = \frac{E}{1-\nu^2}$ iar β este un coeficient determinat în funcţie de deformaţia specifică la curgere, de coeficientul de ecruisare ciclică precum şi de eficienţa procesului de deschidere - închidere a fisurii în timpul procesului de propagare. Relaţia (3.4) conduce la valoarea n=2 pentru coeficientul din relaţia lui Paris, valoare ce se regăseşte pentru multe aliaje. Aceeaşi relaţie arată că viteza de propagare a fisurii variază invers proporţional cu limita de curgere ciclică, fapt mai puţin observat experimental. Relaţia (3.4) dă rezultate bune numai pe porţiuni mici ale regiunii II.

Modele de cumulare a deteriorărilor. Aceste modele pornesc de la diferite criterii bazate pe valorile critice ale deformaţiei specifice sau ale lucrului mecanic plastic la vârful fisurii. Dacă se foloseşte un model de deteriorare de tip Coffin-Manson, [7], conform căruia propagarea fisurii prin oboseală se produce atunci când raportul dintre amplitudinea medie a deformaţiei specifice plastice $\bar{\gamma}_m^p$ şi deformaţia specifică plastică reală la ruperea statică γ_r^p este egal cu unitatea, relaţia de calcul este următoarea:

$$\int_0^N 4\left(\frac{\bar{\gamma}_m^p}{\gamma_r^p}\right)^k dN = 1 \tag{3.5}$$

unde *k* este o constantă ce poate fi egală cu 1 sau cu 2. Această teorie de deteriorare la oboseală estimează o creştere a fisurii proporţională cu radicalul razei zonei plastice de la vârful fisurii sau cu ΔK la puterea a patra. Toate modelele care se bazează pe cumularea deteriorărilor găsesc pentru exponentul *n* din relaţia lui Paris valoarea 4, ceea ce este în concordanţă cu determinările experimentale făcute pentru cele mai multe metale. În modelul lui Rice [8], propagarea fisurii devine posibilă atunci când energia totală absorbită în bucla de histerezis devine egală cu valoarea critică W_c, necesară pentru crearea unei noi suprafeţe de rupere având aria egală cu unitatea. Fie $\Delta u_y(x,0)$ deplasarea produsă în zona plastică pentru o inversiune a ciclului, atunci când originea sistemului de coordonate se află iniţial la vârful fisurii. Presupunând că viteza de propagare a fisurii este constantă şi că ruperea se produce în interiorul zonei plastice ciclice de rază r_c, incrementul de creştere a fisurii are expresia:

$$\frac{da}{dN} = \frac{4\sigma}{U_c} \int_0^{r_c} \Delta u_y(x,0) dx \tag{3.6}$$

unde σ_c reprezintă limita de curgere.

Raza zonei plastice ciclice, în ipoteza stări plane de tensiune, se calculează folosind relaţia $r_c \approx \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\Delta K}{\sigma_c}\right)^2$. În ipoteza curgerii limitate, relaţia (3.6) devine:

$$\frac{da}{dN} = \frac{5\pi(1-\upsilon^2)\sigma_c\varepsilon_c}{96U_c}\left(\frac{\Delta K}{\sigma_c}\right)^4 \tag{3.7}$$

în care ε_c reprezintă deformaţia specifică la curgere. Pentru materialele ce prezintă ecruisare sau înmuiere ciclică, valorile σ_c şi ε_c se înlocuiesc cu valorile ciclice corespunzătoare.

3.3. Relaţii pentru calculul vitezei de propagare a fisurii

Pentru calculul vitezei de propagare a fisurii de oboseală au fost propuse numeroase relaţii, teorii şi modele. Cele mai multe au aplicabilitate restrânsă, şi nu se pot utilizata pentru toate cele trei regiuni ale curbei din *figura 3.3.* În cele ce urmează se prezintă câteva dintre relaţiile mai des întâlnite în activitatea de proiectare.

1. Legea lui Paris. Intr-un sistem de coordonate dublu logaritmic, dependenţa liniară dintre viteza de propagare a fisurii şi variaţia factorului de intensitate a tensiunii, caracteristică pentru *regiunea a II-a* a curbei din *figura 3.3,* se exprimă cu ajutorul relaţiei (3.3) cunoscută sub numele de legea lui Paris. Constantele *C* şi *n* se determină experimental, valorile lor fiind influenţate de microstructură, condiţii de mediu, temperatură, tipul solicitării şi de coeficientul de asimetrie a ciclului de solicitare. Pentru coeficientul *n* ce reprezintă panta dreptei de pe *regiunea II,* Paris a găsit valoarea 4. Numeroase investigaţii experimentale au arătat că *n* este cuprins între 2 şi 7 pentru majoritatea materialelor ductile, valorile superioare corespunzând materialelor fragile. În lipsa unor date mai precise, pentru constantele definite de Paris pot fi considerate valorile $C=6{,}9\cdot10^{-12}$ *şi* $n=3$ în cazul oţelurilor feritice şi perlitice şi respectiv $C=1{,}4\cdot10^{-10}$ *şi* $n=2{,}3$ pentru cele austenitice, în care ΔK se exprimă în $MPa\sqrt{m}$ iar *da/dN* rezultă în *m/ciclu.*

Pentru regiunile I şi III, au fost propuse mai mute relaţii empirice sau semiempirice capabile să ia în consideraţie influenţa coeficientului de asimetrie asupra vitezei de creştere a fisurii şi a abaterii de la dependenţa liniară descrisă de legea lui Paris. Unele dintre aceste legi se descriu în cele ce urmează.

2. Relaţia lui Donahue [9]. Pentru valori mici ale variaţiei ΔK, respectiv pentru regiunea I a curbei din *figura 3.3,* Donahue a propus relaţia:

$$\frac{da}{aN} = C(\Delta K - \Delta K_p)^n \tag{3.8}$$

în care ΔK_p reprezintă valoarea de prag a parametrului ΔK. Această valoare se calculează cu relaţia dată de Klesnil şi Lucas:

$$\Delta K_p = (1-R)^{\gamma}\Delta K_{p0}$$

unde ΔK_{p0} reprezintă valoarea de prag în cazul R=0 iar γ este un parametru de material.

Sunt şi alte relaţii de calcul indicate în literatură pentru ΔK_p:

- după Borsom:

$$\Delta K_p = 7{,}03(1-0{,}85R)$$

- după McEvily:

$$\Delta K_p = \left(\frac{1{,}2\Delta K_{p0}}{1+0{,}2\dfrac{1+R}{1-R}} \right)$$

3. Relaţia lui Forman [10]. În *domeniul III*, viteza de propagare a fisurii de oboseală este corelată cu variaţia factorului de intensitate a tensiunii prin ecuaţia propusă de Forman:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \tag{3.9}$$

în care *C* şi *n* sunt constante de material. Relaţia (3.9) se obţine din relaţia (3.3) modificată cu termenul de la numitor, care scade odată cu creşterea încărcării şi a coeficientului R şi cu descreşterea tenacităţii la rupere K_c. Aceasta face ca, la o valoare dată a variaţiei ΔK, viteza de propagare a fisurii să crească. Situaţia în care $K_{max}=K_c$ corespunde instabilităţii.

Efectul valorilor mari ale variaţiei ΔK precum şi influenţa coeficientului de asimetrie R pot fi evidenţiate mai mult, dacă în relaţia (3.9) se face substituţia $\Delta K = (1-R)K_{max}$. Astfel, va rezulta:

$$\frac{da}{dN} = C(1-R)^{n-1}\left(\frac{K_{max}^n}{K_c - K_{max}} \right) \tag{3.10}$$

La valori mari ale variaţiei ΔK, în cazul materialelor ductile, dimensiunile zonei plastice devin însemnate iar ipotezele Mecanicii Ruperii Liniar-Elastice pot să nu mai fie valabile. În acest caz, pe suprafaţa de rupere, în afara striaţiilor, mai pot fi observate clivajul şi separarea intergranulară precum şi aspectul fibros.

4. Relaţia lui Walker. Pe cale empirică, pentru viteza de propagare a fisurii de oboseală, Walker a stabilit următoarea relaţie:

$$\frac{da}{dN} = C\frac{\Delta K^n}{(1-R)^r} \tag{3.11}$$

în care *C*, *m* şi *r* reprezintă constante de material. Această relaţie este utilizată de obicei pentru *regiunea II*, dar limitat, în anumite zone, ea poate fi utilizată şi în *regiunile I* sau *III*.

5. Relaţia lui Weertman. Relaţia semiempirică propusă de Weertman poate descrie *regiunile II* şi *III* cu ajutorul relaţiei:

$$\frac{da}{dN} = C\frac{\Delta K^4}{K_c^2 - K_{max}^2} \tag{3.12}$$

Relaţia (3.12) a fost ulterior perfecţionată astfel încât să poată fi aplicată şi la materiale cu ecruisare. Astfel:

$$\frac{da}{dN} = C\frac{\Delta K^4}{G\sigma_c^2 U_c} \tag{3.13}$$

în care C este o constantă de proporţionalitate, G este modulul de elasticitate transversal iar σ_c reprezintă limita de curgere.

6. Relaţii generalizate. Incercările experimentale pe anumite materiale au arătat că, pentru multe cazuri, cele trei domenii se reduc la unul singur. Pornind de la aceste considerente s-au propus o serie de dependenţe care permit o descriere completă a diagramei *da/dN=f(ΔK)*. Dintre acestea putem aminti, în primul rând, relaţia propusă de *Austen* utilizabilă în cazul oţelurilor de construcţii:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\Delta K^2}{4\pi\sigma_c E}\left(\frac{\Delta K - \Delta K_p}{K_{Ic} - \frac{\Delta K}{1-R}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.14}$$

Forman a propus o relaţie generală de forma:

$$\frac{da}{dN} = C\left(\frac{K_{max}\frac{1-R}{1-nR} - \Delta K_p}{K_c - K_{max}}\right)^{n_1} \tag{3.15}$$

în care *C, n* şi n_1 sunt constante de material.

O altă relaţie care descrie curba din *figura 3.3* a fost prezentată de Erdogan şi Ratwani şi are expresia:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(1+\beta)^n \Delta K^{n_1}(\Delta K - \Delta K_p)^{n_1}}{K_c - (1+\beta)\Delta K} \tag{3.16}$$

unde *C, n* şi n_1 sunt constante de material iar β are expresia:

$$\beta = \frac{K_{max} + K_{min}}{K_{max} - K_{min}}$$

Factorul $(1+\beta)^n$ este introdus pentru a lua în consideraţie efectul tensiunii medii asupra propagării fisurii de oboseală iar numitorul ţine seama de datele experimentale la nivele ridicate ale tensiunii. Factorul $(\Delta K - \Delta K_p)^{n_1}$ ia în consideraţie datele experimentale la nivele coborâte ale tensiunilor şi ţine seama de existenţa pragului de propagare. Alegând în mod corespunzător constantele, relaţia (3.16) este în concordanţă cu datele experimentale, pentru domeniul de valori ale vitezelor cuprins între $25\cdot10^{-8}$ şi 0,25 mm/ciclu.

Momentul apariţiei propagării instabile a fisurii poate fi pus în evidenţă mai bine dacă numitorul din relaţia (3.11) este rescris sub forma:

$$\left[\frac{\Delta K}{K_{max}}(K_c - K_{max})\right]^q$$

astfel încât, atunci când K_{max} tinde către K_c numitorul tinde spre zero. Totuşi, dimensiunile constantei C depind de valorile exponenţilor. Pentru a elimina acest dezavantaj, ecuaţia poate fi rescrisă sub forma:

$$\frac{da}{dN} = C' \frac{(1-R)^m \left[\frac{\Delta K - \Delta K_p}{K_0}\right]^p \left(\frac{\Delta K}{K_0}\right)^{n_1}}{(1-R)^q \left[1 - \frac{K_{max}}{K_c}\right]^q} \tag{3.17}$$

în care sunt utilizate numai rapoarte adimensionale.

Pentru studiul propagării elasto-plastice a fisurilor de oboseală s-a încercat utilizarea conceptului *integralei J*. În acest scop a fost propusă relaţia:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta J)^m \tag{3.18}$$

care are aceeaşi structură ca şi legea lui Paris.

3.4. Descriere program de încercări

Programul da/dN pentru determinarea vitezei de propagare a fisurilor prin oboseală efectuează încercarea la oboseală producând propagarea fisurii plecând de la vârful concentratorului practicat în proba compactă.

Metoda de testare prevede încărcări ciclice ale probelor crestate care au fost pre-fisurate prin oboseală. Lungimea fisurii este măsurată în funcţie de numărul de cicluri la oboseală efectuate până în momentul respectiv, iar datele sunt supuse analizei numerice pentru a stabili viteza de propagare a fisurii. Viteza de propagare a fisurii este exprimată în funcţie de factorul de intensitate a tensiunii, (ΔK), ce se calculează pe baza analizei în domeniul liniar - elastic.

Materiale care pot fi testate prin această metodă nu sunt limitate în grosime sau rezistenţă, cu condiţia ca probele să fie suficient de groase pentru a preveni flambajul şi pentru ca în timpul încercării să rămână în zona de elasticitate. Metoda de încercare defineşte o gamă largă de mărimi, cu dimensiuni proporţionale, dar dimensiunea poate fi modificată în funcţie de limita de curgere şi sarcina aplicată.

Epruveta de tracţiune sau epruveta compactă – CT (compact tension) are o singură crestătură laterală în prelungirea căreia se induce o fisură prin oboseală care să fie ca aspect cât mai apropiată de fisurile reale. Configuraţia şi dimensiunile generale ale acestei probe sunt prezentate în *figura 3.4.*

Rezultatele sunt exprimate în termenii factorului de intensitate a tensiunii la vârful fisurii, Delta-K (ΔK), este definit de teoria elasticităţii liniare. Programul da/dN conţine diferite

modalităţi de a determina propagarea fisurii prin oboseală. Propagarea fisurii este determinată de obicei vizual, dar mai există şi alte metode cum ar fi diferenţa de potenţial, determinarea complianţei la descărcare, etc.

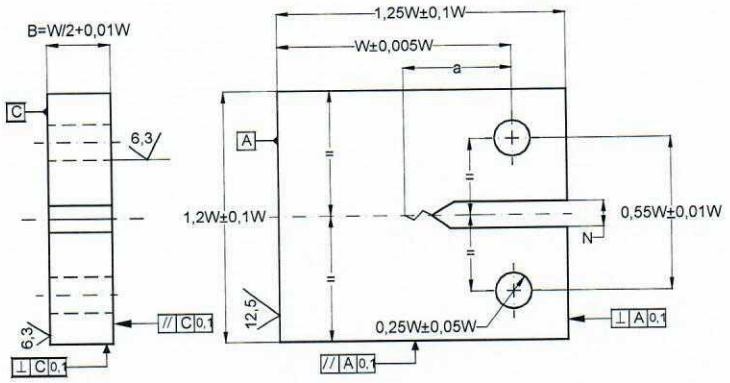


Fig. 3.4. Proba de tracţiune – CT (compact tension)

Programul de determinare a vitezei de propagare a fisurii prin oboseală îndeplineşte majoritatea cerinţelor standardului ASTM E647. Parametrii de încercare se introduc de la un ecran principal de date. În meniul principal al programului se introduc date pentru identificarea lotului şi probei, configuraţia şi dimensiunile probei precum şi parametrii de control şi testare. Se pot stoca toate aceste informaţii de configurare ca o configurare unică, personalizată de testare, care se pot prelua mai târziu pentru a rula teste similare, sau pentru a repeta testele anterioare. În timpul execuţiei programului şi a desfăşurării încercării este afişat un grafic ce arată forma de undă sub care se face încercarea. De asemenea, se mai afişează un al doilea grafic care dă lungimea fisurii în raport cu numărul de cicluri sau forţa în raport cu COD (Crack Opening Displacement - semnalul de la extensometru) sau alte asemenea dependenţe care se pot selecta cu ajutorul butonului din meniu.
Programul poate utiliza metoda complianţei pentru determinarea creşterii lungimii fisurii propagate. Relaţia dintre complianţă şi lungimea fisurii a fost determinată analitic pentru un număr de probe standard, inclusiv pentru proba compactă (CT).

Aceste relaţii sunt, de obicei, exprimate în termeni adimensionali, pentru complianţă având relaţia:

$$U = \frac{E \cdot v \cdot B_{eff}}{P}$$

iar lungimea fisurii normalizată, a/W este definită de relaţia:

$$\frac{a}{W} = \sum_{i=0}^{5} \left(C_i \cdot U^i \right) \qquad (3.19)$$

unde:

- E- modulul lui Young;
- v este deplasarea între punctele în care este ataşat extensometrul;
- B_{eff} este grosimea efectivă a probei;
- P este forţa între punctele de măsurare;

- a este lungimea fisurii;
- W este lățimea probei, a se vedea *figura 3.4*;
- $C_{0...5}$ sau C_i sunt coeficienții de complianță prezentați în *tabelul 3.2*.

Pentru proba compactă (CT) coeficienții sunt dați atât pentru fața frontală cât și pentru linia de încărcare (în funcție de locul în care se face măsurarea pentru v – cu extensometrul pentru fața frontală, pentru deplasarea traversei la punctele de aplicație ale forței).

Tab. 3.2. Coeficienții specifici ai complianței pentru probele: *compactă CT, Centre Cracked Tension, Bend* și *Disc Compact Tension*

Specimen	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
CT_{ff}	1.0010	-4.6695	18.460	-236.82	1214.9	-2143.6
Stepped Notch Compact Tension & CT_{II}	1.000196	-4.06319	11.242	-106.043	464.335	-650.677
CCT	-0.12365	3.353445	4.963435	-56.569	98.013	-52.0929
Bend	0.999748	-3.9504	2.9821	-3.21408	51.51564	-113.031
DCT	1.000	-4.459	2.066	-13.041	167.627	-481.4

Pentru **proba compactă** complianța este dată de relația:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\frac{E \cdot v \cdot B_{eff}}{P} + 1}} \tag{3.20}$$

unde B_{eff} este grosimea efectivă a probei și este dată de relația:

$$B_{eff} = B - \frac{(B - B_{net})^2}{B} \tag{3.21}$$

Datele obținute din încercarea din care se determină viteza de propagare a fisurii prin oboseală se utilizează pentru a determina adecvarea materialului testat la aplicațiile la care va fi supus în exploatare. Informațiile obținute din cadrul unei asemenea încercări pot fi importante în alegerea materialului potrivit pentru componentele și structurile la care fisurile provocate de fenomenul de oboseală pot fi critice pentru durata de viață a respectivei componente sau structuri.

Ce se întâmplă în timpul unui test?

În general, programul de propagare a fisurilor prin oboseală Instron FastTrack da/dN, *figura 3.5*, produce o încercare de oboseală prin care se încarcă și descarcă în mod repetat o probă din materialul dorit, pentru ca o fisură să se propage de la nivelul crestăturii practicate în prealabil prin prelucrare mecanică. Încercarea are loc până când fisura atinge o lungime pre-stabilită, sau până când se ating un număr de cicluri de solicitare, moment în care programul prezintă în mod automat anumite rezultate.

Fig. 3.5. Programul Instron FastTrack da/dN

După terminarea încercării, programul poate reprezenta următoarele grafice:

- Viteza de propagare a fisurii (da/dN) în raport cu Delta-K (ΔK);
- Lungimea fisurii în raport cu numărul de cicluri;
- ΔK în raport cu numărul de cicluri;
- ΔP în raport cu numărul de cicluri.

Programul de determinare a vitezei de propagare a fisurii sub oboseală îndeplineşte majoritatea cerinţelor prevăzute de standardul ASTM E647.

Programul conţine o opţiune prin care poate trece automat în modul de determinare a tenacităţii la fisurare KIc.

3.5. Efectuarea încercărilor

Se porneşte maşina de încercat INSTRON urmând următorii paşi:

Pornire Consolă

1. Pornire comutator (PLC) – manetă – de pe cutia de comutare a blocului hidraulic
2. Pornire Consolă – buton – din spatele unităţii de tip CONSOLA, (se APRINDE BUTONUL "O" de la maşină)
3. Pornire P.C. – buton
4. *3.a. Se aşteaptă 2 minute pentru pornire – altfel la ⚠ (galben) apare menţiunea* ***uncalibrated*** *(⚠ blink galben)*
5. Pornire soft "Instron Console" de pe P.C.
6. Apare "blink" "R" – trebuie Restaurată calibrarea pentru FORŢĂ
7. Se apasă pe "R" de pe consolă şi apoi pe "R" de pe "Load"
8. Se apasă pe "**Restore Calibration**"
9. "Close" de pe menu-ul astfel deschis de pe consolă
10. Pe Consolă rămâne culoarea **galben intermitent** cu semnul ⚠
11. Se porneşte apa de la reţea
12. Se porneşte maşina cu butonul "I" – presiune joasă – se ţine apăsat până când pompa intra în regim staţionar
13. Pe Consolă apare verde intermitent

14. Se apasă pe"II" – de la maşină – presiune înaltă
15. Cu ajutorul butonului " ↑ " de pe telecomandă se ridică pistonul – astfel se va putea stabili şi limita superioară de la punctul 17.
16. Se apasă pe imaginea din stânga sus,
17. Se apasă pe "Position" – actualmente cu verde şi săgeţile alb
18. De la General (stânga sus) se apasă pe "Primary limits" (devine portocalie)
19. Se apasă pe "Arm all limits"
20. Apar toate săgeţile (de la Position şi Load) cu verde

Pornire program da/dN

Se porneşte programul da/dN care conţine mai multe sectoare, *figura 3.6.*

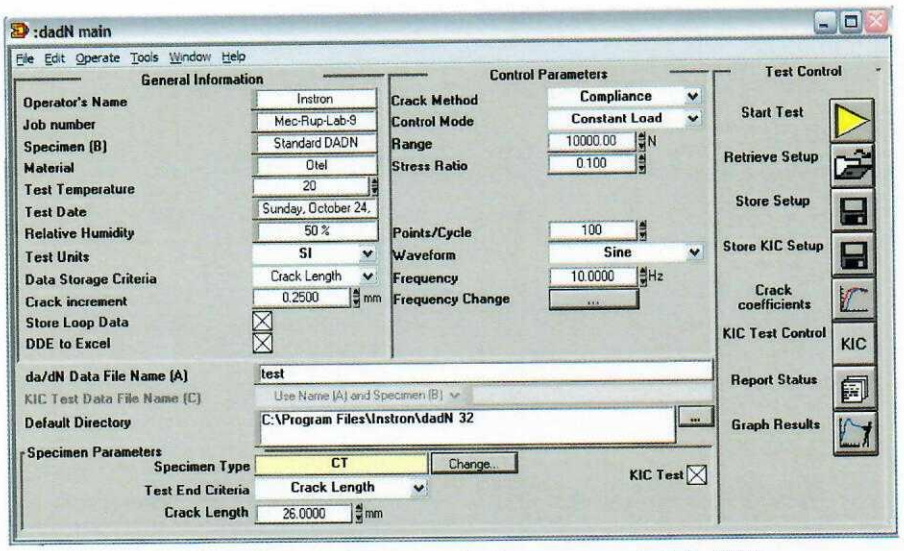


Fig. 3.6. Ecranul principal al programului da/dN

Primul sector se referă la informaţii generale referitoare la denumirea încercării, material, dată, sistemul de unităţi de măsură şi criteriul de stocare a datelor care poate să fie pentru **lungimea fisurii sau numărul de cicluri de solicitare**.

Al doilea sector cuprinde date referitoare la numele fişierului în care se vor stoca datele, criteriul de sfârşit de încercare ce poate fi **numărul de cicluri sau lungimea finală** a fisurii şi date geometrice despre probă, *figura 3.7.* Dacă lungimea finală a fisurii, dată manual prin butonul „visual" sau calculată prin Complianţă depăşeşte valoarea dată aici (26 mm) încercarea se opreşte şi se formează rezultatele finale.

In acest ecran se trec toate date referitoare la dimensiunile probei, la poziţionarea extensometrului (gauge location – distanţa de la punctul de aplicaţie al forţei la braţele extensometrului, knife edge thickness – aceeaşi valoare – diferă doar pentru proba de încovoiere şi gauge length – distanţa dintre braţele extensometrului – 10 mm) şi date referitoare la material. Modulul de elasticitate de aici precum şi B şi B_n se vor utiliza în calculul Complianţei.

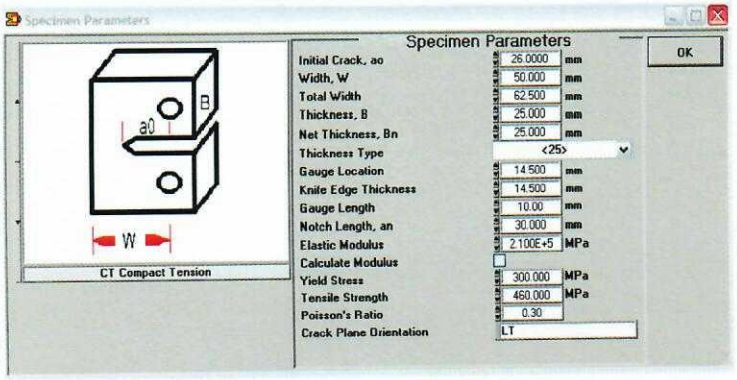


Fig. 3.7. Proba compactă – dimensiuni

Al treilea sector cuprinde:

a) metoda de calcul pentru lungimea fisurii propagate. În cazul în care se alege *modul vizual,* metoda de lucru este următoarea:

- după start-test apare un nou ecran cu graficul de variație a forței în raport cu timpul și un al doilea grafic, *figura 3.8,* ce cuprinde mai multe posibilități pentru abscisă și ordonată: descărcarea în funcție de timp, forța în funcție de deplasare, forța în funcție de LPD redus și forța în funcție de LPD histerezis.

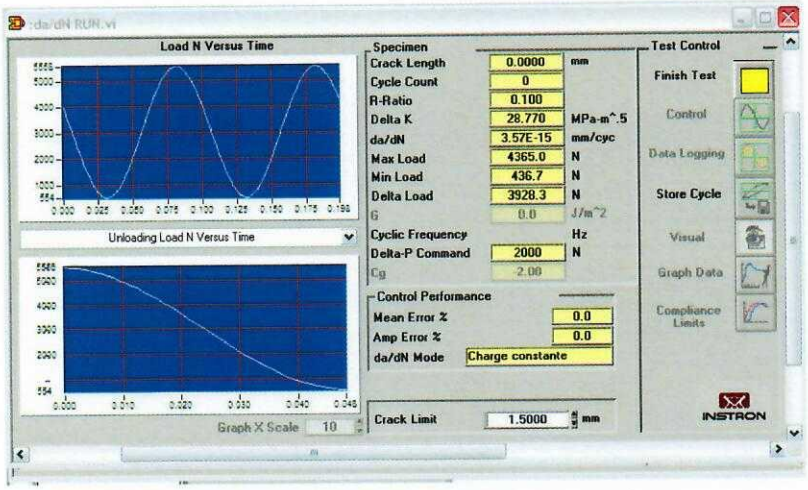


Fig. 3.8. Ecranul de încercare – secundar

- Atunci când fisura se propagă în mod vizibil, se apasă pe butonul „visual" și se tastează lungimea fisurii actuale. Aceasta se citește pe ecranul laptop-ului, imaginea fiind preluată „live", cu o cameră de luat vederi sau o webcam, de pe epruvetă, *figura 3.9*. Pentru ușurința citirii, pe epruvetă este instalată o scală gradată care pe imaginea „live' este mărită.

In cazul în care se alege metoda de calcul cu ajutorul *Complianței,* prin apăsarea butonului „crack coefficients" din meniu-ul principal se pot verifica coeficienții din *tabelul 3.2* ce se utilizează în relația (3.19) pentru calculul lungimii fisurii propagate **a**, *figura 3.10.* Complianța din relația (3.20) utilizează valorile date în meniu-ul din *figura 3.7* pentru E, B și B_{net}. Valoarea pentru v (deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii) se preia automat de la extensometrul montat pe fața frontală a probei (COD – crack opening displacement) iar forța se ia din execuția programului care apare și în meniu-ul secundar – atunci când are loc încercarea, *figura 3.8.*

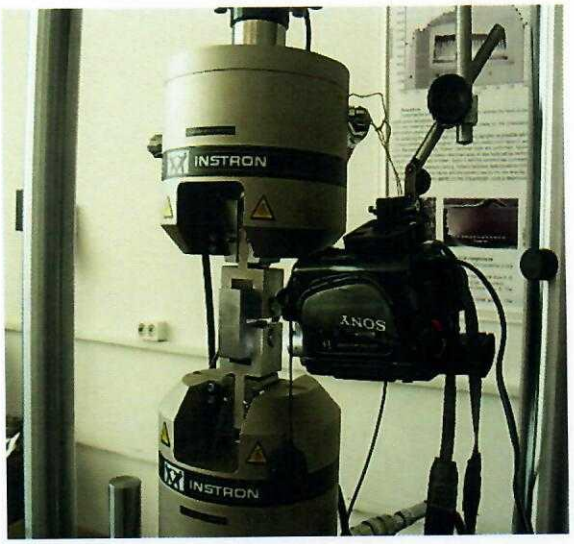


Fig. 3.9. Maşina universală de încercat INSTRON 8801 - Determinări pe proba compactă

In timpul încercării va apărea ecranul din *figura 3.8.* În acest ecran se pot schimba în timpul încercării următoarele: valorile minime şi maxime ale forţei de încercare şi lungimea fisurii finale.

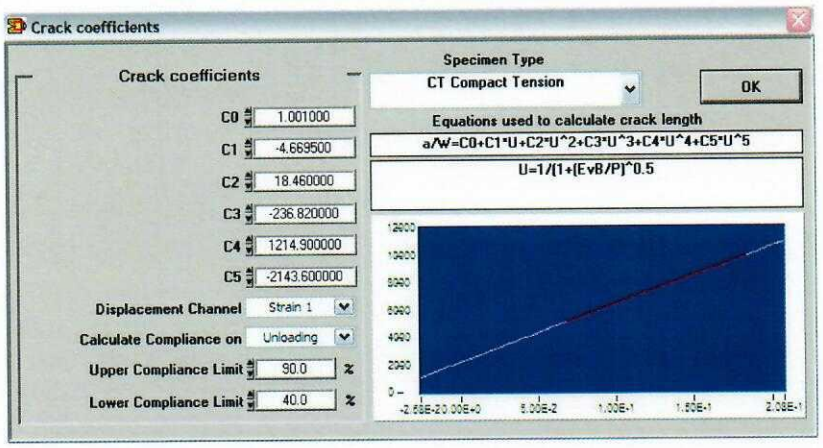


Fig. 3.10. Coeficienţii utilizaţi pentru metoda Complianţei

b) pentru modul de control al forţei se va alege „constant load" cu o forţă de 10000 N pentru proba B-25. În aceste condiţii fisura se va propaga lent în timp.

c) In aceeaşi secţiune „stress ratio" ales cu valoarea 0,1 presupune o încercare între F_{min}==$0,1 \cdot F_{max}$ şi F_{max}, deci între 1000 şi 10000 N.

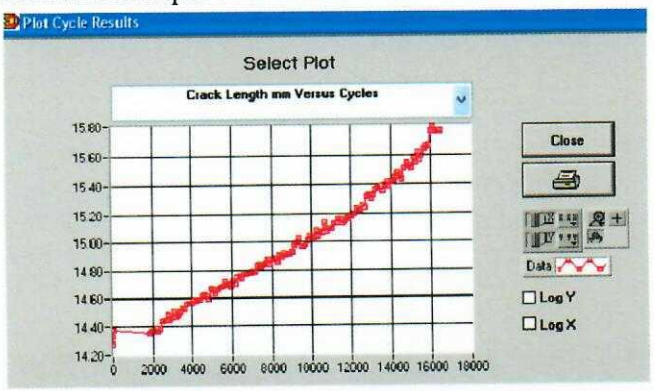
d) Numărul de puncte se urmează a se stoca pe un ciclu se alge 10;

e) Forma ciclului se alege sinusoidală cu o frecvenţă de 10 Hz.

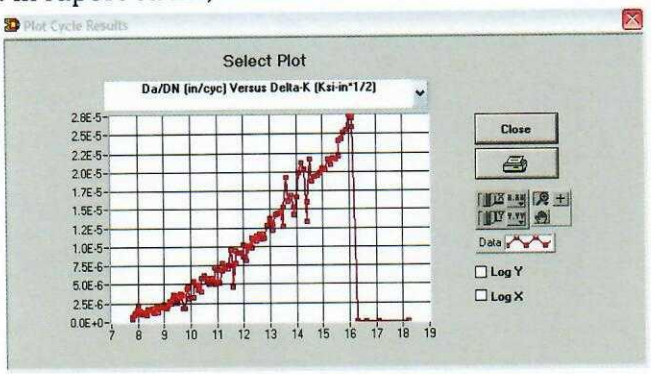
3.6. Rezultate experimentale

Rezultatele sunt prezentate atât sub formă de grafice cât şi sub formă de tabele de date. În funcţie de opţiunea utilizatorului graficele pot fi:

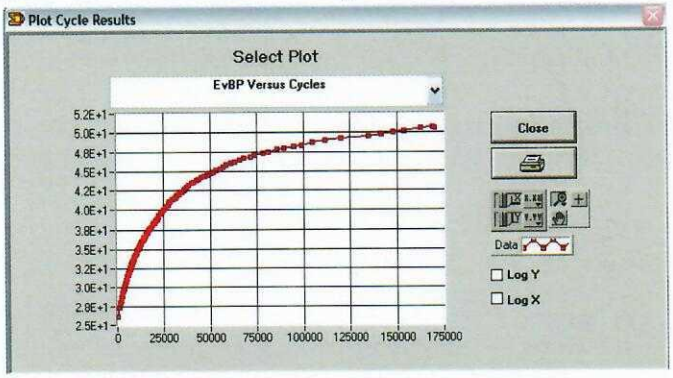
- Variația lungimii fisurii în raport cu numărul de cicluri de solicitare



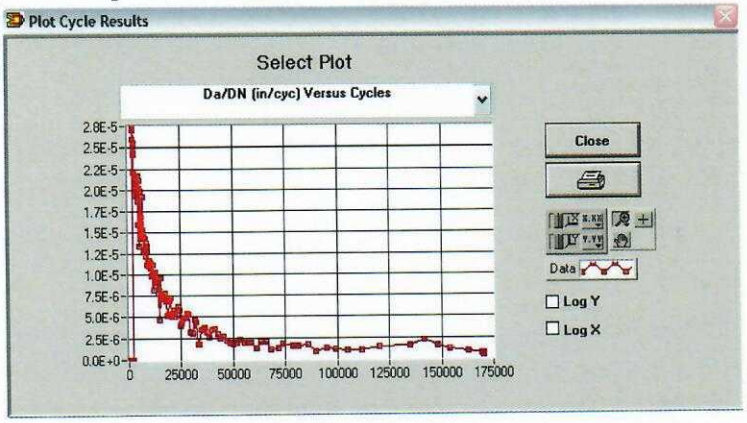
- Variația da/dN în raport cu ΔK;



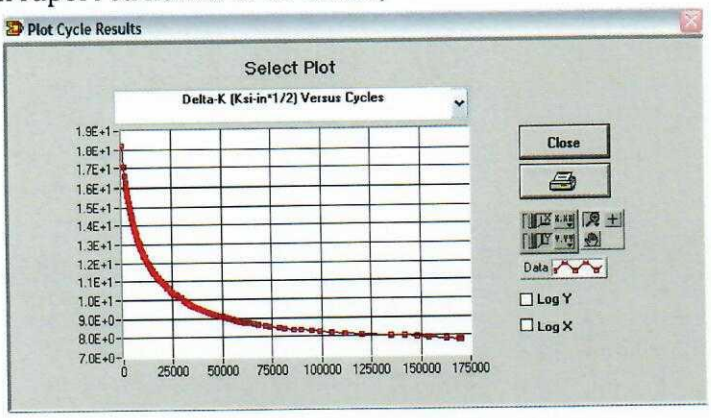
- Variația deplasării flancurilor fisurii în raport cu numărul de cicluri



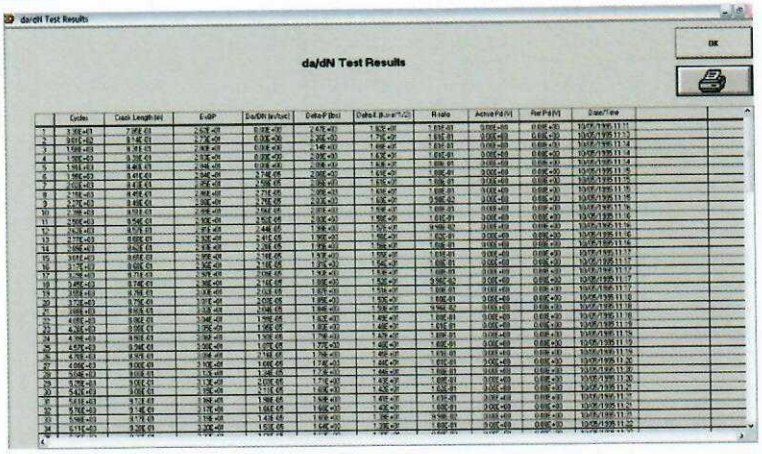
- Variația da/dN în raport cu numărul ce cicluri;



- Variația ΔK în raport cu numărul de cicluri;



- Tabelul de date



In continuare se vor prezenta rezultate experimentale obținute pe **probe confecționate din șină de cale ferată.**

Calculul da/dN pentru șina '85

Din tabelul de date furnizat de către mașina de încercat se preiau datele necesare și se trasează variația da/dN în raport cu timpul (sau cu numărul de cicluri), *figura 3.10*. Așa cum se constată din această figură, viteza de propagare a fisurii variază în timpul încercării. De exemplu, în perioada de sfârșit a încercării viteza de propagare a fisurii crește în mod semnificativ. Totuși, pe noi ne interesează zona în care viteza de propagare a fisurii are o valoarea constantă, atunci când suntem cu lungimea fisurii la o valoare intermediară: nici la început cât apar fenomene legate de ecruisare, nici la sfârșit când deja lungimea fisurii a ajuns la o valoare la care aceasta se propagă cu viteză destul de mare, chiar brusc. Se poate aproxima variația da/dN în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. În consecință pentru calculul vitezei de propagare a fisurii în acest caz, am ales timpul de 200 secunde ca fiind semnificativ pentru constanța vitezei de propagare a fisurii. În graficul din *figura 3.11* s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru proba '85, la timpul de 200 secunde:

$$\mathbf{da/dN_{sina'85} = 0,0000985\ mm/ciclu} \qquad (3.22)$$

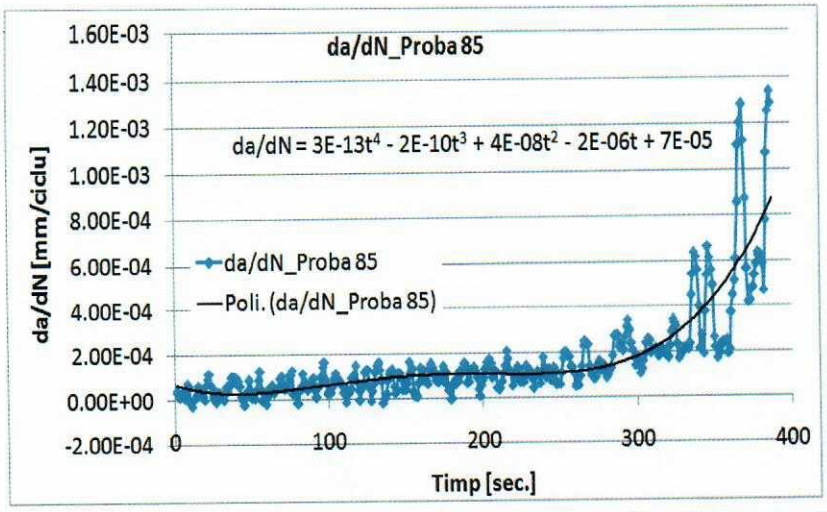


Fig. 3.11. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – proba '85

Calculul da/dN pentru șina '86

In *figura 3.12* se prezintă variația vitezei de propagare a fisurii în raport cu timpul pentru șina '86.

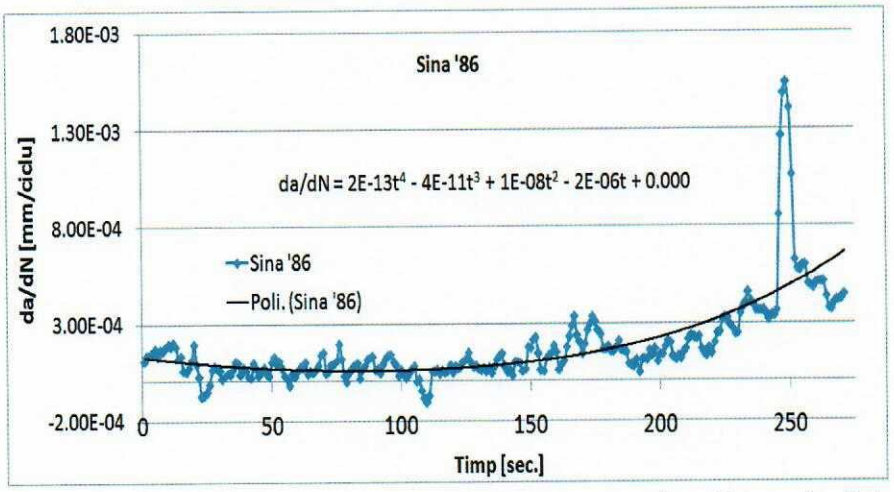


Fig. 3.12. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – proba '86

S-a aproximat variația da/dN în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. Se constată faptul că viteza de propagare a fisurii începe să crească după aprox. 150 de secunde de la începutul încercării. Ca urmare, se poate lua valoarea pentru timp de 136 de secunde ca fiind reprezentativă pentru a determina viteza de propagare a fisurii. La această valoare se înregistrează începutul creșterii vitezei de propagare a fisurii. În graficul din *figura 3.12* s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru proba '85, la timpul de 136 secunde:

$$\mathbf{da/dN_{sina'86} = 0,0000935\ mm/ciclu} \tag{3.23}$$

Calculul da/dN pentru șina NOUA

In *figura 3.13* se prezintă variația vitezei de propagare a fisurii în raport cu timpul pentru șina NOUA.

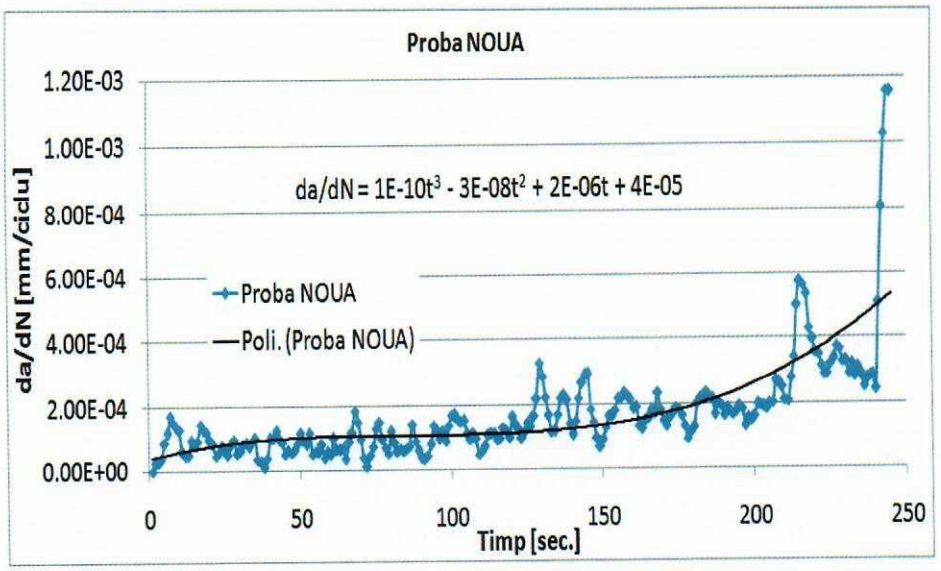


Fig. 3.13. Variația în timp a vitezei de propagare a fisurii – șina NOUA

S-a aproximat variația da/dN în raport cu timpul cu un polinom de gradul 4. Se constată faptul că viteza de propagare a fisurii începe să crească după aprox. 123 de secunde de la începutul încercării. Ca urmare, se poate lua valoarea pentru timp de 123 de secunde ca fiind reprezentativă pentru a determina viteza de propagare a fisurii. În graficul din figura 3.12 s-a găsit pentru viteza de propagare a fisurii pentru șina NOUA, la timpul de 123 secunde:

$$\mathbf{da/dN_{sinaNOUA} = 0,0000978\ mm/ciclu} \qquad (3.24)$$

Concluzii

Viteza de propagare a fisurii la oboseală (m/Gc) trebuie să nu depășească valorile indicate în *tabelul 3.1* din standardul SR EN 13674-1:2011, respectiv:

Tab. 3.1 din standardul SR EN 13674-1:2011– Viteza de propagare a fisurii la oboseală

Marca oțelului	ΔK = 10 MPa m$^{1/2}$	ΔK = 13,5 MPa m$^{1/2}$
Toate mărcile cu excepția R200 și R320Cr	17 m/Gc=0,000017 mm/ciclu	55 m/Gc=0,000055 mm/ciclu

Din încercările și determinările realizate asupra celor trei tipuri de șină, reiese faptul că viteza de propagare a fisurii pentru toate șinele analizate, este mai mare decât cele indicate în standardul SR EN 13674-1:2011. Totuși, se constată faptul că și șina NOUA are valori foarte apropiate de șinele '85 și '86. In consecință, dacă avem în vedere o **deteriorare** a caracteristicii „viteză de propagare a fisurii" pentru șinele '85 și '86, **aceasta pare a nu fi avut loc**. Valorile determinate pentru viteza de propagare a fisurii în materialul din care au fost confecționate șinele '85 și '86 rulate în exploatare, sunt normale, caracteristice respectivului material, necuprins în tabelul 3 din standardul SR EN 13674-1:2011.

BIBLIOGRAFIE

[1] F.A McClintock, Plasticity aspects of fracture. In Fracture: An Advanced Treatise, Vol.3: 47-225, Academic Press, New York, 1971.
[2] P.C. Paris, G.C. Sih, Stress analysis of cracks. Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381: 30-83, Philadelphia: ASTM, 1965.
[3] A.K. Head, Physics and Strength of Plasticity, M.I.T. Press, 1969
[4] N.E. Frost, D.S. Dugdale, The propagation of fatigue cracks in test specimens. J Mechan Phys Solids; 6:92–110, 1958.
[5] P.C. Paris, F. Erdogan, F. A critical analysis of crack propagation Laws. Transaction ASME, Journal of Basic Engineering, vol. 85, no. 4, p. 528-533, 1963.
[6] G.C. Sih, B.M. Barthelemy. Mixed-mode fatigue crack growth predictions. Engineering Fracture Mechanics, vol. 13, no. 3, p. 439-451, 1980.
[7] L. F. Coffin, S. S. Manson, Explain fatigue crack-growth in terms of plastic strain in the tip of cracks, 1954.
[8] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, J. Appl. Mech., 35: 379-386, 1968.
[9] R.J. Donahue, H.M. Clark, P. Atanmo, R. Kumble, A.J. McEvily, Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth, International Journal of Fracture Mechanics 8, 209–219, 1972.
[10] R. G. Forman, V. E. Kearney, R. M. Engle, Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures, *J. Basic Eng* 89(3), 459-463, Sep 01, 1967.
[11]. V. Goanță, Mecanica ruperii, Ed. Tehnopress, Iași, 2006.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 4

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE PENTRU MATERIALE METALICE PREPONDERENT FRAGILE

4.1. Semnificația mărimilor utilizate
4.2. Aparatura necesară
4.3. Configurația probelor utilizate
4.4. Fisurarea prin oboseală
4.5. Modul de lucru
4.6. Validarea rezultatelor încercării
4.7. Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON
4.8. Rezultate experimentale obținute
4.9. Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute

Determinarea experimentală a rezistenței la fisurare este standardizată de ASTM E 399/1997 și se referă la probe din materiale metalice cu o comportare liniar elastică până la rupere. *Scopul încercării* este determinarea valorii critice a factorului de intensitate a tensiunii K_{Ic} în condițiile stării plane de deformație și a deplasării flancurilor fisurii după *modul I*. Această metodă implică încercarea unor probe standardizate, prevăzute cu o crestătură laterală inițială în prelungirea căreia se propagă o fisură prin oboseală. Solicitările la care sunt supuse probele cu diferite configurații sunt de tracțiune sau încovoiere. Pe parcursul încercării se urmăresc mai multe aspecte. Trebuie trasată dependența forță – deplasarea marginilor crestăturii inițiale. Se stabilește încărcarea corespunzătoare propagării fisurii la o deplasare mai mare cu 2% față de cea corespunzătoare apariției primei neliniarități a graficului forță – deplasare. Valoarea pentru rezistența la fisurare K_{Ic} se determină pe baza unor relații de calcul stabilite ca urmare a analizei tensiunilor elastice corespunzătoare tipului de probă și solicitare utilizate. Validitatea determinării acestei valori depinde, într-o bună măsură, de „ascuțimea" fisurii propagate prin oboseală astfel încât aceasta să aproximeze cât mai bine o fisură reală. In acest sens, nivelul tensiunilor de oboseală pentru prefisurare trebuie să fie cât mai scăzut.

4.1. Semnificația mărimilor utilizate

Mărimea K_{Ic} caracterizează rezistența la fisurare a materialului în condiții de mediu neutre și în prezența unei fisuri severe astfel încât starea de tensiuni în apropierea flancurilor fisurii să inducă o deformație plană iar regiunea deformată plastic de la vârful fisurii să fie mică în comparație cu dimensiunile probei și cu lungimea fisurii. Valoarea determinată pentru

K_{Ic} reprezintă valoarea limită, inferioară, a rezistenței la fisurare. Această valoare poate fi utilizată pentru a pune în evidență relația existentă între tensiunea de rupere și mărimea defectului pentru materialul aflat în serviciu.

Pot exista anumite fenomene ce conduc la determinarea unei valori pentru K_{Ic} care să nu fie reprezentativă pentru materialul respectiv. Răspunsul materialului în ceea ce privește determinarea K_{Ic} este influențat de viteza de încercare și de temperatură. Pe de altă parte, solicitarea ciclică poate cauza propagarea fisurii la valori K_I mai mici decât K_{Ic}. Propagarea fisurii sub solicitare ciclică sau chiar sub solicitare statică menținută un timp îndelungat, trebuie să țină seama și de existența factorilor de mediu sau a agenților corozivi. In exploatare trebuie să se pună în evidență diferențierile care apar în ceea ce privește condițiile de încercare din laborator și cele din exploatare.

Cu certitudine nu se va obține o valoare validă pentru K_{Ic} dacă materialul avut la dispoziție în vederea solicitării nu are mărimea necesară pentru a se executa probele de dimensiunile cerute. In astfel de cazuri, K_{Ic} nu mai reprezintă un concept al Mecanicii liniare a ruperii dar poate fi utilizat pentru măsurători comparative ale tenacității materialelor, atunci când probele sunt de aceeași formă și dimensiune. Chiar dacă probele nu au mărimea necesară pentru *validarea rezultatelor încercării* (descrisă în paragrafele următoare), totuși dimensiunile lor trebuie să permită ca la forța maximă să aibă loc mai degrabă propagarea pronunțată a fisurii decât apariția unei deformații plastice generalizate.

Această metodă de determinare poate fi utilizată în următoarele scopuri:

1. In cercetare și dezvoltare pentru a stabili, în termeni cantitativi, performanța în serviciu a unui material, efectele variabilelor metalurgice (tratamentele termice, compoziția, etc.) sau a operațiilor de fabricare (prelucrarea mecanică, sudarea, etc.) asupra rezistenței la fisurare;
2. In exploatare pentru a stabili materialul corespunzător a fi utilizat în anumite aplicații pentru care trebuie determinată mărimea maxim-admisibilă a defectelor din material;
3. Pentru elaborarea anumitor specificații în ceea ce privește calitatea fabricației, dar numai acolo unde există o bază solidă pentru determinarea valorilor K_{Ic}. Pentru aplicații particulare, valorile stabilite pentru K_{Ic} trebuie puse în concordanță cu solicitarea reală a componentei respective, cu sensibilitatea și precizia metodelor de control nedistructiv utilizate în vederea determinării fisurilor propagate în timpul funcționării.

4.2. Aparatura utilizată

Probele trebuie solicitate pe o mașină de încercat care să aibă dispozitivele necesare pentru înregistrarea variației forță – deplasare. Având în vedere faptul că se pot utiliza diferite configurații ale probelor, dispozitivele de fixare pe mașina de încercat trebuie adaptate la cerințele determinate de respectivele probe. Aceste dispozitive vor asigura, printre altele, o bună aliniere a direcției forțelor aplicate și o perpendicularitate a direcției forțelor relativă la planul fisurii.

Pentru determinarea variației deplasării în timpul solicitării se va utiliza un *traductor de deplasare, figura 4.1.*

Mărcile tensometrice utilizate din cadrul acestui dispozitiv trebuie să fie precis și corect poziționate. Trebuie avut în vedere ca acest traductor să nu sufere deteriorări atunci când proba se rupe. Traductorul de deplasare are în componență elementele elastice *1*, pe care se lipesc traductorii electrici rezistivi T_1, C_1, T_2 și C_2, elementele *1* fiind rigidizate prin șurubul 3 și piulița 4 de corpul 2. Traductorii electrici rezistivi aplicați pe lamelele elastice *1* trebuie să aibă un factor de sensibilitate de cel puțin 2. Mărcile tensometrice sunt lipite pe suprafețele supuse la tracțiune și compresiune ale fiecărei lamele și conectate la o punte Wheatstone, *figura 4.2*, ce conține rezistențe variabile.

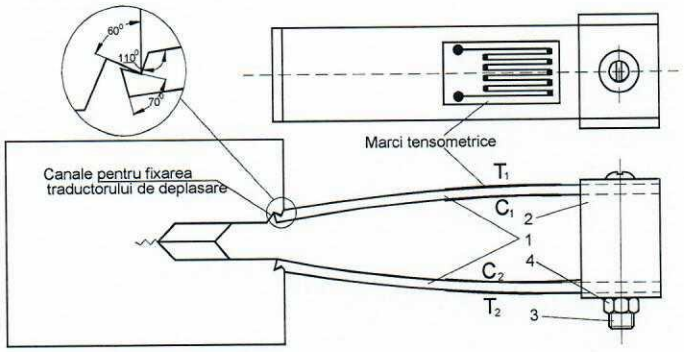


Fig. 4.1. Traductorul de deplasare

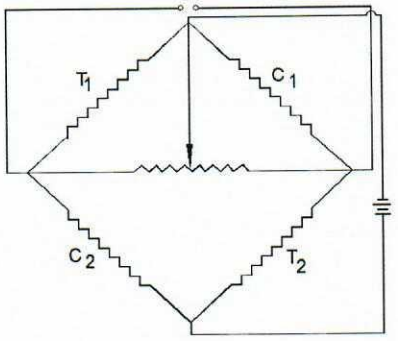


Fig. 4.2. Puntea Wheatstone

Materialul din care sunt confecționate lamelele dispozitivului trebuie să aibe un coeficient ridicat al limitei elastice, respectiv raportul (σ_c/E). Detalii privind dimensiunile pentru lamelele elastice și pentru piesa intermediară sunt prezentate în *figura 4.3*.

Măsurarea forței și a deplasării la deschiderea fisurii se face printr-o înregistrare continuă, preluându-se semnalul de la traductorul de forță și de la traductorul de deplasare. Preciziile traductorului de forță și a înregistratorului trebuie să fie de ±1%, iar precizia înregistrării deplasării la deschiderea fisurii sub acțiunea forței aplicate trebuie să fie de cel puțin $3 \cdot 10^{-3}$ mm pentru deplasări de până la 0,5 mm și de ±1% din valoarea înregistrată pentru deplasări mai mari.

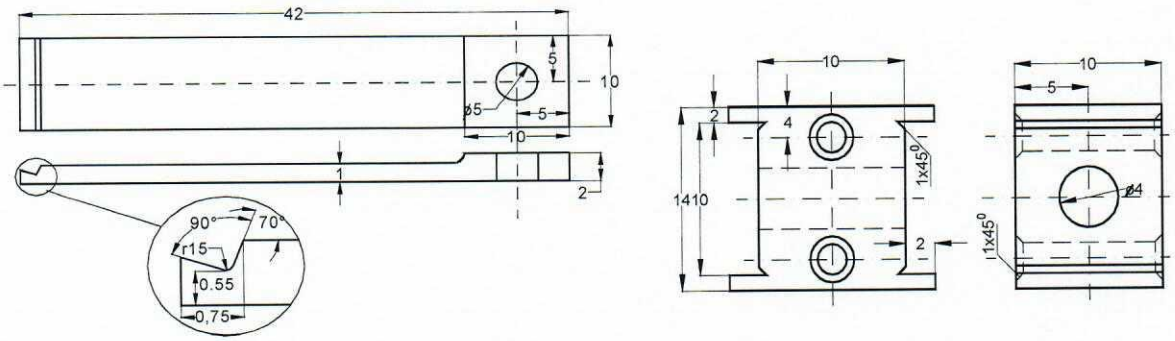


Fig. 4.3. Detalii pentru lamele și piesa intermediară ale traductorului de deplasare

Mărcile tensometrice trebuie să furnizeze un semnal perfect liniar pe domeniul de deplasare în care se lucrează, respectiv 2,5 mm. Liniaritatea semnalului se poate verifica cu ajutorul unui extensometru de calibrare. Pentru calibrare se vor face 10 citiri la intervale egale, pe întreg domeniul de lucru al mărcii. Această procedură de calibrare se repetă de trei

ori pentru fiecare marcă, de fiecare dată demontându-se şi apoi aşezându-se din nou, în degajările respective, dispozitivul de deplasare. Abaterea de la liniaritate, aproximată prin metoda celor mai mici pătrate, trebuie să fie de maximum 0,0025 mm. Nu este necesară o precizie absolută întrucât în cadrul acestei determinări se lucrează mai degrabă cu variaţii relative decât cu valori absolute.

Traductorul de deplasare se montează în degajările special prelucrate în epruvetă, *figura 4.4a,* sau cu ajutorul unor piese intermediare conform *figurii 4.4b.* In cazul degajărilor incluse, punctele de referinţă în ceea ce priveşte măsurarea lungimii de încovoiere vor fi cele de la partea frontală a probei. Pentru degajările aplicate se va face modificarea necesară în funcţie de grosimea pieselor aplicate.

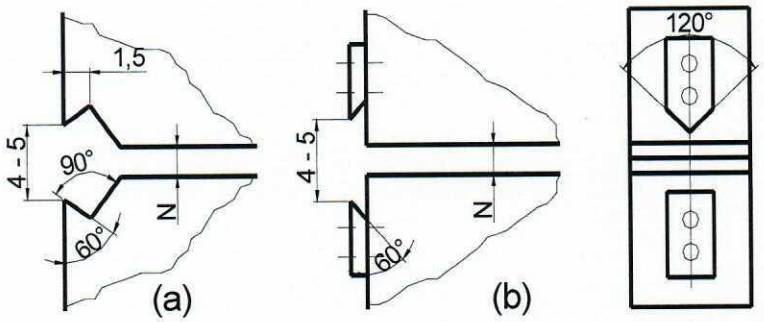


Fig. 4.4. Degajări incluse (a) şi aplicate (b)

4.3. Configuraţia probelor utilizate

4.3.1. Consideraţii privind alegerea probei

Pentru ca rezultatele obţinute în urma aplicării acestei metode de determinare să poată fi considerate valide, atât grosimea B a probelor cât şi lungimea fisurii trebuie să îndeplinească condiţia:

$$B, a \geq 2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right) \tag{4.1}$$

în care σ_c reprezintă limita de curgere a materialului corespunzătoare temperaturii şi vitezei de încercare utilizată pentru determinarea K_{Ic}. Alegerea iniţială a grosimii minime a epruvetei se face în funcţie de valoarea raportului σ_c /E, conform *tabelului 4.1.*

Dacă se obţine în final, pe baza încercărilor, o valoare dată de relaţia $2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)$ care să conducă la o grosime a probei inferioară celei utilizate se va repeta încercarea cu o probă de grosime mai mică. Pe de altă parte, dacă dispunem de un material astfel încât să nu poată fi verificată relaţia (4.1), atunci nu se pot face determinări care să conducă la un rezultat valid pentru K_{Ic}, pe baza acestei metode.

Epruvetele pe care se determină tenacitatea la rupere K_{Ic} pot fi epruvete de încovoiere sau de tracțiune; ambele tipuri conținând o crestătură, ce are în prelungire o fisură propagată prin oboseală.

Tab. 4.1. Grosimea minimă a epruvetei

Valoarea raportului $\frac{\sigma_c}{E}$	Grosimea epruvetei, B [mm]
≤ 0,0050	100
0,0050...0,0057	75
0,0057...0,0062	63
0,0062...0,0065	50
0,0065...0,0068	44
0,0068...0,0071	38
0,0071...0,0075	32
0,0075...0,0080	25
0,0080...0,0085	20
0,0085...0,01	12,5
≥ 0,0100	6,5

4.3.2. Epruveta de încovoiere

Proba standard de încovoiere conține o singură crestătură laterală în prelungirea căreia există o fisură propagată prin oboseală, *figura 4.5.*

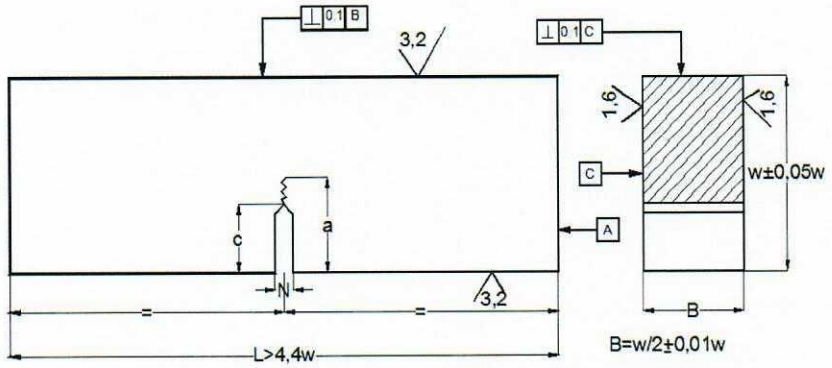


Fig. 4.5. Proba utilizată pentru încovoiere

Abaterile dimensionale și rugozitatea suprafețelor prelucrate sunt indicate în *figura 4.5.* Tratamentele termice se aplică înainte de prelucrările de finisare a epruvetelor, finisare la care se prescrie un adaos de prelucrare de 0,05 mm pentru fiecare suprafață a epruvetei. Lățimea W a probei precum și lungimea fisurii trebuie măsurate cu o precizie ridicată. Abaterea de la dimensiunile exacte nu trebuie să depășească 0,5% din dimensiunea respectivă. Fisura practicată în prelungirea crestăturii epruvetelor se propagă pe mașini de încercat la solicitări variabile sinusoidale, axiale sau de încovoiere. Dimensiunile probelor de încovoiere care pot fi utilizate pentru determinarea K_{Ic} sunt date în *tabelul 4.2.* Este de dorit ca fisura prin oboseală să se fixeze pe același sistem de rezemare ca la încercarea finală pentru

determinarea K_{Ic}. Bara se fixează pe două reazeme cilindrice cu posibilitatea de rotire axială şi este solicitată prin intermediul unui dorn cu partea terminală tot cilindrică, *figura 4.6.* Distanţa S dintre reazeme este egală, cel puţin, cu 4W.

Tab. 4.2. Dimensiunile probelor compacte

Tipul	Grosimea B [mm]	Lăţimea W [mm]	Lungimea fisurii a [mm]	Lăţime max. crestătură N [mm]	Lungime crestătură C [mm]
10	10	20	9,0...11,0	1,3	5,0...8,0
25	25	50	22,5...27,5	3,2	12,5...20
50	50	100	45...55	6,5	25...40
75	75	150	67,5...82,5	9,7	37,5...60
100	100	200	90...110	13	50...80

Reazemele sunt proiectate astfel încât să se minimizeze frecarea cu proba, permiţând rolelor să se rotească uşor atunci când proba este solicitată. O atenţie deosebită trebuie acordată direcţiei de acţiune a forţei care trebuie să fie la mijlocul distanţei dintre reazeme. Abaterea în acest caz trebuie să fie mai mică de 1% din distanţa dintre reazeme. De asemenea, fisura practicată probei trebuie poziţionată cât mai exact, la mijlocul distanţei dintre reazeme, pe direcţia de acţiune a forţei. Abaterea de la paralelism dintre axele rolelor de rezemare şi axa crestăturii epruvetei nu trebuie să depăşească 2^0. Aplicarea sarcinii se face lent, continuu, progresiv şi fără şocuri, astfel încât viteza de variaţie a factorului de intensitate a tensiunii să fie cuprinsă în intervalul $dK_I/dt = [0,55 \div 2,75]$ $(MPa \cdot m^{1/2})/sec$. Pentru o grosime standard a probei de 25 mm, viteza de încărcare va fi cuprinsă în intervalul 0,3-1,5 kN/sec.

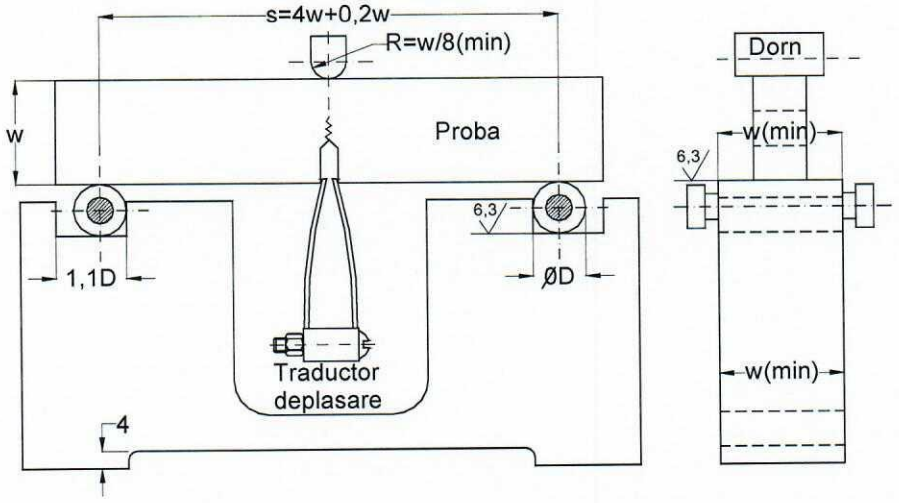


Fig. 4.6. Configuraţia rezemării probei de încovoiere

4.3.3. Epruveta de tracţiune

Epruveta de tracţiune sau epruveta compactă - CT (compact tension) are o singură crestătură laterală în prelungirea căreia se induce o fisură prin oboseală care să fie ca aspect

cât mai apropiată de fisurile reale. Configurația și dimensiunile generale ale acestei probe sunt prezentate în *figura 4.7.*

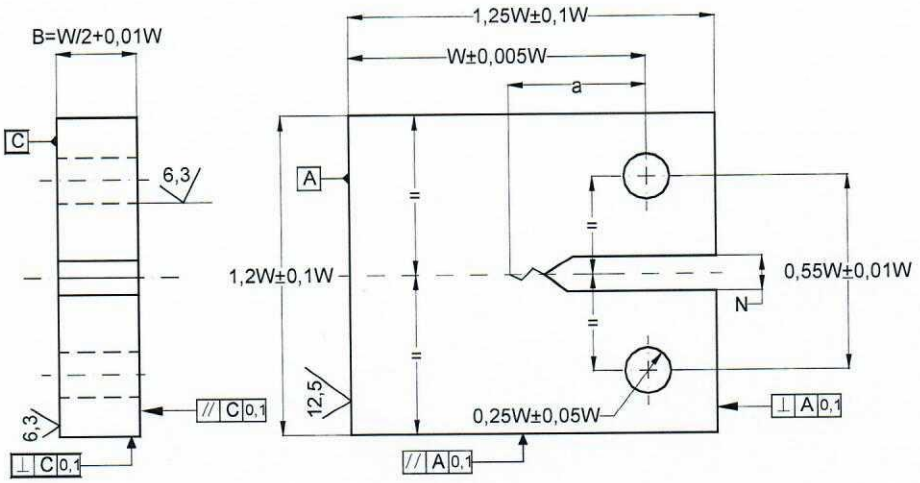


Fig. 4.7. Proba de tracțiune - CT

Abaterile dimensionale și rugozitatea suprafețelor prelucrate sunt indicate în *figura 4.7.* Tratamentele termice se aplică înainte de prelucrările de finisare a epruvetelor, finisare la care se prescrie un adaos de prelucrare de 0,05 mm pentru fiecare suprafață a epruvetei. Lățimea W a probei precum și lungimea fisurii trebuie măsurate cu precizie ridicată. Abaterea de la dimensiunile exacte nu trebuie să depășească 0,5% din dimensiunea respectivă.

Fisura în prelungirea crestăturii epruvetelor se propagă pe mașini de încercat la solicitări variabile sinusoidale axiale sau de încovoiere. Dimensiunile probelor de încovoiere care pot fi utilizate pentru determinarea K_{Ic} sunt date în *tabelul 4.2.* Dispozitivul pentru încercarea la tracțiune este prezentat în *figura 4.8.*

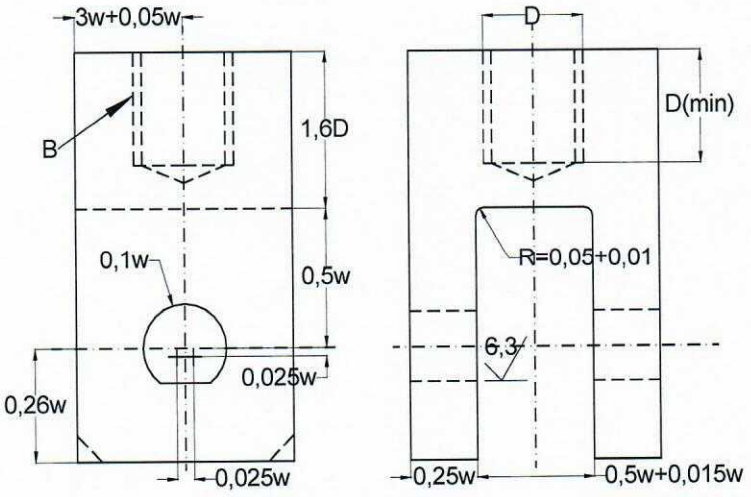


Fig. 4.8. Dispozitivul de solicitare la tracțiune

Proba se prinde de furcile dispozitivului prin intermediul a două bolțuri care permit rotirea probei în timpul încercării. Dimensiunile relative și toleranțele ce trebuie respectate la construcția dispozitivului sunt prezentate în *figura 4.8.* Materialul din care se confecționează

atât furcile cât şi bolţurile care compun dispozitivul trebuie să fie un oţel cu limita de curgere de aproximativ 1930 MPa.

Se încarcă proba compactă cu o astfel de viteză încât creşterea coeficientului de intensitate a tensiunilor să se păstreze în intervalul [0,55÷2,75 (MPa·m$^{1/2}$)/sec.]. Pentru o probă standard, cu raportul W/B=2, viteza de solicitare, care să respecte indicaţiile de mai sus trebuie să fie cuprinsă între [0,34-1,7 kN/sec.].

4.4. Fisurarea prin oboseală

In *figura 4.9* sunt prezentate trei forme ale crestăturii iniţiale şi ale fisurii de oboseală.

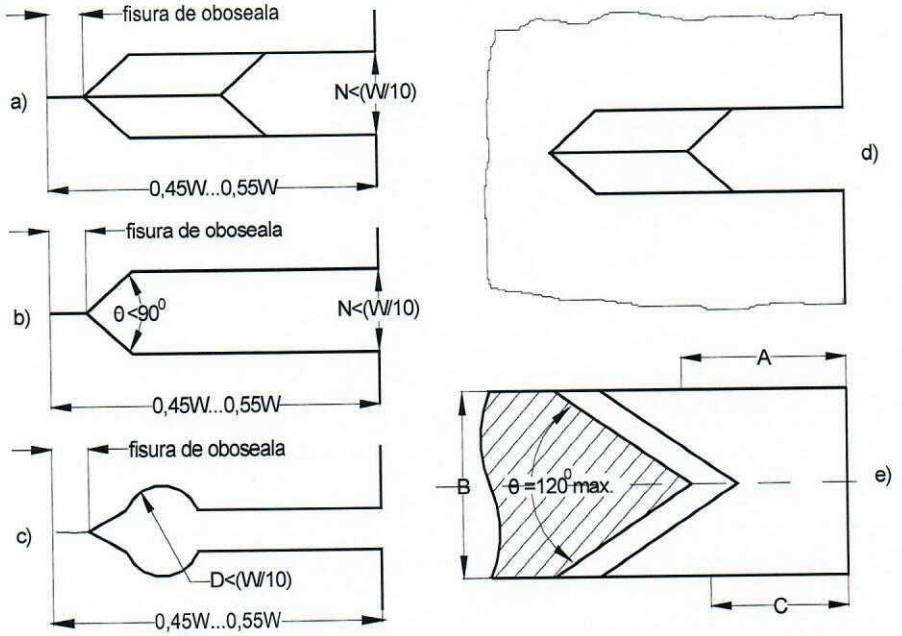


Fig. 4.9. Tipuri de crestături

Propagarea fisurii prin oboseală trebuie să se facă la nivele scăzute ale solicitării. Ca urmare, raza de la vârful crestăturii în V prefabricată prin frezare (de exemplu) trebuie să fie de cel mult 0,08 mm. In cazul în care crestătura este prevăzută cu o gaură, în partea finală se practică un concentrator de tensiuni ascuţit. La prelucrarea vârfurilor canalelor trebuie luate anumite precauţii, astfel încât planul fisurii de oboseală să se orienteze în lungul crestăturii. Experienţa arată că este improbabil ca prin fisurarea de oboseală să se obţină o reproductibilitate totală a fisurii reale şi mai mult, aceasta chiar să simuleze o fisură naturală în vederea obţinerii unor rezultate satisfăcătoare pentru K_{Ic}. O crestătură şi o fisură prin oboseală se pot obţine pentru majoritatea materialelor metalice. Sunt totuşi materiale fragile care nu pot fi prefisurate prin oboseală întrucât la aceste materiale apare ruperea imediat după iniţierea fisurii de oboseală. Pentru aceste materiale, indicaţii privind determinarea K_{Ic} se vor prezenta mai târziu în acest capitol.

O prefisură de oboseală se produce prin încărcarea ciclică a unei probe cu crestătură, având un raport între tensiunea minimă şi cea maximă care să ducă la un coeficient de asimetrie a ciclului cuprins în intervalul 1 ÷ 0,1. Numărul de cicluri este, în mod obişnuit,

cuprins între 10^4 și 10^6 depinzând de mărimea probei, forma crestăturii și nivelul intensității tensiunilor. Valoarea tensiunii maxime în etapa finală a creșterii fisurii nu trebuie să depășească 60% din tensiunea utilizată pentru determinarea K_{Ic}. Un anumit număr de cicluri din numărul total necesar pentru producerea prefisurării prin oboseală este consumat pentru inițierea fisurii în zona vârfului crestăturii, restul se utilizează pentru creșterea fisurii la lungimea cerută. Dacă numărul total de cicluri necesar pentru obținerea fisurii de oboseală este mare, se poate presupune că aceasta se datorează numărului mare de cicluri necesar pentru inițierea fisurii și ca urmare, viteza de propagare a fisurii este mică. Inițierea mai devreme a fisurii de oboseală se poate face astfel:

- Prin executarea unei crestături asemănătoare celei din *figura 4.9a*;
- Prin executarea unei crestături foarte ascuțite, *figura 4.9b*;
- Prin încărcarea statică a probei astfel încât vârful crestăturii să fie comprimat pe direcție perpendiculară în raport cu planul fisurii ce urmează să se propage dar fără a se introduce tensiuni care să depășească limita de curgere a materialului;
- Prin utilizarea unui coeficient de asimetrie R<0.

Se recomandă trasarea a câte două linii pe fiecare parte a probei, perpendiculare pe planul fisurii de oboseală care urmează să se propage. *Linia cea mai apropiată* de vârful crestăturii trebuie să indice lungimea minimă a fisurii de oboseală și nu trebuie să fie la o distanță mai mică de 2,5% din lungimea totală a crestăturii și fisurii de oboseală, respectiv de 0,0125W. *Linia cea mai depărtată* trebuie să fie la 97,5% din lungimea finală a fisurii. Când cea mai avansată urmă a fisurii aproape că a atins linia care marchează 97,5% din lungimea totală a fisurii, solicitarea maximă trebuie redusă astfel încât raportul dintre factorul maxim de intensitate a tensiunii și modulul lui Young, K_{max}/E, să nu depășească valoarea 0,00032 $m^{1/2}$. Pe de altă parte, K_{max} nu trebuie să fie mai mare de 60% din valoarea K_Q determinată în testul preliminar (ce va fi discutat ulterior) dacă acest K_Q va conduce la o valoare valabilă pentru K_{Ic}.

Se recomandă ca valoarea maximă a încărcării inițiale în vederea prefisurării să fie aleasă astfel încât, factorul maxim de intensitate a tensiunilor în porțiunea inițială a ciclului de oboseală să nu depășească 80% din valoarea K_{Ic} estimată pentru material. Valori mai mari pentru K pot conduce la viteze mari, nedorite, de creștere a fisurii. Valoarea minimă a încărcării se alege astfel încât coeficientul de asimetrie a ciclului să fie cuprins între -1 și +0,1. Valori spre -1 vor conduce la o propagare mai rapidă a fisurii. In aceste condiții trebuie luate măsuri în ceea ce privește rezemarea corespunzătoare a probelor.

In absența unor factori de mediu favorizanți, variația frecvenței de lucru a solicitării de oboseală, dacă valoarea acesteia este sub 100 Hz, nu se cunoaște a avea influență semnificativă asupra propagării fisurii. Inițierea și propagarea fisurii de oboseală trebuie observate cu atenție. Dacă inițierea fisurii nu este observată pe ambele laturi ale probei, înainte ca fisura să se propage semnificativ se oprește solicitarea pentru a se determina cauza și a remedia această comportare asimetrică. Uneori, simpla inversare a probei în dispozitivul de prindere poate rezolva această problemă. Dacă fisura de oboseală se induce la o temperatură T_1, iar solicitarea propriu-zisă va avea loc la temperatura T_2, K_{max} nu trebuie să depășească valoarea $0{,}6\left(\frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}}\right)K_Q$ în care σ_{c1} și σ_{c2} sunt limitele de curgere la temperaturile T_1 respectiv T_2.

4.5. Modul de lucru

4.5.1. Măsurători

Este recomandat a se efectua cel puţin trei încercări în aceleaşi condiţii pentru a verifica repetabilitatea încercărilor. Probele trebuie să aibă configuraţia şi toleranţele figurate pe desene. In ceea ce priveşte proba de încercat, de tracţiune sau de încovoiere, se au în vedere următoarele dimensiuni: grosimea *B*, lungimea fisurii *a* şi lăţimea probei *W*.
Se măsoară grosimea B cu o abatere maximă de 0,025 mm şi se calculează ca o medie a trei măsurători efectuate la distanţe egale de la marginea cu crestătură până la vârful fisurii.
Se măsoară lungimea fisurii a, **după rupere**, în trei poziţii: pe margini şi la mijloc. Se face media acestor măsurători pentru a calcula K_Q.
Pentru lungimea fisurii sunt următoarele cerinţe:
- pentru crestătura din *figura 9a* (cu detalii în *figurile 9d şi e*), fisura de oboseală trebuie să pornească în acelaşi timp de la ambele feţe ale probei;
- cele trei măsurători efectuate nu trebuie să difere faţă de medie cu mai mult de 10%;
- planul fisurii trebuie să se menţină pe aceeaşi direcţie cu planul median al crestăturii.

Lăţimea W a probei trebuie măsurată cu o precizie ridicată. Abaterea de la dimensiunea exactă nu trebuie să depăşească 0,5% din dimensiunea respectivă.
Viteza de solicitare, în cazul solicitării statice, trebuie să fie astfel aleasă încât să determine o creştere a factorului de intensitate a tensiunilor în intervalul 0,55÷2,75 $(MPa \cdot m^{1/2})/sec$. Se trasează graficul de variaţie a forţei în raport cu deplasarea. Panta iniţială a porţiunii liniare trebuie să fie cuprinsă între 0,7 şi 1. Dacă este necesar se vor ataşa traductoarelor, amplificatoare de forţă sau de deplasare, pentru a putea determina pe grafic forţa P_Q cu o abatere de cel mult 1%. Pentru siguranţă, citirea forţei P_{max} se face de pe cadranul maşinii de încercat trecându-se pe grafic. Măsurarea forţei şi a deplasării la deschiderea fisurii se face printr-o înregistrare continuă, înregistrându-se semnalul de la traductorul de forţă în funcţie de semnalul traductorului de deplasare. Preciziile traductorului de forţă şi a înregistratorului trebuie să fie de ±1%, iar precizia înregistrării deplasării la deschiderea fisurii sub acţiunea forţei aplicate trebuie să fie de cel puţin $3 \cdot 10^{-3}$ mm pentru deplasări de până la 0,5 mm şi de ±1% din valoarea înregistrată pentru deplasări mai mari. De asemenea, traductorul de deplasare trebuie să asigure o deformare liniară a lamelelor pentru o cursă de minimum 2,5 mm.

4.5.2. Interpretarea graficului forţă-deplasare

Înregistrarea forţă – deplasare, obţinută în timpul încercării, poate avea una din formele din *figura 4.10.* Aprecierea rezultatelor încercării pentru determinarea tenacităţii la rupere $\mathbf{K_{Ic}}$, constă în determinarea valorii *tenacităţii la rupere calculată* $\mathbf{K_Q}$, pe baza înregistrării forţă – deplasare. Valoarea calculată a tenacităţii la rupere se determină pe baza *forţei critice* $\mathbf{P_Q}$, care se obţine astfel:

- se trasează o secantă OB având panta cu 5% mai mică decât panta porțiunii inițiale a înregistrării forță - deplasare (OA);
- forța ce corespunde intersecției secantei OB cu curba înregistrată se notează $\mathbf{P_5}$.

Dacă înregistrarea forță - deplasare este de tipul I, *figura 4.10*, adică toate valorile forței ce preced pe P_5 sunt mai mici, atunci se consideră $\mathbf{P_Q = P_5}$. Dacă se înregistrează un maxim al forței ce precede forța $\mathbf{P_5}$ (înregistrări de tipul II și III în *figura 4.10*), atunci valoarea forței de calcul P_Q se ia egală cu valoarea forței maxime din înregistrare ce precede $\mathbf{P_5}$. Neliniaritățile ce apar pe porțiunea inițială a înregistrării, datorită așezării traductorului de deplasare, se neglijează.

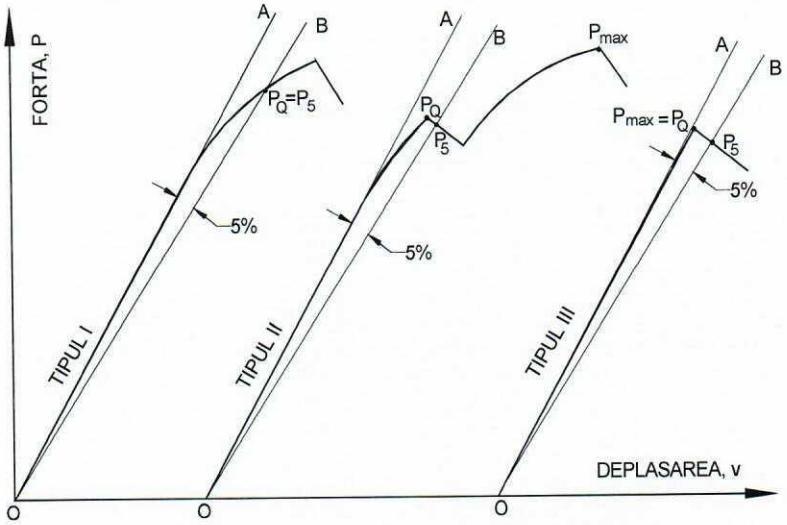


Fig. 4.10. Principalele tipuri de curbe caracteristice

Se calculează raportul P_{max}/P_Q și dacă acesta este mai mic de 1,10 se procedează la calculul lui K_Q.

Tenacitatea la rupere calculată $\mathbf{K_Q}$ se determină pe baza următoarele relații:

— pentru epuveta solicitată la tracțiune:

$$K_Q = F_Q \frac{f\left(\frac{a}{W}\right)}{BW^{\frac{1}{2}}} \tag{4.2}$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 29{,}6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} - 185{,}5\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} + 655{,}7\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{5}{2}} - 1017\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{7}{2}} + 638{,}9\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{9}{2}} \tag{4.3}$$

— pentru epruveta solicitată la încovoiere:

$$K_Q = \frac{1}{10}\sqrt{10}F_Q \frac{L}{BW^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \tag{4.4}$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right)=\frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1{,}99-\left(\frac{a}{W}\right)\left(1-\frac{a}{W}\right)\left(2{,}15-3{,}93\left(\frac{a}{W}\right)+2{,}7\left(\frac{a}{W}\right)\right)^{2}\right]}{2\left(1-2\frac{a}{W}\right)\left(1-\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad (4.5)$$

După calculul valorii $\mathbf{K_Q}$ se verifică dacă:

$$B,a \geq 2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2 \qquad (4.6)$$

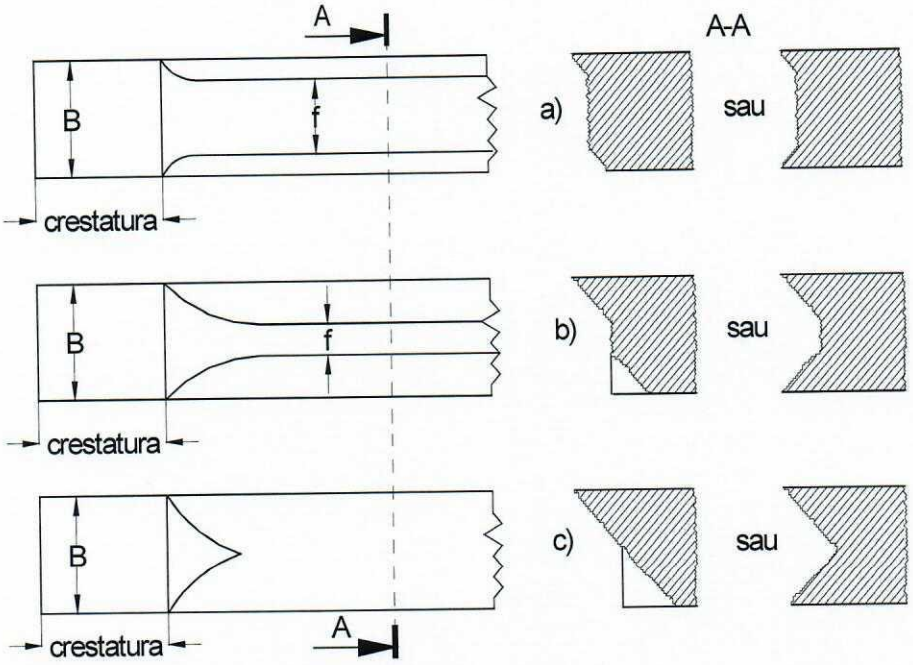


Fig. 4.11. Tipuri de rupere

În cazul respectării condiției (4.6) valoarea critică a factorului de intensitate a tensiunii $\mathbf{K_{Ic}}$ se consideră ca fiind egală cu valoarea calculată a factorului de intensitate a tensiunii $\mathbf{K_Q}$, deci:

$$K_{Ic} = K_Q \qquad (4.7)$$

Dacă nu se respectă condiția (4.6) încercarea trebuie reluată pe epruvete de dimensiuni mai mari, care să respecte condițiile stării plane de deformație.

Se poate stabili și caracterul ruperii după aspectul suprafeței de rupere a epruvetelor, *figura 4.11*.

Aspectul ruperii reprezintă o informație suplimentară și trebuie reliefat pentru fiecare probă.

4.6. Validarea rezultatelor încercării

Validarea rezultatelor are o importanță foarte mare, deoarece numai respectându-se toate condițiile impuse se poate aprecia valoarea factorului de intensitate a tensiunii K_{Ic}, ca o caracteristică a materialului. Dacă în orice fază a încercării una din condițiile de validare nu este satisfăcută, încercarea se întrerupe, ea reluându-se după asigurarea condițiilor de validare.

Condițiile de validare trebuie să respecte următoarea ordine:

Se verifică dimensiunile și toleranțele prescrise pentru epruvetă, înainte de propagarea prin oboseală a fisurii;

După propagarea prin oboseală a fisurii se verifică dacă lungimea fisurii propagate îndeplinește condițiile:

$$a = [0,45 - 0,55]W \quad \text{și} \quad a \geq 1,25 \text{ mm}$$

După efectuarea încercării se verifică dacă:

a) epruvetele îndeplinesc următoarele condiții:

— diferența dintre două măsurători ale lungimii fisurii, independente de locul de măsurare, este mai mică de 2,5W%;

— frontul fisurii este mai îndepărtat cu maximum 2,5W% sau cu 1,25 mm față de muchia crestăturii prelucrate;

— orice porțiune a suprafeței fisurii are o înclinație mai mică de 10º față de planul crestăturii prelucrate;

— fisura nu este ramificată;

b) înclinarea porțiunii inițiale a înregistrării forță – deplasare este cuprinsă între 40 – 60º;

c) este îndeplinită condiția de liniaritate a diagramei în punctul de evaluare a forței F_Q, calculând raportul $F_M/F_Q \leq 1,1$, unde F_M este forța maximă a încercării din timpul solicitării statice a epruvetei până la rupere;

d) factorul de intensitate maximă a tensiunii la propagarea fisurii prin oboseală K_f verifică relațiile (4.6) și (4.7);

e) se respectă condiția (4.6).

După unii autori, în cazul în care nu se îndeplinește condiția (4.6), tenacitatea la rupere se notează cu K_c și se numește tenacitate la rupere în condițiile nerespectării stării plane de deformație.

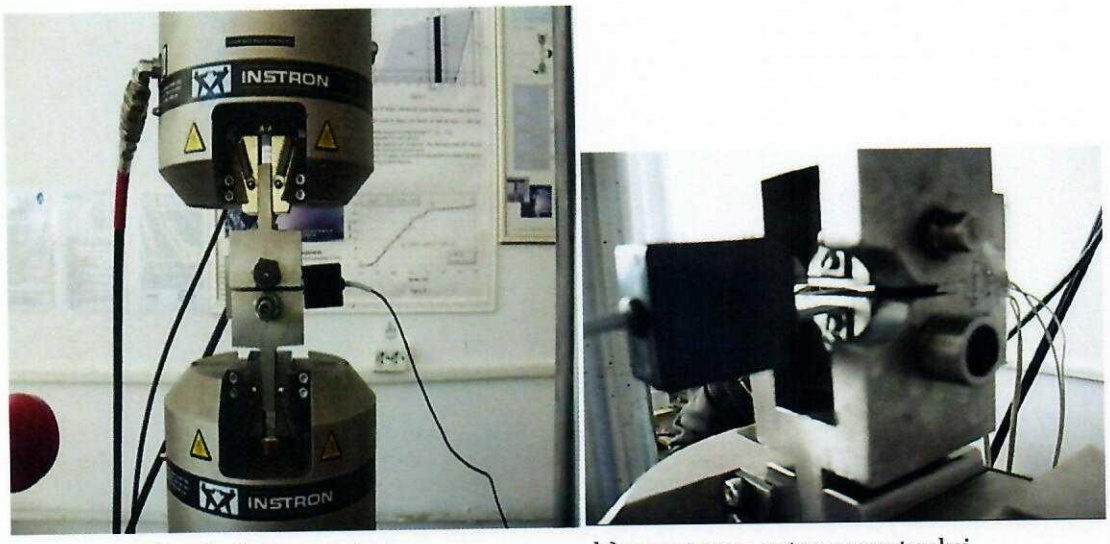
Limitări ale metodei K_{Ic}

Metoda K_{Ic} privind determinarea tenacității la rupere nu se poate aplica materialelor cu comportare elasto-plastică, acesta fiind principalul dezavantaj al metodei. Un alt dezavantaj îl reprezintă costul destul de ridicat, ținând cont că, pentru a respecta condițiile stării plane de deformație sunt necesare epruvete de dimensiuni mari, iar realizarea prefisurării prin oboseală ridică mult costul încercării. Aceste dezavantaje pot fi înlăturate prin folosirea epruvetelor cu crestătură Chevron.

După efectuarea încercării se poate întâmpla ca valoarea obținută să nu poată fi validată, fiind necesară reluarea încercării cu epruvete de dimensiuni mai mari, fapt ce nu este realizabil în anumite cazuri. În aceste condiții, standardul american ASTM E 922-84 recomandă folosirea înregistrării forță – deplasare obținută la metoda K_{Ic} și aprecierea tenacității la rupere pe baza energiei echivalente, notând factorul critic de intensitate a tensiunii astfel determinat cu K_{Ic}*.

4.7. Utilizarea softului aferent mașinii INSTRON

Pentru determinări, s-a utilizat mașina universală de încercat de tip INSTRON 8801, *figura 4.12a*, pe care este instalat softul „KIc" aferent determinărilor tenacității la fisurare, *figura 3.5.* Proba compactă se prinde în bacurile mașinii de încercat prin intermediul unor dispozitive în vederea încercării la tracțiune. Prin intermediul pieselor intermediare de tipul celor din *figura 4.4b*, se montează extensometrul de tip clip-on-gage, *figura 4.12b*. Prin intermediul acestuia se va măsura deplasarea la deschiderea flancurilor fisurii.



a) prinderea probei b) montarea extensometrului

Fig. 4.12. Mașina de încercat INSTRON 8801 - Determinări ale tenacității la fisurare

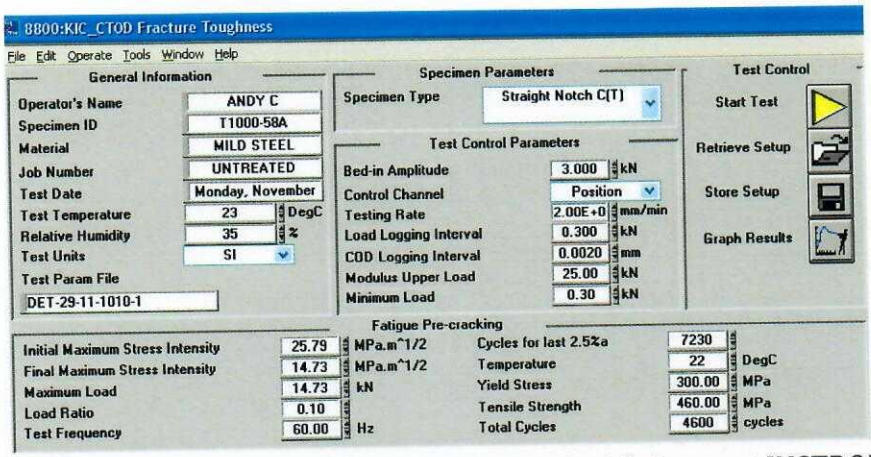


Fig. 4.13. Menu-ul principal al softului aferent mașinii de încercat INSTRON 8801

Menu-ul principal al softului aferent mașinii de încercat INSTRON 8801 este prezentat în *figura 4.13.* Acest menu este împărțit în patru secțiuni. Prima secțiune conține informații generale privind încercarea ce urmează a fi efectuată. De asemenea această secțiune conține numele fișierului sub care se vor salva toate datele în format DAT ce pot fi prelucrate apoi cu programul Xcell si în format LOG ce poate fi preluat oricând și utilizat cu datele introduse inițial.
Pentru proba cu B=25 mm grosime utilizată în cadrul laboratorului, în această secțiune se vor utiliza următoarele date:

- Bed-in Amplitude: 5 kN;
- Control Chanel: Load;
- Testing Rate: 1 kN/min.

A doua secțiune se referă la parametrii de încercare. Aici se pot introduce datele pentru probă în sub-menu-ul „Straight Notch", *figura 4.14.*

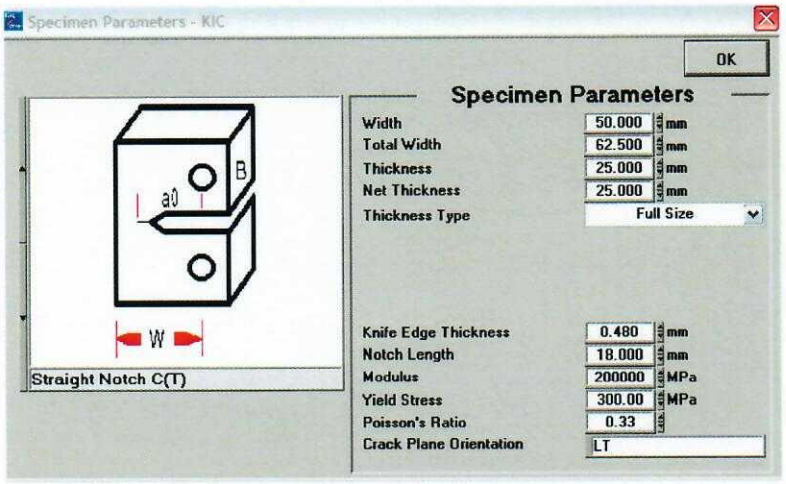


Fig. 4.14. Sub-menu-ul pentru geometria probei

La introducerea datelor în fereastra din *figura 4.14* trebuie ținut cont de locația extensometrului în câmpurile „Gauge Location" și „Knife Edge Thickness". Pentru proba compactă „Gauge Location" reprezintă distanța de la punctul de aplicație al forței la fața pieselor intermediare utilizate pentru fixarea extensometrului. „Knife Edge Thickness" reprezintă grosimea pieselor pentru fixarea extensometrului.
Pentru proba utilizată în cadrul laboratorului dimensiunile sunt următoarele:
a_0=17,97 mm; w=50,42 mm; W=62,49 mm; B=25,12 mm; B_n=25,03 mm; G_{LOC}=13,41 mm; K_{ET}=1,7 mm; G_{Length}=8 mm; N_L=26,8mm. Caracteristicile materialului sunt date în *tabelul 4.3.*

Cea de-a treia secțiune se referă la parametrii ce trebuie dați pentru propagarea unei fisuri de oboseală. Este indicat ca această propagare să se facă cu programul da/dN întrucât parametrii se pot controla mult mai bine. In acest caz, în această secțiune la numărul de cicluri se scrie „0".

Tab. 4.3. Caracteristicile materialului

Material	Rezistența la rupere [MPa]	Limita de curgere [MPa]	Modulul lui Young [GPa]	Coeficientul lui Poisson
OLC45	511	275	197	0.268
OLC45-călit	1055	440	190	0.271

Ce-a de-a patru secțiune conține butonul de pornire, butoane pentru stocarea și reîncărcarea rezultatelor și butonul pentru afișarea graficului sau a tabelului de date (în sub-menu-ul Graph Result). După pornirea încercării se deschide fereastra din *figura 4.15*. Inainte de această fereastră va apare o fereastră intermediară în care trebuie să dăm lungimea inițială a fisurii.

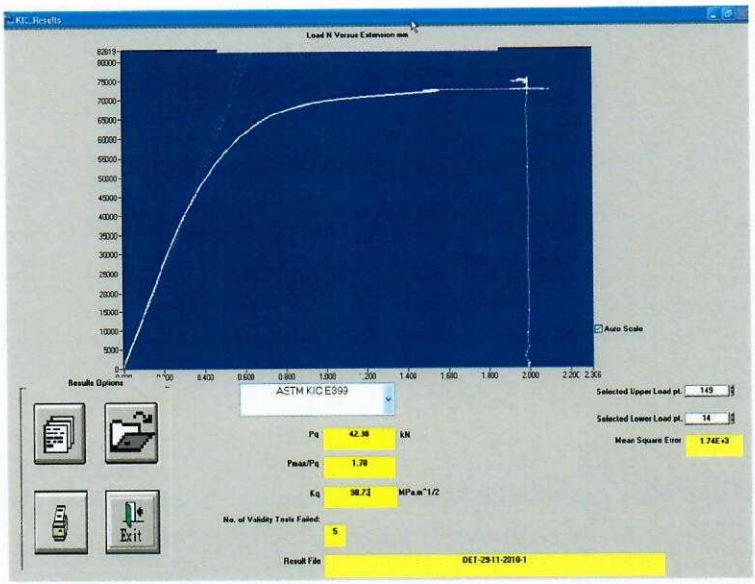


Fig. 4.15. Fereastra deschisă la funcționarea încercării

Datele utilizate pentru trasarea acestui grafic sunt forța și deformația. Aceasta din urmă este preluată de la extensometrul INSTRON, special construit pentru Mecanica ruperii având lamelele crestate ce se montează în canalele practicate în piesele adiționale fixate pe fața laterală a piesei. Având în vedere faptul că distanța dintre lamelele extensometrului este de 10 mm și că, așa cum se constată din graficul prezentat în *figura 4.15*, deplasarea totală până la rupere este de aprox. 2,2 mm, este necesar ca distanța dintre piesele intermediare pe care se fixează extensometrul să fie de cel mult 6 mm. Altfel, dacă distanța dintre piesele intermediare devine mai mare de 10 mm, extensometrul nu mai poate măsura deplasarea între punctele de aplicație ale forțelor.

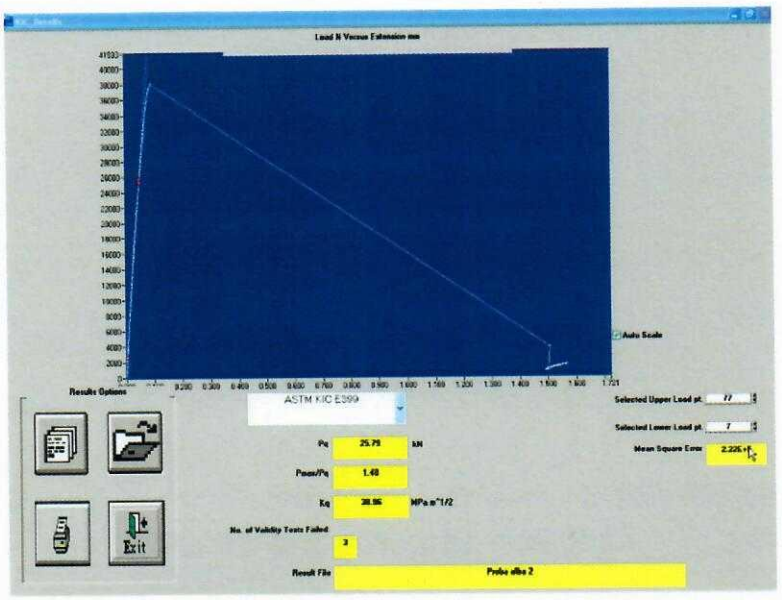
După efectuarea încercării, pe același ecran apar următoarele date:

- Forța Pq, determinată automat de program pe baza unei interpretări ca cea prezentată în *figura 4.10*;
- Raportul Pmax/Pq, care nu trebuie să fie mai mare de 1,10;
- Tenacitatea la fisurare Kq, care dacă nu apar probleme de validitate a încercărilor devine KIc.

4.8. Rezultate experimentale obținute

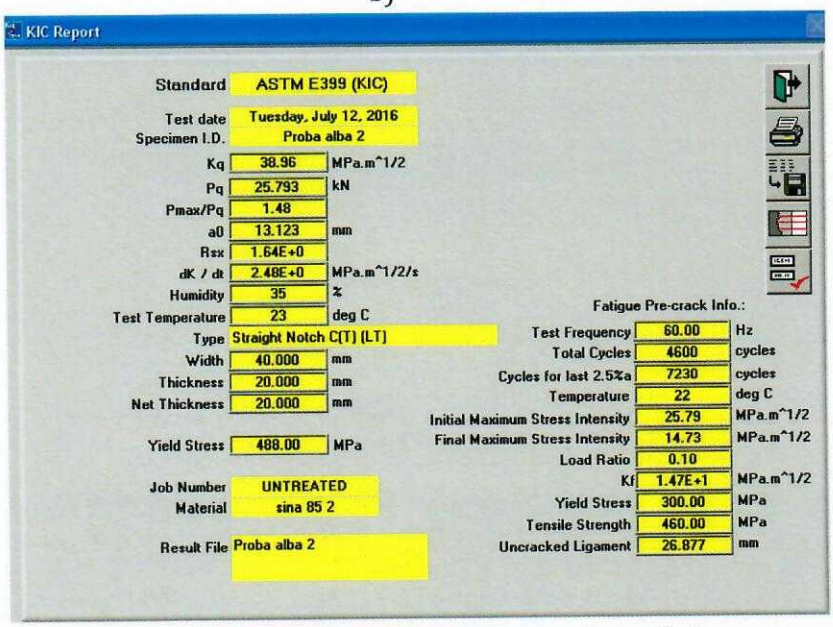
In continuare se vor prezenta rezultate experimentale obținute pe probe confecționate din șină de cale ferată. Acest tip de material prezintă aspectul unei ruperi fragile, *figura 4.16a*, în consecință se poate aplica metoda descrisă aici pentru determinarea tenacității la fisurare.

La terminarea încercării și după ce se furnizează valorile pentru fisura propagată prin oboseală și valoarea reală a adâncimii crestăturii, se deschide fereastra din *figura 4.16b*, care furnizează unele date privitoare la parametrii încercării dar și tenacitatea la fisurare.



a) Graficul de variație P-v

b)



b) Date furnizate după terminarea încercării

Fig. 4.16. Ferestre deschise după terminarea încercării

Datele utilizate pentru trasarea acestui grafic sunt forţa şi deplasarea punctelor de aplicaţie ale forţei. Aceasta din urmă este preluată de la extensometrul INSTRON, special construit pentru Mecanica ruperii, având lamelele crestate ce se montează în canalele practicate în piesele adiţionale (distanţierele) fixate pe faţa laterală a piesei.

După efectuarea încercării, pe acelaşi ecran apar următoarele date:

- Forţa Pq, determinată automat de program pe baza unei interpretări ca cea prezentată în *figura 4.16a* – regăsindu-se la intersecţia unei drepte înclinate cu 4^0 în raport cu dreapta de elasticitate;
- Raportul Pmax/Pq;
- Tenacitatea la fisurare Kq, care, dacă nu apar probleme de validitate a încercărilor, devine K_{Ic}.

După calculul valorii $\mathbf{K_Q}$ se verifică dacă:

$$B, a \geq 2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2 \tag{4.8}$$

Dacă este verificată relaţia de mai sus, pentru tenacitatea la fisurare K_{Ic} se poate considera valabilă valoarea prezentată în program ca fiind Kq.

In *figurile 4.17, 4.18* şi *4.19* se prezintă epruvetele rupte la finalul determinării „K_{Ic}" precum şi dispozitivul utilizat.

Fig. 4.17. Probe rupte prin încercarea K_{Ic} din şina '85

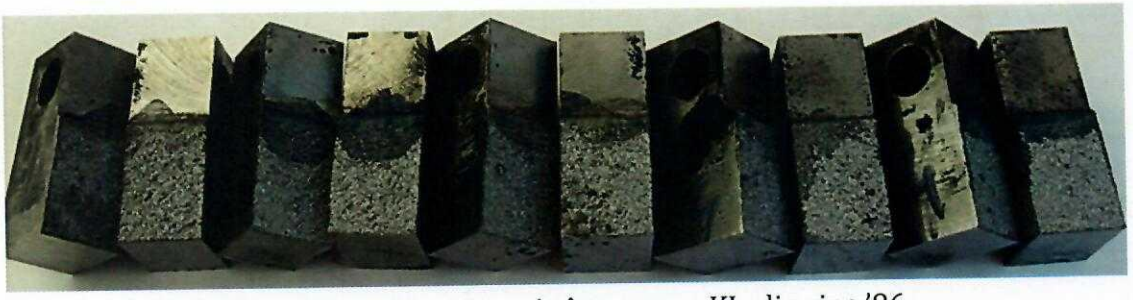


Fig. 4.18. Probe rupte prin încercarea KIc din şina '86

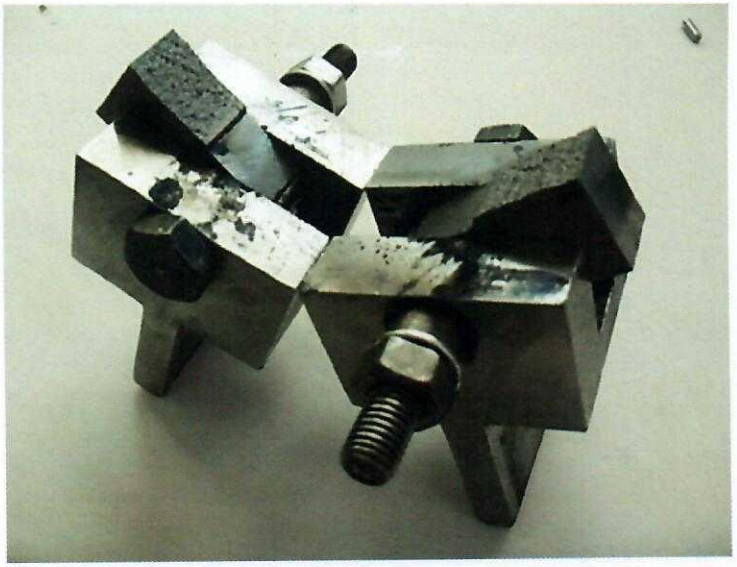


Fig. 4.19. Dispozitivul utilizat la solicitarea de tracțiune statică și de oboseală preliminară

4.9. Prelucrarea rezultatelor experimentale obținute

Se precizează faptul că, după ruperea probei, softul cere următoarele date, măsurate pe proba ruptă în totalitate: valoarea lungimii crestăturii, valorile lungimii fisurii, la marginile probei (0% și 100%), la 25%, 50% și 75% din lățime, conform, *figurii 4.20.* In aceste condiții, măsurătorile sunt precise și pe baza acestora softul „KIc" va efectua calculele privitoare la tenacitatea la fisurare.

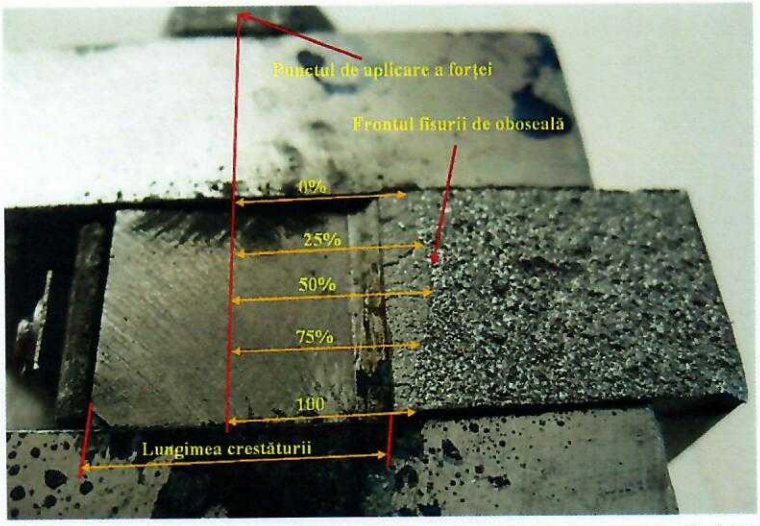
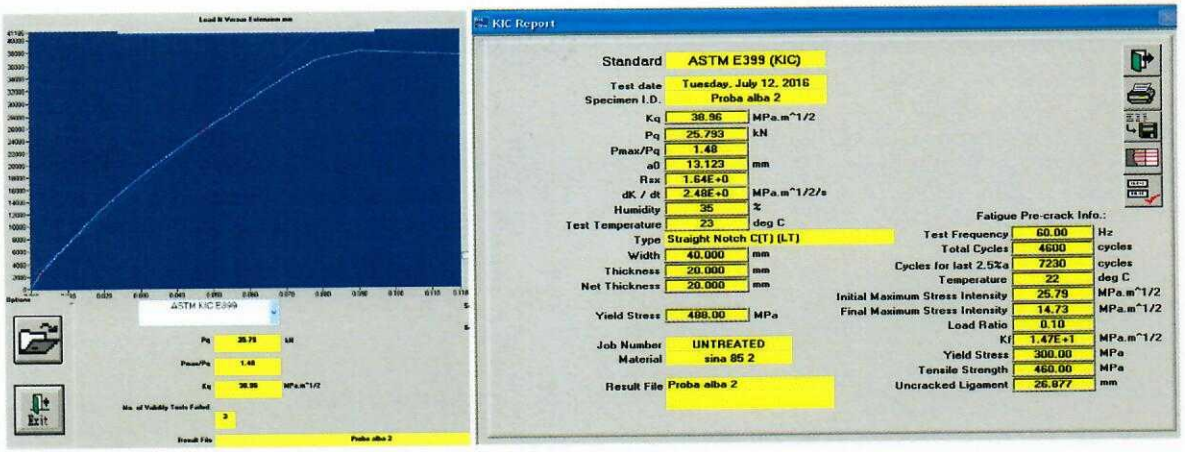


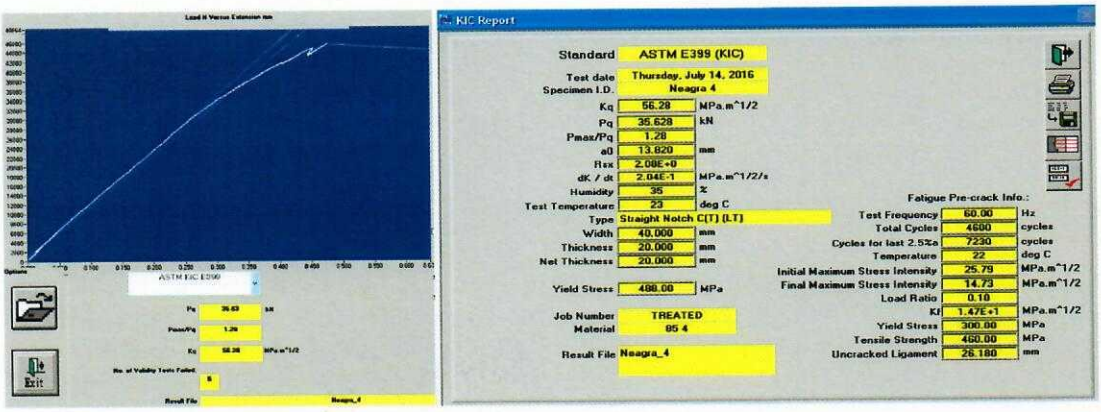
Fig. 4.20. Măsurarea mărimilor necesare pentru calculul K_{Ic}

In *figura. 4.21 (a÷c)* sunt prezentate: graficele de variație a Forței în raport cu Deplasarea brațelor extensometrului și raportul final furnizat de către softul „KIc", după terminarea încercării, pentru o probă din șina '85, o probă din șina '86 și o probă din șina NOUA, toate probele supuse încercărilor de tracțiune statică, după prefisurare. Menționăm că,

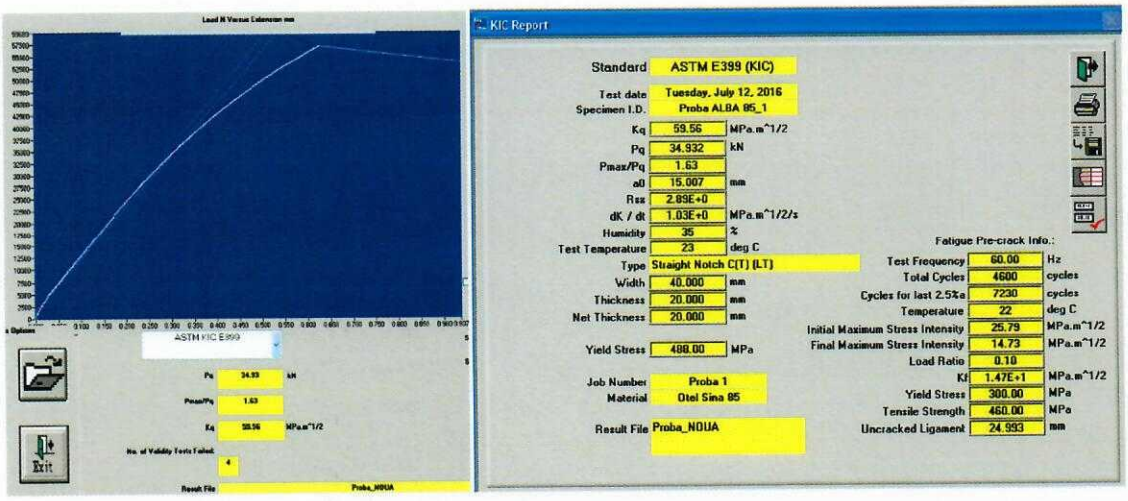
în final, au fost încercate 4 probe pentru șina '85, 4 probe pentru șina '86, și 1 probă pentru șina NOUA.



a) Șina 85_2



b) Șina 86_4



c) Șina NOUA

Fig. 4.21. Graficele de variație a Forței în raport cu deplasarea brațelor extensometrului și raportul final furnizat de către softul „KIc"

In *tabelul 4.4* sunt prezentate atât datele obținute în urma încercărilor (K_q, P_q), cât și date de material și geometrice care au permis calcul validității încercărilor utilizând relația (4.8).

Observații: probele prelevate din șinele de cale ferată au fost decupate sub mărimea cerută de standard (B= 20 mm în raport cu 25 mm - standard) din cauza mărimii ciupercii. In consecință, aplicarea relației (1.1) nu conduce la validitatea încercărilor. Totuși, materialul având o comportare preponderent fragilă, suprafața fisurată a pieselor a rezultat plană, fără deformații plastice. In aceste condiții, se poate spune faptul că, sunt respectate condițiile *stării plane de deformație*. Așadar, valoarea K_q indicată de softul „KIc" poate fi asimilată pentru tenacitatea la fisurare K_{Ic}. Astfel, vom avea:

$$K_{(Ic,sina'85)} = 47{,}01 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$K_{(Ic,sina'86)} = 51{,}43 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$K_{(Ic,sinaNOUA)} = 59{,}96 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

Tab. 4.4. Date obținute și calculate în urma încercărilor

Denumire proba	B [mm]	a_{med} [mm]	K_q [MPam$^{1/2}$]	P_q [kN]	σ_c [MPa]	B_{calc}, a_{calc} [mm]	B_{calc}-B [mm]	B_{calc}-a_{med} [mm]	P_{max}/P_q
85_1	20	12.02	49.16	34.93	488	25.37	5.37	13.35	1.63
85_2	20	13.12	38.96	25.79	488	15.93	-4.07	2.81	1.48
85_3	20	13.45	53.88	34.93	488	30.48	10.48	17.03	1.63
85_4	20	13.11	46.04	30.49	488	22.25	2.25	9.14	1.27
Sina '85 - valori medii			**47.01**						
86_1	20	14.81	49.72	29.53	485	26.27	6.27	11.46	1.41
86_2	20	14.83	49.79	31.54	485	26.35	6.35	11.51	1.43
86_3	20	14.88	49.94	35.63	485	26.51	6.51	11.63	1.41
86_4	20	15.42	56.28	35.63	485	41.42	21.42	26.00	1.28
Sina '86 - valori medii			**51.43**						
NOUA	20	15.00	**59.96**	34.93	593	25.56	5.56	10.55	1.63

BIBLIOGRAFIE

[1] ASTM E399-12e3, Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness KIc of Metallic Materials, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2012

[2] W.F Brown, J.E Srawley, Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Metallic Materials," ASTM STP 410, 1966.

[3] Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, April 1965.

[4] M.H. Jones, R.T. Bubsey, W.F. Brown, Clevis Design for Compact Tension Specimens Used in KIc Testing," Materials Research and Standards, ASTM, Vol 9, No. 5, May 1969.
[5] E.T. Wessel, State of the Art of the WOL Specimen for KIc Fracture Toughness Testing, Engineering Fracture Mechanics, Vol 1, No. 1, January 1968.
[6] J.E. Srawley, M.H. Jones, W.F. Brown, Determination of Plane Strain Fracture Toughness, Materials Research and Standards, ASTM, Vol 7, No. 6, p. 262, 1967.
[7] D.M. Fisher, A.J. Repko, Note on Inclination of Fatigue Cracks in Plane Strain Fracture Toughness Test Specimens, Materials Research and Standards, ASTM, Vol 9, No. 4, April 1969.
[8] R.H. Heyer, D.E. McCabe, Evaluation of a Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness Using a Bend Specimen, ASTM STP 463, p.22, 1970.
[9] D.E. McCabe, Evaluation of the Compact Tension Specimen for Determining Plane-Strain Fracture Toughness of High Strength Materials, Journal of Materials, Vol 7, No. 4, p. 449, December 1972.
[10] D.M. Fisher, R.T. Bubsey, J.E. Srawley, Design and Use of a Displacement Gage for Crack Extension Measurements, NASA, TN-D-3724, Nat. Aeronautics and Space Administration, 1966.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 5

DETERMINAREA INTEGRALEI J (TENACITATEA LA FISURARE PENTRU MATERIALE DUCTILE) PE BAZA SOLICITARII LA TRACTIUNE A PROBEI COMPACTE

5.1. Încercarea standard pentru determinarea J_{Ic}
5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J
5.3. Descriere program de încercări
5.4. Modul de lucru
5.5. Obținerea și prelucrarea rezultatelor

5.1. Încercarea standard pentru determinarea J_{Ic}

Standardul care propune determinarea tenacității la fisurare pentru materialele cu comportament preponderent ductil, J_{Ic}, este ASTM E813. Acest standard descrie determinarea J_{Ic} utilizând încercarea de încovoiere prin trei puncte a unei bare cu crestătură de tip SENB sau a unei bare compacte de tip CT supuse la tracțiune. Din punct de vedere al geometriei, acestea sunt asemănătoare cu cele utilizate pentru determinarea K_{Ic} (*figura 5.1 și figura 5.3 din curs*) prezentând anumite detalii diferite. Pentru ambele configurații de probe relația de calcul pentru integrala J are forma generală:

$$J = \frac{2W}{bB} f\left(\frac{a}{w}\right) \tag{5.1}$$

în care $f\left(\frac{a}{w}\right)$ depinde de configurația și dimensiunile probei.

Incercarea standard revizuită

In standardul ASTM E813 se propune a se utiliza aceeași geometrie a probei dar integrala *J* este evaluată în mod diferit. Deplasarea pe direcția încărcării este împărțită în două: o parte elastică și una plastică: $v = v_{el.} + v_{pl.}$. In consecință, revizuind ecuațiile (7.11 – din curs - cap. 7) cu încărcarea P definită pe *unitatea de grosime* se poate scrie:

$$J = \frac{1}{B}\int_0^P \left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)_P dP = \frac{1}{B}\int_0^P \left(\frac{\partial v_{el.}}{\partial a}\right)_P dP + \frac{1}{B}\int_0^P \left(\frac{\partial v_{pl.}}{\partial a}\right)_P dP = J_{el.} + J_{pl.} \tag{5.2}$$

Dacă se consideră complianța probei, componenta elastică a deplasării va fi:

$$v_{el.} = c \cdot P \tag{5.3}$$

Ca urmare, vom avea:

$$J_{el.} = \frac{1}{B}\int_0^P \left(\frac{\partial v_{el.}}{\partial a}\right)_P dP = \frac{1}{B}\int_0^P \left(\frac{\partial (c \cdot P)}{\partial a}\right)_P dP = \frac{P^2}{2B}\frac{\partial c}{\partial a} = G = \frac{1-\nu^2}{E}k_I^2 \qquad (5.4)$$

Intrucât probele SENB şi CT au aceeaşi geometrie ca şi cele folosite pentru determinarea K_{Ic}, K_I poate fi calculată utilizând relaţiile (5.23) şi (5.29) – *curs - cap. 5.* Utilizând acelaşi raţionament ca cel prezentat în secţiunea anterioară, partea plastică a lui J, $J_{pl.}$ poate fi raportată la aria de sub curba P-v_{pl}. Până la valoarea curentă a lui $v_{pl.}$, standardul ASTM utilizează relaţia:

$$J_{pl.} = \frac{\eta W_{pl.}}{B_N b} \qquad (5.5)$$

unde: - η este un factor ce depinde de lucrul mecanic $W_{pl.}$ efectuat pentru deformarea plastică şi fiind calculat astfel: $\begin{cases} 2 \text{ pentru proba SENB} \\ 2 + 0{,}522\dfrac{B_N}{W} \text{ pentru proba CT} \end{cases}$

- B_N reprezintă grosimea netă a probei care este egală cu B dacă nu sunt prezente crestături laterale.

Figura 5.1 ilustrează modul în care este calculat lucrul mecanic $W_{pl.}$

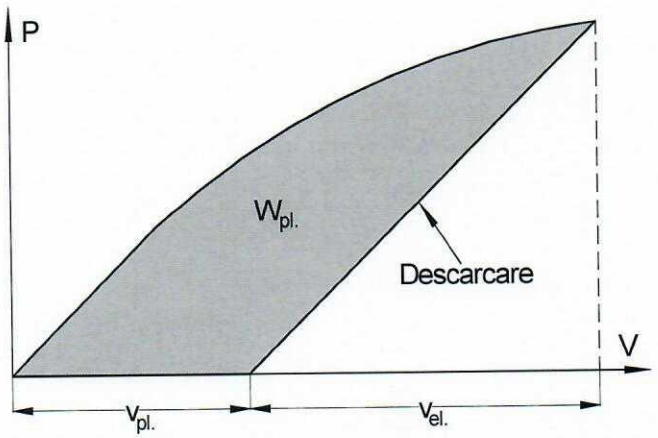


Fig. 5.1. Reprezentarea lucrului mecanic pentru deformarea plastică

Mai întâi este determinat lucrul mecanic total W prin integrarea curbei P-v, fiind extrasă apoi partea elastică. Această parte este egală cu $\frac{P \cdot v_{el}}{2}$ sau, utilizând complianţa C a probei, egală cu $\frac{CP^2}{2}$. In mod clar, C trebuie să fie determinat din afara acestei proceduri. De notat, de asemenea, că valoarea lui C depinde de lungimea curentă a fisurii. C poate fi determinat, fie prin calculul cu formula dată în standardul ASTM care este în funcţie de lungimea fisurii, dimensiunile probei şi modulul lui Young, fie prin măsurarea directă pe baza descărcării parţiale în timpul încercării.

Procedeu pentru determinarea J_{Ic}

Paşii necesari a fi parcurşi în vederea determinării J_{Ic} sunt următorii:

1) Selectarea tipului de probă (probă de încovoiere cu crestătură sau probă compactă) şi pregătirea desenelor de execuţie;
2) Fabricarea probei;
3) Prefisurarea prin oboseală;
4) Confecţionarea dispozitivului pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii;
5) Incercarea probei (încovoiere, respectiv tracţiune);
6) Analiza datelor obţinute pe baza încercării;
7) Determinarea provizorie a J_{Ic} (J_Q);
8) Incercarea finală pentru validarea J_{Ic}.

Atât pentru proba de încovoiere (SENB) cât şi pentru cea de tracţiune (CT), **lungimea fisurii iniţiale** (crestătura plus prefisura obţinută prin oboseală) **trebuie să fie mai mare de 0,5W** pentru a fi siguri de validitatea formulei utilizată în vederea calculului integralei J. Lungimea maximă este 0,75W, în timp ce valoarea optimă, utilizată cel mai mult în experimente, este considerată a fi 0,6W. O trăsătură specială a determinării J_{Ic} este aceea că dispozitivul cu mărci tensometrice trebuie poziţionat pe direcţia solicitării. Pentru proba CT forma crestăturii iniţiale este diferită de cea utilizată pentru determinarea K_{Ic}, *figura 5.2*.

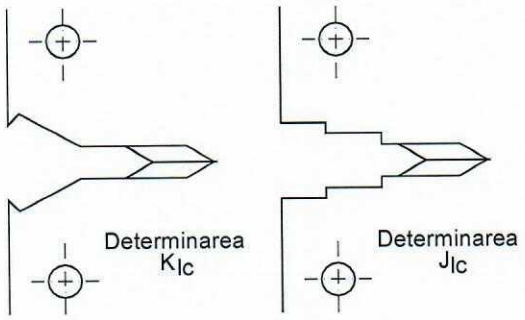


Fig. 5.2. Crestătura iniţială a probei C.T.

Trebuie notat faptul că, crestătura iniţială pentru determinarea J_{Ic} nu este recomandată în mod absolut. Acelaşi lucru este valabil şi pentru proba SENB. Experienţa a arătat că o crestătură iniţială dreaptă este de obicei suficientă.

In vederea obţinerii unui vârf ascuţit al fisurii, proba trebuie să fie prefisurată prin oboseală, cu **încărcarea maximă nedepăşind 40% din limita de încărcare pentru colapsul plastic** P_L care poate fi calculat astfel:

$$\begin{cases} \text{proba SENB} & P_L = \dfrac{4B(W-a)^2\sigma_0}{3S} \\ \text{proba CT} & P_L = \dfrac{B(W-a)^2\sigma_0}{(2W+a)} \end{cases}$$

în care σ_0 este numită tensiune de curgere şi este în mod obişnuit media dintre limita de curgere σ_c şi rezistenţa la tracţiune σ_{uts}: $\sigma_0 = \frac{\sigma_c + \sigma_{UTS}}{2}$. In cadrul încercării pentru determinarea J_{Ic} trebuie luate anumite precauţii în cadrul controlului deplasărilor în vederea obţinerii unei propagări stabile a fisurilor pentru toate încercările. In acest sens este de preferat să se utilizeze o maşină de încercat cu **control electronic asupra deplasărilor.**

Pentru determinarea J_{Ic} pe baza încercării **unei singure probe** trebuie utilizate anumite tehnici în vederea măsurării propagării curente a fisurii în timpul încercării, acest lucru permiţând determinarea curbei de rezistenţă J.

O metodă frecvent utilizată pentru monitorizarea lungimii fisurii o reprezintă tehnica complianţei cu descărcare. După încărcarea probei, până să apară mici propagări ale fisurii, se face o descărcare parţială şi sub-secvenţială, *figura 5.3.*

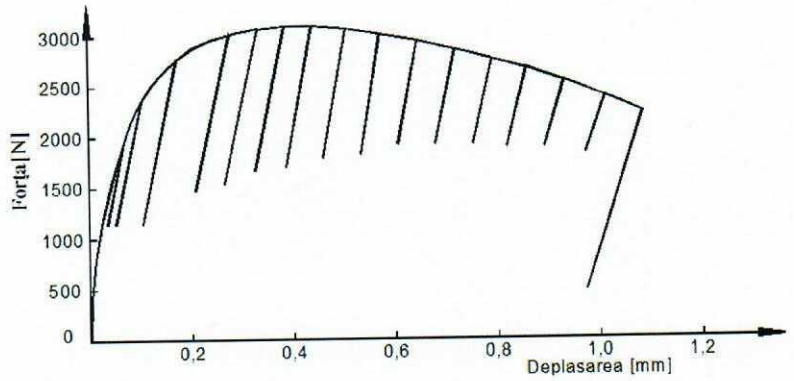


Fig. 5.3. Exemplu pentru tehnica complianţei la descărcare

Pentru a evita o anumită influenţă a plasticităţii asupra rezultatelor încercării, descărcarea maximă trebuie să fie mai mică de 50% din încărcarea curentă sau de aproximativ 20% din P_L - forţa de colaps plastic. In diagrama încărcare-deplasare (P-v), acest procedeu de încărcare este reflectat în prima parte a liniei complianţei elastice pentru descărcare. Din rezultatele complianţei elastice C, poate fi calculată lungimea instantanee a fisurii *a* şi ca urmare poate fi calculată propagarea fisurii ca fiind $\Delta a = a - a_0$. ASTM E 813 prezintă formularea ecuaţiei pentru dimensiunea lungimii fisurii a/W relativă la dimensiunea complianţei pentru probele SENB şi CT. Valorile curente pentru *a, Δa, P* şi curba *P-v* până la deplasarea curentă, conduc la un punct de pe curba J-Δa. Prin respectarea acestui proces de un număr de ori, se poate obţine curba de rezistenţă J pe baza unei singure încercări. Un dezavantaj al acestei metode îl constituie faptul că, acurateţea liniei de complianţă la descărcare necesită echipament corespunzător şi suficientă îndemânare experimentală. Atât pentru determinările în care se utilizează mai multe probe cât şi în cazul determinării în care se utilizează o singură probă, după măsurarea fisurii propagate proba se rupe. De notat că, pentru procedeul ce utilizează o singură epruvetă, aprecierea lungimii fisurii propagate este determinată în mare măsură de acurateţea tehnicii complianţei la descărcare. Pentru a putea măsura fisura propagată, trebuie să se facă distincţie între propagarea *Δa* şi fisurarea reziduală ce apare la ruperea prin deschiderea probei după încercare, *figura 5.4.*

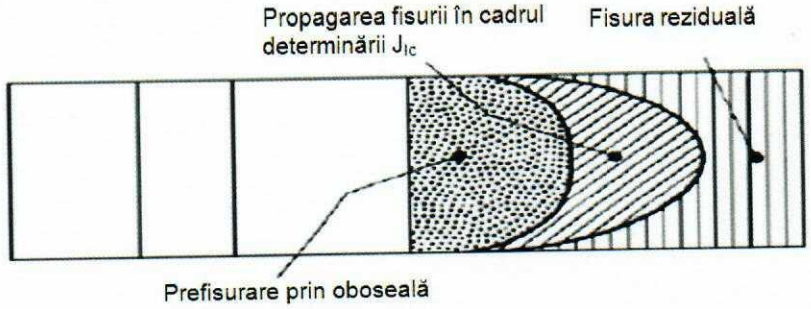


Fig. 5.4. Schematizarea propagării fisurii

De obicei, la probele utilizate pentru determinarea J_{Ic} apare o tendinţă de „aplatizare" a vârfului fisurii, atât în cadrul prefisurării cât şi în cazul încercărilor efective. Experienţa a arătat că, pentru obţinerea unor valori corecte pentru J şi J_{Ic} este necesar a se lua media a cel puţin 7 măsurători pentru *a* şi *Δa*, cu spaţii egale de-a lungul grosimii probei.

Analiza datelor experimentale şi determinarea J_{Ic}

Analiza datelor experimentale are în vedere calculul valorilor lui J pentru anumite creşteri *Δa* ale fisurii. Partea elastică a fiecărei valori a lui J, J_{el}, se poate calcula cu relaţia (7.25 *din curs*) prin substituirea valorii lui K_I corespunzătoare încărcării şi lungimii fisurii în momentul în care se atinge valoarea *Δa* a propagării fisurii.

Dreapta de ecuaţie $J=2\sigma_0 \cdot \Delta a$ şi curba aproximativă sunt influenţate de lucrul mecanic de „întărire". Pentru un lucru mecanic de „întărire" mai mare, panta dreptei iniţiale este mai mică, iar curba J-Δa este mai abruptă. In aceste condiţii şansele de eroare în ceea ce priveşte estimarea J_Q sunt mai mari, *figura 5.5*.

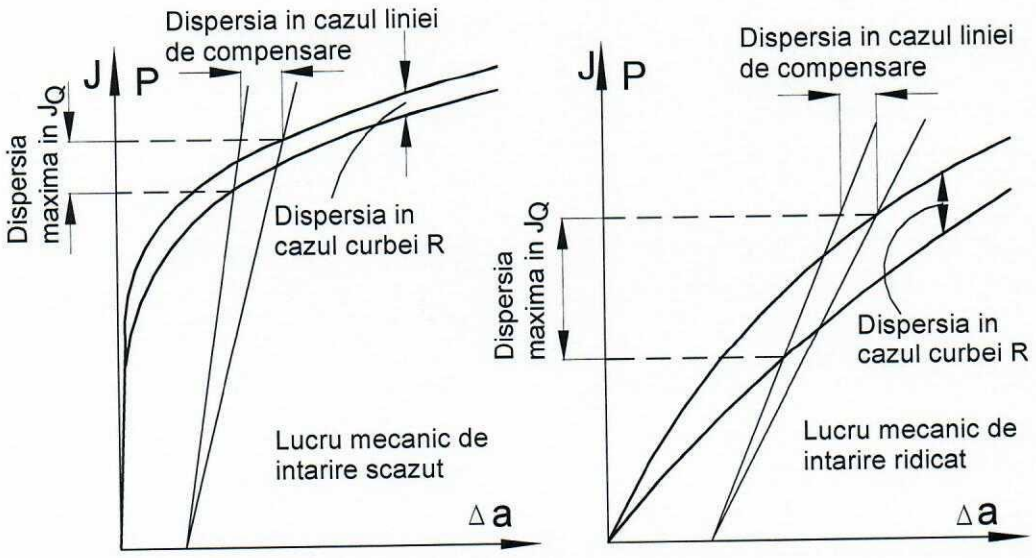


Fig. 5.5. Influenţa lucrului mecanic de întărire asupra erorii de estimare a J_Q

In cadrul standardului ASTM acest inconvenient este eliminat într-o oarecare măsură dacă se impune condiţia ca panta curbei în J_Q să fie mai mică decât σ_0.

Dreapta iniţială are ecuaţia $J=\delta_t \cdot \sigma_0$. In concordanţă cu standardul ASTM aceeaşi dreaptă are ecuaţia $J=M \cdot \delta_t \cdot \sigma_0$ în care $M=1 \div 3$, de obicei M=2. In aceste condiţii, panta acestei drepte

este mai abruptă şi ca urmare va rezulta o supraestimare a lui J_Q, arătată în *figura 5.6.* Experimentele arată că supraestimarea lui J_Q poate fi mai mare de 10%.

Linia de excluziune de la 0,15 mm asigură faptul că *Δa* este mai mic de 0,15 mm şi integrala *J* poate fi determinată cu o destul de bună acurateţe, *figura 5.9.* Linia de excluziune de la 1,5 mm asigură faptul că *Δa* este în general mai mică de 6% din lungimea zonei nefisurate pentru probele SENB şi CT propuse pentru determinarea J_{Ic} şi acest lucru arată că, până la această valoare a propagării fisurii, relaţia pentru integrala J rămâne valabilă. Trebuie să notăm faptul că, procedeul de încercare în concordanţă cu ASTM E813 permite determinarea numai a J_{Ic} (sau J_Q). Sunt standardizate de asemenea procedee de încercare pentru determinarea curbei de rezistenţă J în ansamblu, implicând creşteri mari ale propagării stabile a fisurii în vederea determinării J_{Ic}.

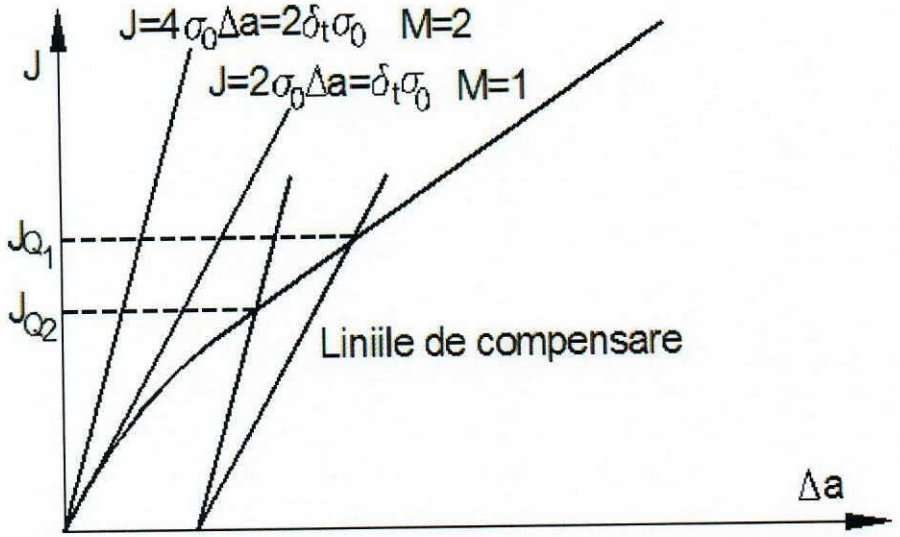


Fig. 5.6. Influenţa relaţiei dintre J şi δ_t asupra lui J_Q

Cu ajutorul curbei rezultate, se cuantifică efectul creşterii stabile a fisurii în materialul cu o anumită rezistenţă la fisurare în regim elasto-plastic. Procedeul utilizat pentru determinarea J_{Ic} descris în această secţiune este restricţionat la cazurile propagării fisurii pe baza mecanismelor de distrugere ductilă. In orice caz, integrala J se poate utiliza, de asemenea, pentru a caracteriza începutul ruperii fragile înainte sau în timpul propagării stabile a fisurii. Restricţiile impuse, în ceea ce priveşte constrângerile de la vârful fisurii, vor fi în acest caz mai severe. Se pot combina cele trei tipuri de măsurători ale rezistenţei la fisurare într-un singur set de reguli experimentale. Sunt incluse aici determinarea K_{Ic}, J_{Ic}, curba de rezistenţă J, $\delta_{t\text{-crit.}}$ Şi, de asemenea, valorile critice pentru integrala J şi δ_t în cazul fisurării fragile. Ideea desprinsă de aici este că, poate fi posibilă evaluarea rezistenţei la fisurare utilizând un singur procedeu experimental, şi în acelaşi timp se minimizează riscul invalidării rezultatelor încercării din cauza comportării aleatorii a materialului.

Dacă evaluarea unui parametru critic de fisurare eşuează, este posibil de a determina un alt parametru utilizând aceleaşi date experimentale.

5.2. Condiții experimentale prevăzute de ASTM-ul E 813 pentru determinarea integralei J

Dacă un material prezintă sau nu o creştere stabilă a unei fisuri pre-existente, reprezintă un element important în evaluarea comportamentului său structural. Dacă sunt satisfăcute anumite criterii de validitate, şi se poate determina creşterea Δa a fisurii în raport cu încărcarea, în anumite circumstanţe mărimea dată de integrala J obţinută din curba JR poate fi considerată ca o proprietate material. Partea iniţială a curbei JR este utilizată în ASTM-ul E813 ca procedură standard pentru determinarea tenacităţii la fisurare J_{Ic}. Acest standard prevede o procedură experimentală pentru determinarea valorii J_{Ic} care se presupune a fi o măsură tenacităţii iniţiale.

Domeniul de aplicare

Această metodă de testare permite determinarea J_{Ic}, care poate fi utilizată pentru estimarea tenacităţii la fisurare în apropierea propagării lente, stabile, a fisurilor, pentru materiale metalice. Se aplică pieselor ce prezintă defecte sub formă de fisuri ascuţite propagate prin oboseală. Probele recomandate se supun solicitărilor de încovoiere sau tracţiune şi conţin fisuri iniţiale. Viteza de încărcare este mică, încercarea fiind statică, influenţa mediului înconjurător asupra propagării fisurii fiind considerată neglijabilă.

Pentru solicitarea de tracţiune se recomandă proba compactă CT (compact tension) ce respectă proporţionalitatea $a_0/W=0,5\div0,7$.

Dimensiunile probei vor fi în funcţie de raportul dintre integrala J şi limita de curgere a materialului. Prin urmare, pentru a determina dimensiunile piesei, trebuie să avem în vedere rezultatele aproximative care se aşteaptă a fi obţinute. Alte configuraţii ale probei decât cele stabilite de standardul ASTM E813 implică cerinţe suplimentare de validitate a rezultatelor.

Această metodă se aplică în cazul pieselor cu o comportare ductilă la rupere. Sunt două tehnici prin care se poate obţine curba J-Δa:

- Utilizarea mai multor probe, atunci când fiecare dintre acestea este solicitată până la o anumită valoare a solicitării înregistrându-se lungimea fisurii propagate;
- Utilizarea unei singure epruvete caz în care este utilizată metoda complianţei pentru monitorizarea lungimii fisurii propagate.

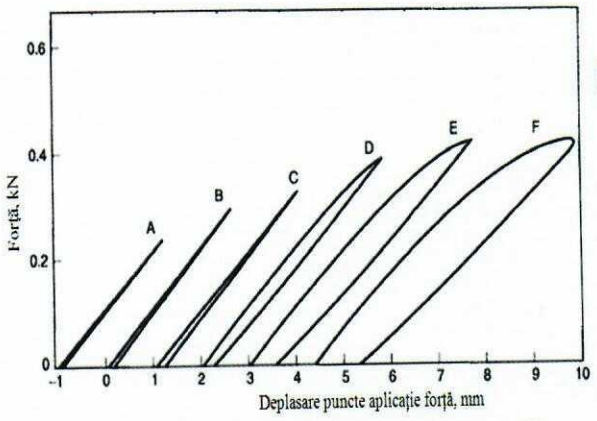


Fig. 5.7. Utilizarea mai multor probe

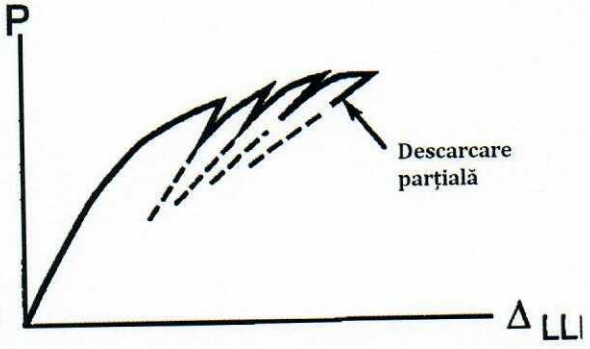


Fig. 5.8. Utilizarea unei probe unice

Amândouă abordări sunt acceptabile, totuşi procedeul prin care se utilizează o singură epruvetă este mai practic şi mai puţin costisitor. In acest caz epruveta este supusă la solicitarea de oboseală pentru a produce o fisură ascuţită. Proba este încărcată cu controlul deplasării pentru a ne asigura că propagarea fisurii se face în mod stabil. In timpul încercării se realizează descărcări parţiale pentru a obţine pantele elastice pentru care poate fi dedusă lungimea fisurii.

Integrala J se calculează pe baza datelor privind încărcarea şi deplasarea, în fiecare punct în care are loc descărcarea. Integrala J se calculează pe baza unei combinaţii lineare a termenilor elastic şi plastic şi este dată de relaţia:

$$J = J_{el} + J_{pl} = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E} + \frac{\eta_{pl}}{Bb}\int_0^{v_{pl}} P dv_{pl}$$

Aceste calcule, care sunt efectuate pentru fiecare punct de descărcare, sunt reprezentate în funcţia de propagarea fisurii Δa.

Validarea mărimii J_Q ca fiind J_{Ic}:

- $B>25J_Q/\sigma_y$;
- $b_o>25J_Q/\sigma_y$;
- panta dreptei de regresie dJ/da, calculată la Δa_Q să fie mai mică decât σ_y;
- Să nu existe o comportare fragilă la rupere;
- Sa fie îndeplinite cerinţele de spaţiere;
- Să fie verificate alte cerinţe privind măsurătorile asupra lungimilor precum şi predicţii asupra complianţei.

Conversia J_{Ic} la K_{Ic} se face cu relaţia:

$$J_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E^*}$$

unde:

- $E^*=E$ pentru starea plană de tensiuni;

$E^*=E/(1-\nu^2)$ pentru starea plană de deformaţii.

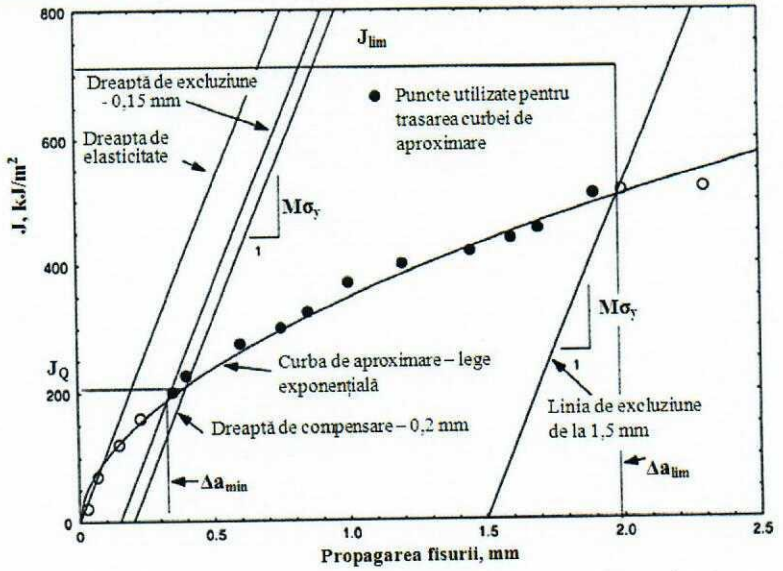


Fig. 5.9. Modul de trasare a curbei J şi construcţia dreptelor de excluziune şi compensare conform ASTM E1820

5.3. Descriere program de încercări

Printre punctele de pe diagramă se trasează o curbă de aproximație după o lege exponențială. Se trasează o dreaptă de excluziune la limita din stânga așezată la 0,15 mm (propagarea fisurii) având în vedere limita de curgere a materialului, aproximând efectele de întindere de la vârful fisurii. O dreaptă de compensare, paralelă cu cea descrisă anterior, este trasată la 0,2 mm (propagarea fisurii), intersecția acesteia cu curba definind mai întâi J_Q și apoi, dacă este cazul, J_{Ic}.

Parametrii de încercare se pot introduce în ecranul principal prezentat în *figura 5.10.*

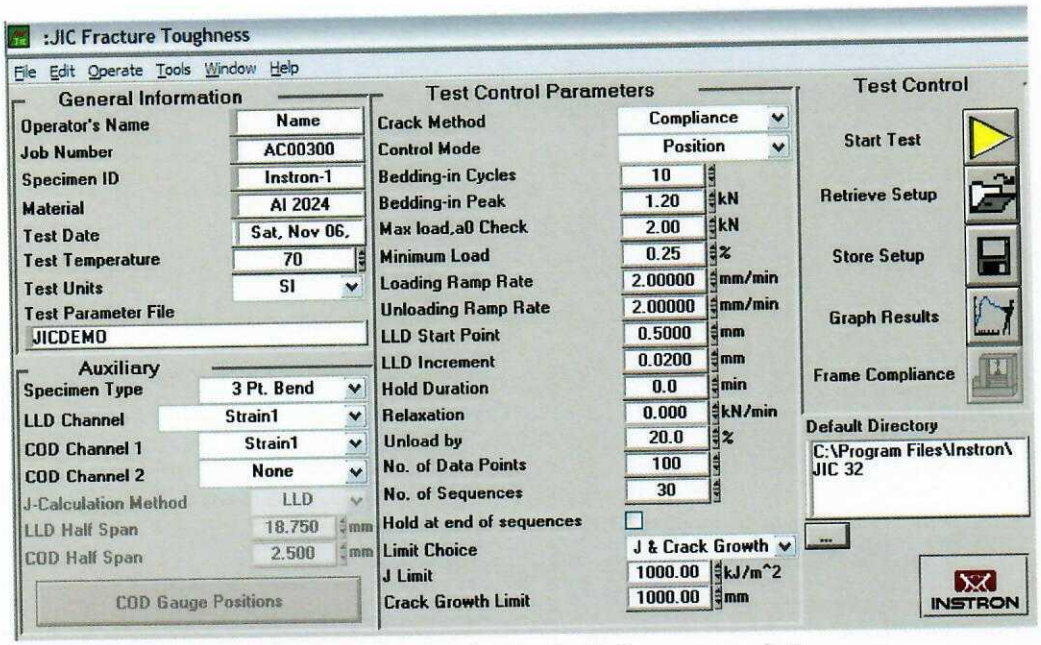


Fig. 5.10. Ecranul principal al programului

Programul utilizat pentru determinarea J_{Ic} reprezintă o încercare pentru determinarea tenacității la fisurare în condiții cvasi-statice în care se produce o încărcare și o descărcare a probei utilizate (proba compactă) în mod repetat, în vederea forțării propagării unei fisuri pornind de la pre-fisura propagată anterior prin oboseală. Încercarea are loc până când fisura ajunge la o lungime pre-specificată a incrementului de creștere sau până când se atinge un număr pre-specificat de cicluri de încărcare-descărcare, moment în care se raportează anumite rezultate și valori ale unor mărimi calculate în mod automat, printre care și valoarea estimată a integralei J, respectiv J_Q. Se pot selecta, pentru a fi reprezentate, graficele de variație a: integralei J în raport cu extensia fisurii sau în raport cu lungimea fisurii, J în raport cu complianța sau factorul de intensitate a tensiunii în raport cu extensia fisurii.

Prin apăsarea click dreapta pe fiecare câmp cu date se deschide o fereastră intermediară care conține butonul ***Description and Tip***. Prin apăsarea acestui buton se deschide o nouă fereastră în care se dau explicații asupra semnificațiilor datelor ce trebuie introduse. Același rezultat se obține dacă se deschide ***Help-ul*** și se apasă pe ***Show Context Help*** și apoi se apasă pe câmpul cu data a cărei semnificație vrem să o descifrăm.

Crack Method

Sunt mai multe metode utilizate aici pentru a furniza lungimea instantanee a fisurii:

- Vizual când se observă propagarea cu ajutorul unor dispozitive optice;
- Prin complianță câbd se calculează automat lungimea fisurii propagate, așa cum s-a descis la lucrarea pentru determinarea da/dN.

Mod de control

Acest câmp se utilizează pentru a alege modul de control pentru testare. Controlul prin COD (creck opening displacement – prin extensometrul de tip clip-on-gage) oferă o acuratețe mai mare la descărcare. Controlul prin COD este posibil numai cu probele CT.

Acoperirea în cicluri

Acest câmp se utilizează pentru a introduce numărul de cicluri de tip sinusoidal ce acoperă frecvența de 1Hz. Aceste cicluri vor așeza punctele de aplicare a forței în probă.

Acoperirea în amplitudine

acest câmp pentru a introduce amplitudinea undei de 1Hz utilizată în pre-test. Aceasta amplitudine este o jumătate din amplitudinea de la vârf la vârf.

Încărcarea maximă, verificarea lungimii a_0

Acest câmp se utilizează pentru a introduce sarcina maximă în secvența de încărcare / descărcare care este utilizată pentru a determina lungimea fisurii inițiale. Vârfurile de încărcare pentru celelalte două secvențe sunt 60% și 80% din acest vârf.

Viteza de încărcare

Se utilizează acest câmp pentru a introduce viteza pentru secvența de încărcare. Viteza de descărcare este de 50% din această valoare.

LPD Start Point

Se utilizează acest câmp pentru a introduce punctul de start al deplasării punctelor de aplicație ale forței pentru prima secvență de încărcare.

LPD Increment

Se utilizează acest câmp pentru a introduce incrementul în deplasarea punctelor de aplicație ale forței între secvențele adiacente încărcării/descărcării.

Durata de menținere

Se utilizează acest câmp pentru a introduce durata de timp de menținere în secvența de încărcare.

Relaxare

Se utilizează acest câmp pentru a introduce pragul de relaxare la terminarea menținerii.

Procent de descărcare

Se utilizează acest câmp pentru a introduce procentul din vârful de forță care urmează să fie descărcat pentru cazul de măsurare prin complianță. Acest câmp nu este utilizat atunci când măsoară lungimea fisurii cu metoda DCPD.

Nr de Secvențe

Se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul total de secvențe de încărcare / descărcare dorit, pentru a efectua testul. ***Numărul maxim de secvențe permis este de 50.***

Nr de puncte de date

Se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul dorit de puncte de date care urmează să fie preluat în timpul fiecărui ciclu al secvenței de descărcare.

Ecranul care apare după apăsarea butonului start, cunoscut sub numele de **Run-time**, este cel din *figura 5.11*. Acest ecran conține grafice care sunt actualizate în timpul încercării, o serie de indicații privind parametrii de testare, și un set de butoane de control al programului.

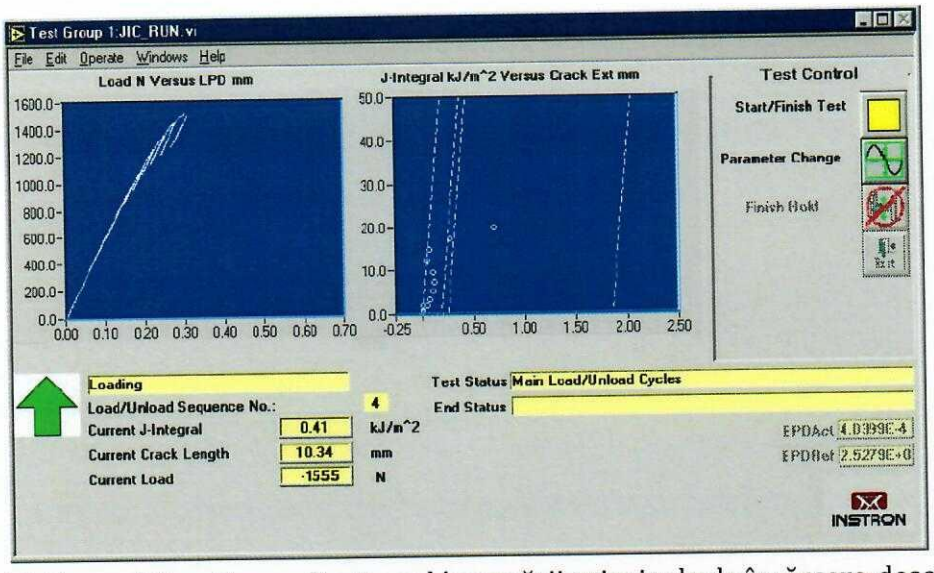


Fig. 5.11. Ecranul Run-time – din timpul încercării principale de încărcare-descărcare

5.4. Modul de lucru

Operațiunile ce trebuie efectuate pentru determinarea J_{Ic} sunt următoarele:

- pregătirea sistemului de încercare pentru un test de determinarea a tenacității la fisurare;
- introducerea parametrilor de testare în programul pentru un nou test sau deschiderea unui fișier deja existent cu parametrii de testare stabiliți anterior;
- rularea programului;
- recuperarea, stocarea, și afișarea rezultatelor testului.

Pentru a rula un test în vederea determinării J_{Ic}, se vor face următorii pași:

a) Se pregătește sistemul de încercare.

Atunci când probele se supun încărcării și descărcării trebuie ca acest lucru să se facă cu mare atenție. Orice mișcare neașteptată poate provoca accidente grave și distrugerea echipamentelor. Cei 6 pași necesari pregătirii sistemului sunt descriși în cele ce urmează.

Dacă se utilizează un extensometru COD pentru măsurarea deplasării deschiderii flancurilor fisurii, acesta se conectează la consola de pe mașină, **înainte de a porni softul „Console", fără a-l monta pe probă**;

Se calibrează toate canalele sistemului de testare, respectiv, forța (calibrare existentă), deplasarea (calibrare existentă) și deformație (**calibrare nouă pentru COD**);

Atenție!

Se pot produce vătămări corporale sau deteriorarea echipamentului ca urmare a furnizării de date neașteptate de către actuatori, în cazul în care limitele electronice nu sunt stabilite cu precizie. Asigurați-vă că toate limitele sunt stabilite și că toate cele 6 liniuțe de control, superioare și inferioare, sunt pe culoarea verde.

Setarea limitelor pentru toate cele trei canale: forță, deplasare și deformație (de la COD);
Se pornește sistemul hidraulic. Asigurați-vă că presiunea sistemului hidraulic este setată la presiunea normală de funcționare. Se prinde în bacuri proba compactă ce va fi solicitată la tracțiune, *figura5.12*.

Fig. 5.12. Mașina universală de încercat INSTRON 8801 - Determinări ale tenacității la fisurare pe proba compactă

Asigurați-vă că bucla de modelare a parametrilor de pe canalul de sarcină este stabilită în mod corect. Acest lucru se realizează prin transferul sistemului de testare în controlul forței și efectuarea Auto Loop Shaping.
b). Se stabilește configurația de testare, fie prin introducerea de informații în câmpurile corespunzătoare de pe ecranul principal fie prin utilizarea unui fișier de date deja existent și salvat la un test anterior;
c). După ce toate câmpurile de pe ecranul principal au fost completate în conformitate cu cerințele utilizatorului, se face click pe butonul Start aflat în secțiunea Control Test;
d) Dacă se utilizează numele unui fișier de un test care a fost salvat anterior, sunteți întrebat dacă doriți să suprascrieți fișierul existent. Dacă alegeți Suprascriere fișier, programul trece la etapa următoare și datele de testare vor fi suprascrise. Dacă alegeți „Folosiți Fișier nou", se deschide o casetă de dialog pentru a vă permite să introduceți un nume pentru fișier.
e) Acum sunteți întrebat dacă sunteți gata pentru a începe testul. Faceți clic pe butonul Start pentru a începe testul. Alternativ, faceți clic pe butonul Finish, dacă doriți să anulați testul.
f) Apare o casetă de dialog cu mesajul: "*8500 Remote Control seized by computer* ", faceți clic pe butonul OK pentru a continua.
g) Programul rulează acum secvența de cicluri selectată în parametrii de configurare și testare.

In *figura 5.13* este prezentat ecranul afișat în timpul testului de dinaintea solicitării principale ce conține două cicluri de încărcare/descărcare din care se poate vedea forma undei, numărul secvențelor de încărcare / descărcare și secvențele cu starea curentă de testare.

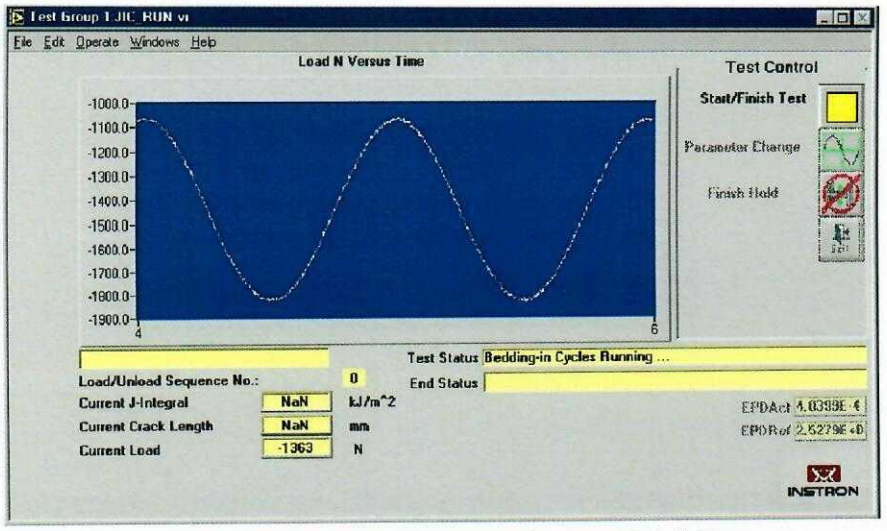


Fig. 5.13. Ecranul din timpul pre-solicitării

j) Atunci când cele trei secvențe primare de încărcare/descărcare s-au terminat, apare mențiunea ***Select Initial Crack Length.*** În acest ecran se furnizează lungimea fisurii, lungimea medie a fisurii și diferența în procente (dacă se dorește se introduce o lungime diferită a fisurii). La final se face click pe OK.

k). Apare din nou ecranul de testare, așa cum se prezintă în *figura 5.14.*

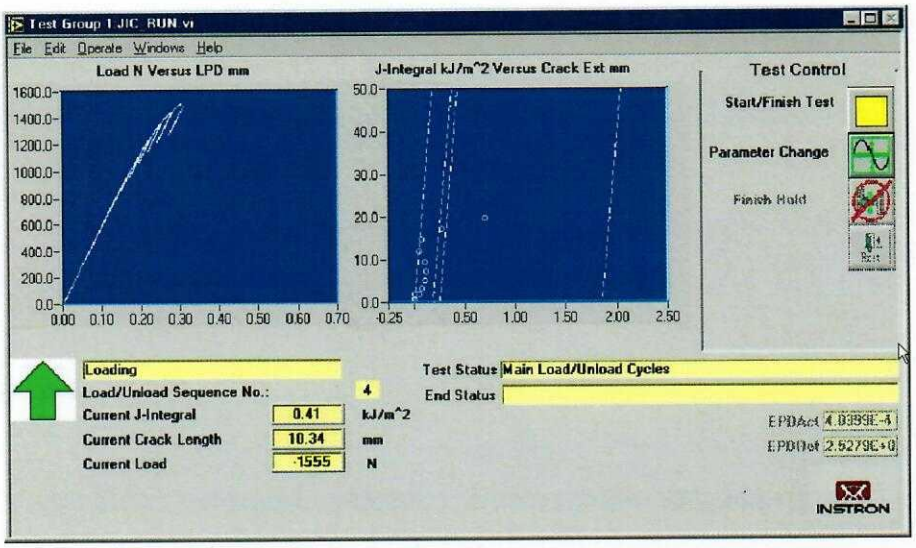


Fig. 5.14. Ecranul din timpul încercării

Acest ecran conține două grafice în timp real: încărcare în raport cu LPD (load point displacement) și integrala J în raport cu extensia fisurii; săgeata verde arată modul de lucru în timp real: încărcare, descărcare sau menținere. Perioada de menținere oferă relaxarea probei după un ciclu de solicitare. In timpul încercării se poate suprascrie perioada de menținere făcând click pe butonul Override Hold în secțiunea Test Control a ecranului. Butonul este accesibil doar în timpul perioadei de menținere. Butonul ***Parameters*** vă permite să modificați parametrii de încercare în timp ce se execută încercarea. Când faceți click pe acest buton, apare ecranul principal de instalare și puteți introduce noi parametri în același mod ca și cum ați seta din nou acești parametri. Butonul nu este disponibil la unele puncte în timpul testului

şi nu puteţi schimba orice parametri până când acesta nu devine activ din nou. Atunci când încercarea e finalizată, după numărul solicitat de secvenţe de încărcare / descărcare, sau atunci când testul este oprit prin intervenţia operatorului, butonul Exit în secţiunea Test de control al ecranului devine disponibil. Faceţi clic pe acest buton pentru a reveni la ecranul principal de instalare. Atunci când testul a finalizat numărul solicitat de secvenţe de încărcare / descărcare, sau atunci când testul este oprit prin intervenţia operatorului, butonul Exit în secţiunea Test Control al ecranului devine disponibil. Faceţi clic pe acest buton pentru a reveni la ecranul principal de instalare.

Finalizarea încercării se poate face şi manual în orice moment al încercării. Se dă click pe butonul ***Start/Finish Test***, încercarea se opreşte, butonul se schimbă din pătrat în triunghi iar ecranul revine la cel din *figura 5.10*.

5.5. Obţinerea şi prelucrarea rezultatelor

In momentul în care s-a încărcat un set de date, fie datorită utilizării butonului ***Retrieve Setup*** care încarcă datele din testul anterior sau datorită faptului că tocmai s-a terminat o încercare, se pot afişa sau printa rezultatele testului făcând click pe butonul ***Graph Results*** din menu-ul principal. În acel moment softul încarcă fişierul ***.dat, cu numele (***) dat în ***Test Param File***. Primul ecran care apare este ***Set Modulus*** în care se pot introduce valorile pentru modulul lui Young, rezistenţa la tracţiune şi limita de curgere, sau se acceptă valorile deja existente. Când se termină, se apasă pe butonul ***OK*** şi va apărea ecranul cu rezultatele pentru J_{Ic} **(JIC Results)**, *figura 5.15*. Explicaţii ale elementelor care intervin în această diagramă sunt date în *figura 5.9* şi în *figura 5.16*.

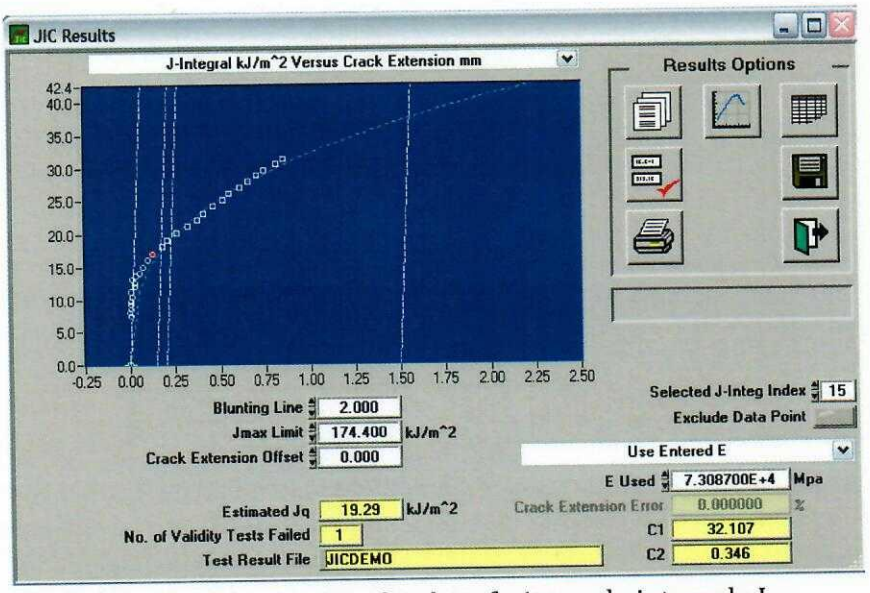


Fig. 5.15. Ecranul cu datele referitoare la integrala J

Chiar dacă datele sunt înregistrate în tabelul de date de la începutul încercării, se consideră valabile numai acele puncte care se încadrează între dreptele de excludere ce trec prin deplasările de 0,15 mm şi 1,5 mm şi sunt paralele cu dreapta de elasticitate. Valoarea

integralei J_{Ic} este determinată pentru punctul în care curba de aproximare exponențială se intersectează cu dreapta ce trece prin extensia fisurii de 0,2 mm și este paralelă cu dreapta de elasticitate.

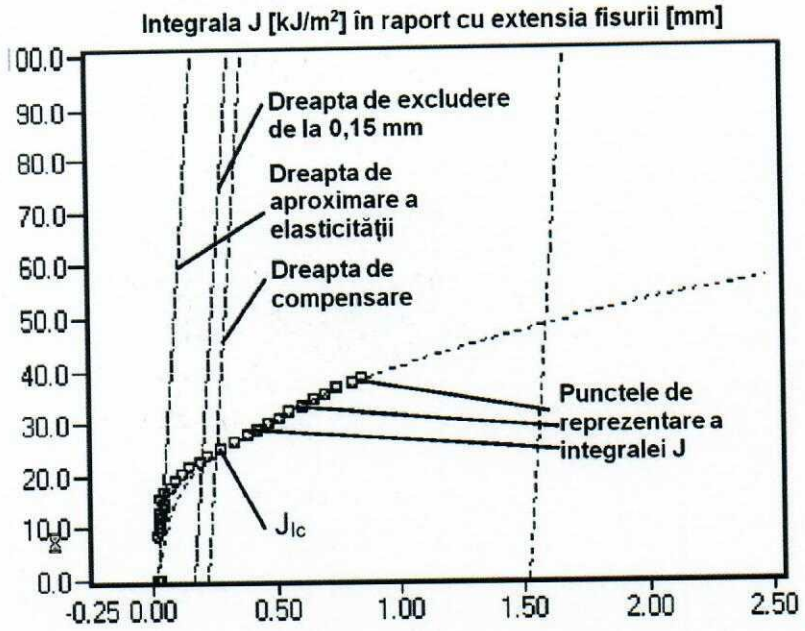


Fig. 5.16. Elemente explicative asupra graficului integralei J

In acest ecran apar și butoanele pentru rezultate. Butonul ***Reports*** prezintă detalii pivind identificarea încercării și a probei. Prin click pe OK se avansează la Report Summary în care se prezintă un rezumat al rezultatelor încercării, date despre probă și despre lungimea porțiunii nefisurate. Din acest ecran, prin butonul ***Crack Front*** se avansează la ecranul care prezintă date privind lungimea fisurii, iar prin butonul ***Validity*** se avansează la ecranul care prezintă mesaje privind invalidități depistate în timpul calculelor. Butonul ***Join Data*** unește rezultatele din fișierul file (<filename>. dat) cu fișierul de date raw (<filename>.lop). Rezultatul se regăsește în fișierul <filename>.txt de tip ASCII.

Prin apăsarea butonului ***Print*** în această fereastră se va obține o copie printată a graficului de variație a integralei J în raport cu extensia fisurii, *figura 5.15*.

Prin butonul ***Graph Results*** se avansează la un ecran intermediar în care se poate alege un anumit grafic de reprezentare a încercării efectuate, respectiv: diagrama forță în raport cu deplasarea preluată de la extensometru (LLD - load line displacement) sau în raport cu (COD – crack opening displacement) și curba de descărcare în raport tot cu LLD - load line displacement. Primul grafic este prezentat în *figura 5.17*. Graficul se scalează în mod automat pe baza datelor achiziționate. Se poate printa o copie numai a graficului – Print, sau se poate include și valoarea integralei J – Print+J.

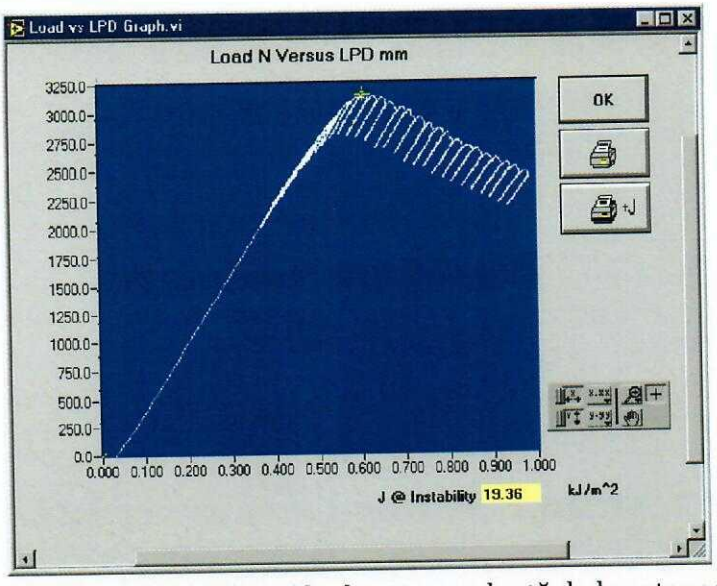


Fig. 5.17. Graficul Forță în raport cu deplasarea preluată de la extensometru (COD)

BIBLIOGRAFIE

[1] ASTM E813-89E01, Test Method for JIC, A Measure of Fracture Toughness (Withdrawn 1997), ASTM International, West Conshohocken, PA, 1989.

[2] R.A. Schapery, Correspondence principles and a generalised J Integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media, Int. J. Fract., 25: 195-223, 1984.

[3] J.R. Rice, P.C. Paris, J.G. Merkle, Some further results of J-integral analysis and estimates. National Symposium on Fracture Mechanics; 6th; Philadelphia, PA, August 28-30, 1972.

[3] J.R. Rice, G.F. Rosengren, Plain strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, J. Mech. Phys. Solids, 16: 1-12, 1968.

[4] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, J. Appl. Mech., 35: 379-386, 1968.

[5] G. P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 31(3), pp. 503–512, 1967

[6] J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, 35, pp. 379–386, 1968

[7] R.F. Lee, J.A. Donovan, J-integral and crack opening displacement as crack initiation criteria in natural rubber in pure shear and tensile specimens, Rubber chemistry and technology, 60(4), 674–688. 1987.

[8] M. Yoda, The J-integral fracture toughness for Mode II, Int. J. of Fracture, 16(4), pp. R175–R178, 1980.

[9] J.W. Hutchinson, J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 16 (1): 13–31, 1968.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 6

DETERMINAREA DEPLASĂRII LA DESCHIDEREA VÂRFULUI FISURII - CTOD

6.1. Expresii pentru calculul lui $\delta_{t\,crt.}$ – CTOD
6.2. Scopul metodei CTOD
6.3. Procedeul de determinare a CTOD
6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM 1290

6.1. Expresii pentru calculul lui $\delta_{t\,crt.}$ - CTOD

Pe baza acestei metode se doreşte determinarea valorii critice a deplasării la deschiderea vârfului fisurii (CTOD – Crack Tip Opening Displacement), atunci când are loc propagarea fisurii.

Măsurarea directă a lui $\delta_{t\,crt.}$ la vârful fisurii este imposibilă. Ca urmare, se utilizează un traductor de deplasare (**extensometru** sau „pensetă" cu mărci tensometrice) pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii, v_{ext}, în apropierea suprafeţei probei, *figura 6.1*. Se presupune că în zona nefisurată (b=W-a) se produc deformaţii plastice. Ca urmare, se presupune că flancul fisurii se roteşte cu un anumit unghi, centrul de rotaţie stabilindu-se în interiorul zonei nefisurate la distanţa $(r \cdot b)$, r fiind o constantă adimensională denumită factor de rotaţie. In *figura 6.1* este prezentat un exemplu în care o pensetă cu mărci tensometrice se poate ataşa la muchiile ascuţite de la suprafaţa probei.

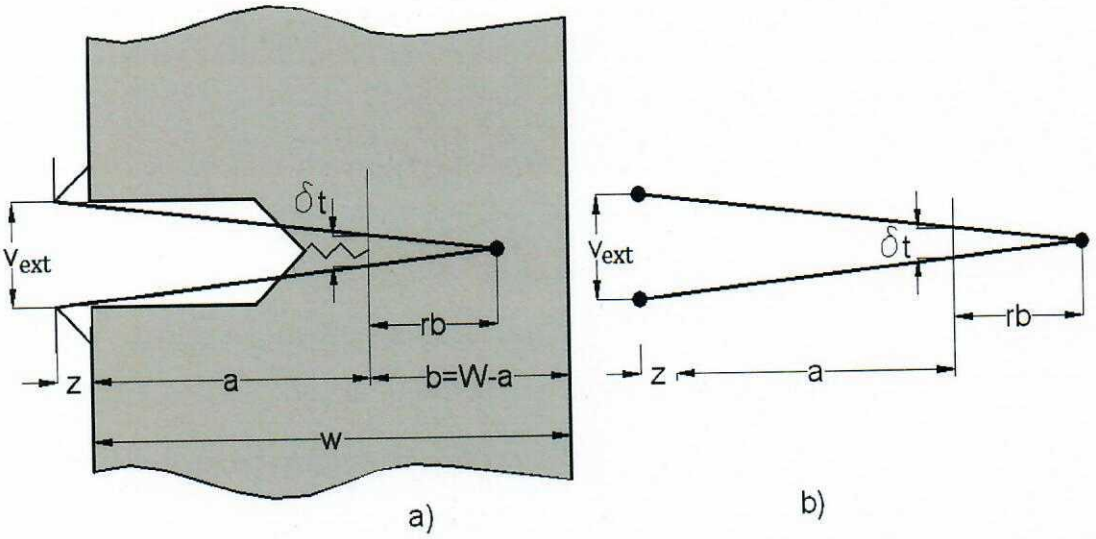


Fig. 6.1. Deplasarea la deschiderea vârfului fisurii

Din *figura 6.1* se poate deduce că δ_t poate avea expresia:

$$\delta_t = \frac{r \cdot b}{r \cdot b + a + z} v_{ext} \tag{6.1}$$

în care distanța *z* reprezintă distanța de la suprafața probei la vârfurile pensetei tensometrice iar b=W-a_0, cu a_0 notând lungimea inițială a fisurii. Dacă penseta tensometrică se montează în canale frezate în interiorul probei, *z* va fi negativă iar dacă se montează exact la suprafața probei z va fi egală cu zero.

Deşi această relație pare simplă, apar totuşi două probleme:

1) Valoarea factorului de rotație r. Experimentele arată o varietate semnificativă în ceea ce privește valorile utilizate pentru r. Acest lucru se întâmplă din cauză că determinarea necesită tehnici complicate cum ar fi metoda pensetei cu două mărci sau infiltrarea în fisură a cauciucului plastic sau siliconat. In general, pentru probele CT şi SENB valoarea lui r se ia între 0,4 şi 0,6. Pentru proba CT se admite r≈0,46.

2) Interpretarea deplasării v_{ext} a pensetei (extensometrului) cu mărci tensometrice. Creşterea v_{ext}, în raport cu punctul de zero stabilit inițial, se datorează atât efectului de deschidere elastică a fisurii cât şi rotației în jurul punctului amintit anterior. Ca urmare, dacă se consideră v_{ext} determinat numai de rotația flancurilor fisurii (ecuația 6.1) se poate ajunge la rezultate eronate. In aceste condiții v_{ext} trebuie separat într-o parte elastică $v_{el.}$ şi o parte plastică $v_{pl.}$ arătate schematic în *figura 6.2.*

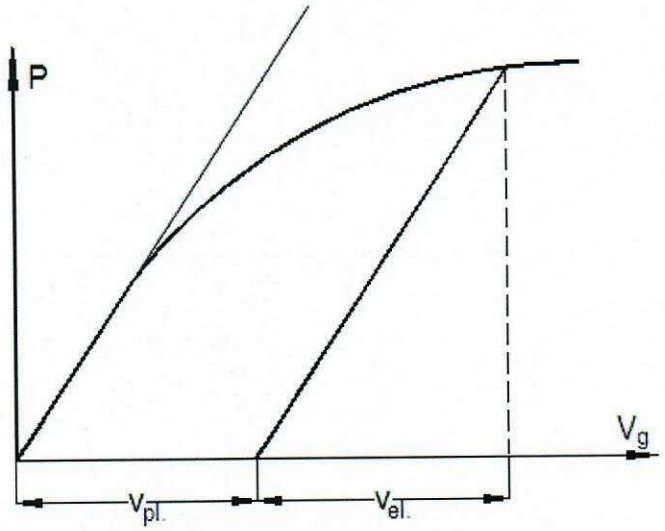


Fig. 6.2. Separarea deplasării totale la deschiderea fisurii v_{ext} în componentele elastică $v_{el.}$ şi plastică $v_{pl.}$

Din motive de acuratețe, *contribuția elastică* la δ_t este calculată în concordanță cu expresia dată de Mecanica Liniar-Elastică a Ruperii pentru CTOD:

$$\delta_{el} = \frac{K_I^2}{E\sigma_y}\left(\frac{1-\upsilon^2}{2}\right) \tag{6.2}$$

şi ca urmare vom avea:

$$\delta_t = \delta_{el.} + \delta_{pl.} = \frac{K_I^2}{E\sigma_c}\left(\frac{1-\upsilon^2}{2}\right) + \frac{r \cdot b}{r \cdot b + a + z} v_{ext} \tag{6.3}$$

în care:

— K_I este factorul de intensitate al tensiunii care se determină cu relaţiile următoare, **în care $a=a_0$:**

- pentru epruveta solicitată la tracţiune:

$$K_I = F_Q \frac{f\left(\frac{a}{W}\right)}{BW^{\frac{1}{2}}} \tag{6.4}$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 29{,}6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} - 185{,}5\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} + 655{,}7\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{5}{2}} - 1017\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{7}{2}} + 638{,}9\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{9}{2}} \tag{6.5}$$

- pentru epruveta solicitată la încovoiere:

$$K_I = \frac{1}{10}\sqrt{10} F_Q \frac{L}{BW^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \tag{6.6}$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1{,}99 - \left(\frac{a}{W}\right)\left(1-\frac{a}{W}\right)\left(2{,}15 - 3{,}93\left(\frac{a}{W}\right) + 2{,}7\left(\frac{a}{W}\right)\right)^2\right]}{2\left(1-2\frac{a}{W}\right)\left(1-\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{6.7}$$

— E este modulul lui Young;

— σ_c este limita de curgere;

— ν este coeficientul lui Poisson.

6.2. Scopul metodei CTOD

Această metodă de testare se referă la determinarea valorilor critice ale deplasărilor la deschiderea vârfului fisurii (CTOD – Crack Tip Opening Displacement), atunci când are loc propagarea fisurii. Prin această metodă se poate determina **tenacitatea la apariţia clivajului când se iniţiază propagarea fisurii** pentru materialele care prezintă o tranziţie de la comportamentul ductil la un comportament fragil odată cu scăderea temperaturii, cum ar fi oţelurile feritice. Această metodă de testare se aplică pentru probele cu crestătură în prelungirea căreia se introduce o fisură de oboseală. Probele utilizate sunt cele de încovoiere în trei puncte (SENB- Single Edge Notched Bend), probele de tracţiune (CT - compact tension)

sau probele de încovoiere sub formă de arc de cerc (ASB -arc-shaped bend). Viteza de încărcare trebuie să fie mică şi fără să existe influenţe ale mediului. Pentru determinarea deplasării la feţele probelor se utilizează un extensometru de tip clip-on-gage.

Dimensiunile recomandate pentru probe sunt următoarele:
- Lăţimea W să fie de două ori cât grosimea B;
- Pentru toate tipurile de probe trebuie să fie satisfăcută relaţia: $0,45 \leq a_0/W \leq 0,70$, în care a_0 este lungimea iniţială a fisurii;
- Pentru proba CT se recomandă raportul H/W=0,6 în care H este înălţimea probei iar pentru proba SENB vom avea S/W=4 în care S este distanţa între reazeme;
- Pentru proba de tip ASB se recomandă S/W=4 atunci când r_1/r_2>0,6-1 sau S/W=3 atunci când r_1/r_2>0,4-0,6

Probele standard, cele mai utilizate pentru determinarea *deplasării flancurilor fisurii la vârful acesteia* (crack tip opening displacement - CTOD), atunci când are loc deschiderea fisurii, sunt cele solicitate la încovoiere prin trei puncte şi având crestătură (SENB), precum şi probele compacte (CT) solicitată la tracţiune. Acestora le-a fost descrisă configuraţia în secţiunea 5.3 din curs. Pentru probele CT este permisă utilizarea unui anumit tip de crestătură iniţială în vederea determinării J_{Ic}. Este de preferat ca raportul *W/a* să fie în jur de 2 dar pot exista anumite abateri în jurul acestei valori. In principiu, grosimea *B* trebuie să fie egală cu cea utilizată în exploatare iar probele nu trebuie să aibă canale laterale. Sunt permise excepţii dacă se poate demonstra că grosimi mai mici nu afectează rezistenţa la fisurare sau dacă se poate stabili o relaţie bine determinată între grosimea probei şi rezistenţa la fisurare. Este important de notat că valorile lui $\delta_{t\ crt.}$, rezultate ca urmare a aplicării acestei metode, pot fi afectate de geometria şi mărimea probei. De aceea sunt necesare anumite precauţii atunci când se compară rezultatele preluate din diferite surse.

6.3. Procedeul de determinare a CTOD

Valoarea δc pentru CTOD corespunde începutului propagării instabile a fisurilor (propagare fragilă) fără ca anterior să aibă loc o propagare lentă şi stabilă; δi reprezintă valoarea CTOD măsurată la începutul propagării lente şi stabile a fisurii; δu este înregistrată la debutul propagării fragile (instabile) a fisurii fragile instabile ce urmează unei propagări anterioare lente şi stabile; δm este valoarea CTOD la prima atingerea unui palier privitor la sarcina maximă atunci când avem un comportament în totalitate ductil.
Pentru a determina valorile CTOD, pentru forţă şi deplasare se utilizează valorile din momentul proceselor de iniţiere şi propagare a fisurii. Sarcina şi deplasările măsurate de extensometru corespunzătoare mărimilor δc, δu şi δm, sunt obţinute direct din înregistrările încercărilor. Atunci când este necesară o măsurare a δi, valorile pentru CTOD sunt determinate şi reprezentate grafic în raport lungimea fisurii propagate, Δa_p. Graficul de variaţie a CTOD în raport cu lungimea fisurii propagate este aproximat cu o curbă de regresie potrivită, care să aproximeze cât mai bine rezultatele reale.. Valoarea δi este definită ca un punct de pe curba de aproximare corespunzătoare, Δa_p = 0,2 m.

Înregistrarea de sarcină deplasare obținută dintr-un test de fractura va fi, de obicei, una dintre cele șase tipuri prezentate în *figura 6.3*. Inainte de a clasifica o curbă încărcare – deplasare trebuie să decidem dacă fisurarea este „semnificativă". In cazul în care, după examinarea suprafeței fisurate, se observă că extinderea fisurii depășește 4% din lungimea zonei nefisurate *b*, fisurarea se consideră „semnificativă".

În cazul în care cedarea se produce pe domeniul linear, graficul (1) din *figura 6.3*, se aplică procedura descrisă în ASTM E399de verificare a validității determinării valorii pentru K_{Ic}.

Curbele din cazurile 1 și 2 sunt monoton crescătoare, nefiind pusă în evidență plasticitatea și nici propagarea stabilă a fisurii înainte de rupere. Cazul 3 arată o fisurare semnificativă datorată propagării bruște a fisurii urmată de oprirea acesteia.

În cazul în care, curba este o înregistrare continuă, fără probleme, în care sarcina aplicată crește odată cu creșterea deplasării până la debutul propagării instabile (fragile) a fisurii, și în cazul în care nu a avut loc o creștere anterioară stabilă și lentă a fisurii, semnificativă, valoarea critică δ_c a CTOD poate fi determinată pe baza sarcinii de încărcare și a componentei plastice v_p a deplasării măsurată de extensometru, corespunzătoare punctului de coordonate P_c și v_c, graficul (2) și (3) din *figura 6.3.*

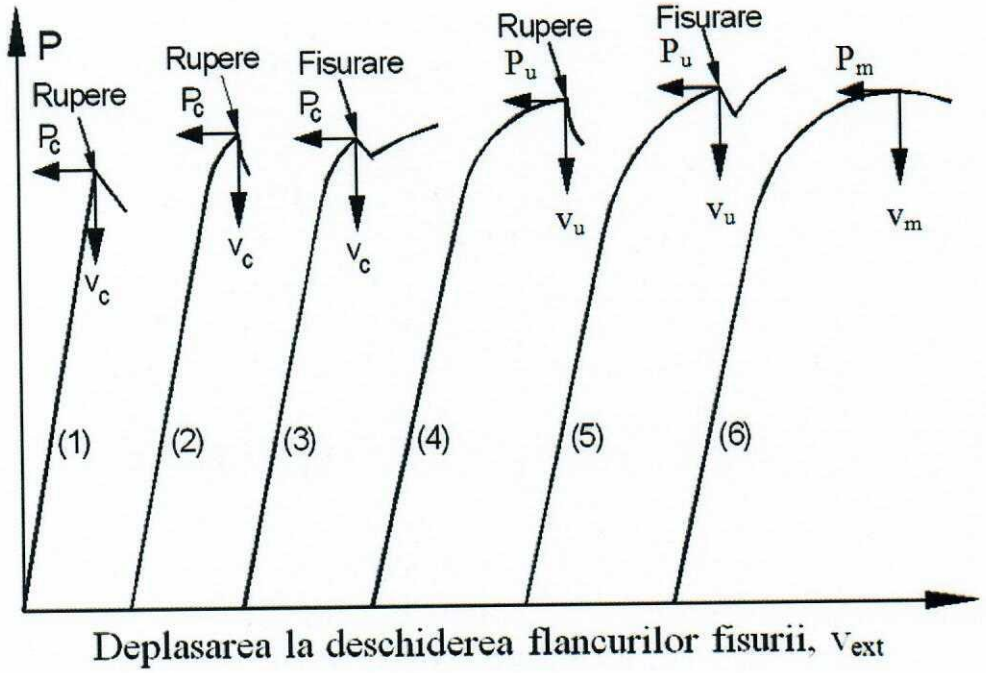


Fig. 6.3. Tipuri de grafice încărcare-deplasare la deschiderea fisurii obținute în timpul încercării pentru determinarea COD

Cazurile 4 și 5 pot fi tratate împreună. Inainte de instabilitate, care poate fi determinată fie de rupere fie de o fisurare semnificativă, apare propagarea stabilă a fisurii. Acest lucru ar trebui remarcat după examinarea suprafeței rupte. In aceste cazuri $\delta_{t\ crit.}$ este calculat ca fiind δ_u pentru valorile (P_u, v_u). Cazul 6 este relevant pentru materialele extrem de ductile pentru care extinderea stabilă a fisurii are loc dincolo de încărcarea maximă P_m: $\delta_{t\ crit.}$ se calculează ca fiind δ_m corespunzător punctului (P_m, v_m).

În cazul în care, o propagare cu viteză mică a fisurii precede o propagare fragilă, instabilă, sau sarcina maximă se produce pe un palier, curbele sarcină-deplasare vor fi de tipul celor prezentate în graficele (4), (5) şi (6) din *figura 6.3.* Aceste grafice prezintă modul de preluare a valorilor pentru P şi v pentru a fi utilizate la calcularea δ_i, δ_u şi δ_m, după cum este cazul.
După ce a fost stabilită valoarea deplasării măsurată cu extensometrul, se va calcula CTOD în funcţie de încercarea şi proba utilizată, respectiv încovoiere sau tracţiune. In orice caz, trebuie respectat raportul $0,45<a_0/W<0,55$. Relaţia utilizată pentru calcul CTOD şi relaţiile şi explicaţiile aferente sunt următoarele:

$$\delta_t = \frac{K_I^2}{E\sigma_c}\left(\frac{1-\upsilon^2}{2}\right) + \frac{r\cdot(W-a_0)}{r\cdot(W-a_0)+a_0+z}v_{ext}$$

unde:

- $K = \frac{YP}{\sqrt{BW}}$;
- Y este o valoare ce se calculează cu una din relaţiile date în tabelul următor.

Tip probă	SENB	CT
Y	S/(W-a)	(W+a)/(W-a)

- P este forţa preluată conform unuia din graficele din *figura 6.3*;
- ν este coeficientul lui Poisson;
- E este modulul lui Young;
- σ_c este limita de curgere;
- z reprezintă distanţa de la suprafaţa probei la vârfurile extensometrului ;
- a_0 este lungimea fisurii iniţiale – de oboseală;
- v_{ext} este componenta plastică a deplasării, vezi *figura 6.2*;
- r reprezintă factorul de rotaţie = 0,46.

Valorile calculate pentru CTOD sunt valabile în cazul în care sunt îndeplinite următoarele condiţii:

1. Valoarea CTOD este egală sau mai mică decât capacitatea de măsurare a probei;
2. Diferenţa dintre valoarea maximă şi minimă a tuturor celor nouă măsurători pentru lungimea fisurii de oboseală propagate nu depăşeşte 10% din original lungimea iniţială a fisurii de oboseală;
3. Ambele extremităţi ale frontului fisurii de oboseală trebuie să fie mai depărtate de crestătura prelucrată, cu cel puţin 1,3 mm sau cu cel puţin 2,5% din lăţimea probei (B);
4. Planul suprafeţei fisurii de oboseală fisurii nu trebuie să fie înclinat cu mai mult de 10 grade în raport cu planul median al crestăturii;
5. Partea frontală a fisurii de oboseală nu trebuie să fie multiplanară sau ramificată.

Paşii necesari în cadrul încercării pentru determinarea COD sunt următorii:

1. Proiectarea şi elaborarea desenelor de execuţie ale probelor;
2. Fabricarea probelor;

3. Prefisurarea prin oboseală;
4. Confecționarea dispozitivelor de fixare a extensometrului pentru măsurarea deplasării la deschiderea fisurii;
5. Solicitarea probelor (încovoiere – SENB sau tracțiune – CT);
6. Analiza înregistrării forță – deplasare pentru determinările $\delta_{t\,crit.}$.

Procedeul utilizat pentru prefisurarea prin oboseală este similar cu cel utilizat la determinarea K_{Ic}. Prefisurarea prin oboseală se face pentru un ciclu la oboseală cu un coeficient de asimetrie a ciclului R cuprins între 0 și 0,1. In cazul determinării J_{Ic} sarcina maximă de încărcare nu trebuie să depășească 40% din sarcina la care apare deformarea plastică pentru probele SENB și respectiv CT. Aceste cerințe sunt necesare pentru a asigura o ascuțime suficientă a prefisurii cu limitarea deformațiilor plastice remanente în regiune din imediata vecinătate a vârfului fisurii.

In timpul determinării COD proba este încărcată controlând deplasarea și înregistrând atât încărcarea cât și deplasarea la deschiderea fisurii. Viteza de încărcare trebuie fixată astfel încât, creșterea factorului de intensitate a tensiunii cu timpul $\frac{dK_I}{dt}$ să fie cuprinsă între (0,5 și 0,3) $\frac{MPa\sqrt{m}}{s}$. Această creștere este definită în mod arbitrar, pe baza încărcării statice, în același fel ca la determinarea K_{Ic}.

Intrucât viteza de creștere $\frac{dK_I}{dt}$ este măsurată în regiunea elastică a curbei încărcare – deplasare, această procedură poate conduce la diferențieri mari în ceea ce privește viteza de încărcare pentru probele ductile: dacă viteza de încărcare a mașinii de încercat este menținută constantă, viteza de deplasare va crește mult în zona plastică a curbei de încărcare – deplasare; dacă, pe de altă parte, viteza de deplasare a mașinii de încercat este menținută constantă, viteza de încărcare va descrește în regiunea plastică.

S-a arătat că, solicitarea cu viteze de încărcare mici în regiunea plastică a diagramei încărcare-deplasare poate conduce la valori mici ale COD.

După încercare trebuie examinată suprafața rezultată în urma ruperii. Procedeul de determinare a lungimii prefisurării la oboseală și cerințele care trebuie respectate pentru obținerea unor rezultate valabile ale încercării sunt aceleași ca în cazul încercării pentru determinarea J_{Ic}. In plus, este necesar a se stabili dacă în timpul încercării se produce o extindere stabilă a fisurii și de a evalua relația între creșterea extinderii fisurii și posibila comportare la fisurare: o propagare inițial instabilă urmată de oprirea fisurii.

6.4. Descrierea metodei prezentată de ASTM E1290-08e1

Obiectivul testului CTOD este de a determina valoarea deplasării flancurilor fisurii spre vârful acesteia, atunci când are loc o solicitare (de tracțiune sau încovoiere) și când se

produce propagarea fisurii. Valoarea CTOD este atribuită din cadrul valorilor pentru una din următoarele situații:

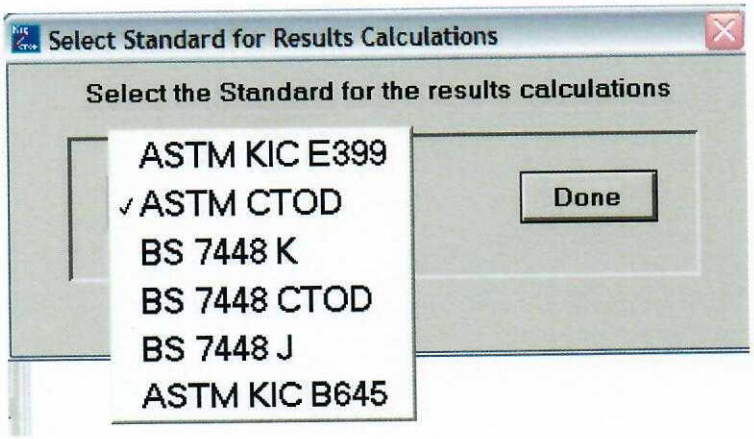
- δ_c, ce reprezintă debutul propagării instabile a fisurii fragile;
- δ_i reprezintă o valoare a CTOD în apropiere de debutul propagării stabile a fisurii;
- δ_u reprezintă debutul propagării instabile a fisurii ce urmează propagării stabile;
- δ_m reprezintă valoarea CTOD atunci când se atinge pentru prima oară forța maximă pe palierul ce presupune un comportament total plastic.

Valorile forței și ale deplasării corespunzătoare evenimentelor specifice proceselor de inițiere și propagare a fisurii sunt utilizate pentru determinarea valorilor corespunzătoare pentru CTOD. Valorile δ_c, δ_u și δ_m la valorile corespunzătoare ale încărcării, precum și deplasările COD ale extensometrului se obțin direct pe baza înregistrărilor. Atunci când este necesară determinarea δ_i, valorile CTOD sunt determinate și figurate în raport cu propagarea fizică a fisurii, Δa_p. CTOD în raport cu comportarea la propagarea fisurii este aproximată pe baza unei curbe de regresie.

Valoarea lui δ_i este definită ca fiind valoarea COD atunci când Δa_p=0,2 mm. Graficul de variație al forței în raport cu deplasarea poate avea una din cele 6 forme prezentate în *figura 6.3.*

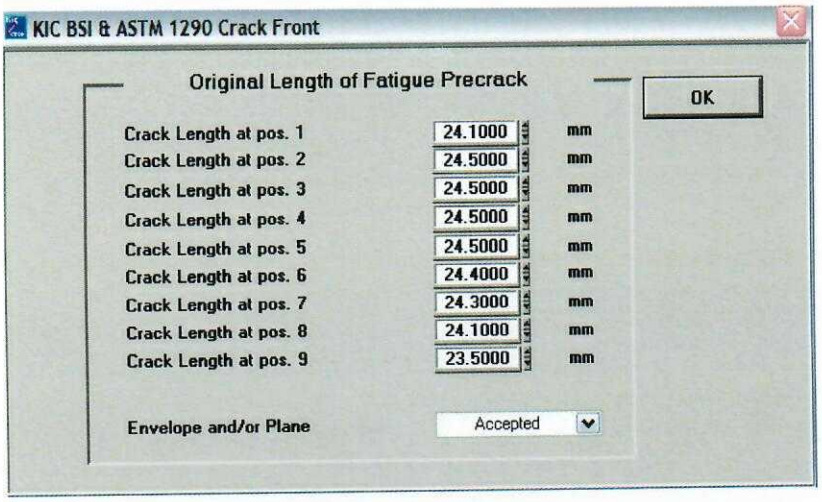
In continuare se prezintă imagini ale programului care facilitează determinarea CTOD pe mașina Instron 8801.

După efectuarea încercării de tip K_{Ic}, pentru furnizarea rezultatelor sub forma CTOD se alege din soft opțiunea respectivă, ca în reprezentarea de mai jos:



După ruperea completă a probei, se cere să se furnizeze cele 9 lungimi ale fisurii de oboseală inițiale, conform figurii de mai jos. Atenție la condițiile de validitate ale diferențelor între aceste valori, date mai sus.

In final, programul ,furnizează valoarea critică pentru CTOD, figura 6.4., indicându-se și valoarea forței care s-a utilizat pentru calcul. Valoarea deplasării măsurate cu extensometru se poate lua din tabelul de valori, relativă la valoarea forței.



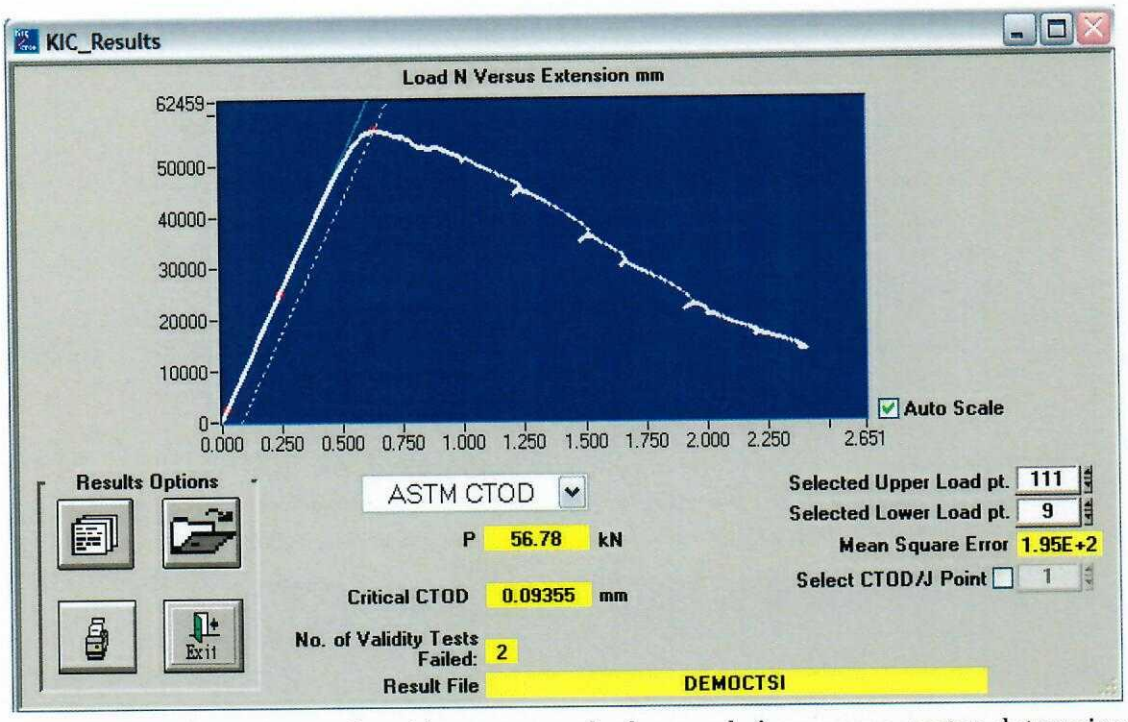


Fig. 6.4. Graficul de variaţie a forţei în raport cu deplasarea la încercarea pentru determinarea CTOD

Din *figura 6.4* se observă că valoarea caracteristicii specific mecanicii ruperii, deplasării la deschiderea vârfului fisurii (crack tip opening displacement – CTOD), este furnizată în mod automat de softul specializat.

BIBIOGRAFIE

[1] ASTM E1290-08e1, Standard Test Method for Crack-Tip Opening Displacement (CTOD) Fracture Toughness Measurement (Withdrawn 2013), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2008

[2] L.M. Plaza, The Determination of Uncertainties in Critical Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Testing, Standards Measurement & Testing Project No. SMT4-CT97-2165, 2000.

[3] J.C. Newman, Jr., M.A. James, A Review of The CTOA/CTOD Fracture Criterion - Why It Works!, 2001.
[4] D. Gentile, I. Persechino, N. Bonora, Use of Circumferentially Cracked Bar sample for CTOD fracture toughness determination in the upper shelf regime, Frattura ed Integrità Strutturale, 30, pp. 252-262, 2014
[5] C. Thaulow, Application of CTOD in atomistic modeling of fracture, Procedia Materials Science 3, 1542 – 1547, 2014.

.

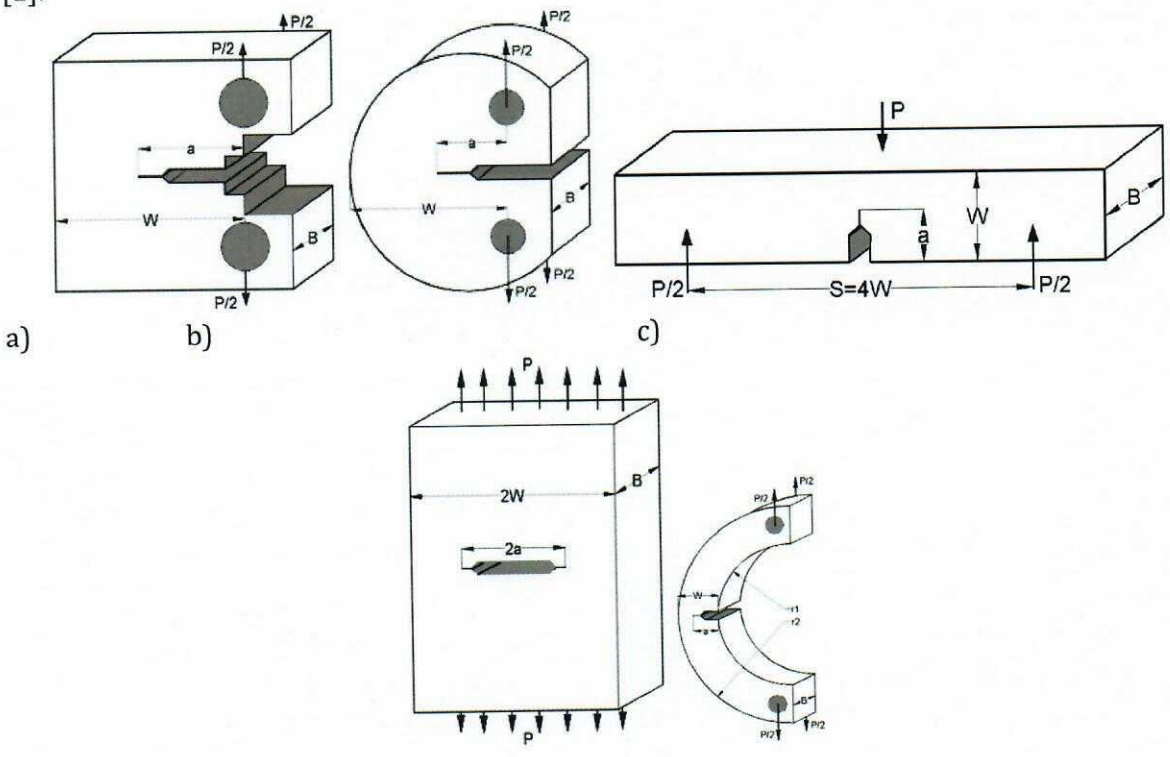
MECANICA RUPERII -- LABORATOR 7

DETERMINAREA PUNCTULUI DE INSTABILITATE LA FISURARE A MATERIALELOR METALICE PE BAZA EVALUĂRII CURBEI R

7.1. Introducere
7.2. Condiţii de efectuare a încercărilor
7.3. Modul de lucru
7.4. Efectuarea calculelor şi interpretarea rezultatelor
7.5. Utilizarea metodei complianţei pentru calculul lungimii effective a fisurii
7.6. Întocmirea raportului de încercare

7.1. Introducere

Această metodă se referă la determinarea rezistenţei la fisurare a materialelor metalice pe baza curbei R utilizând probe de forme şi dimensiuni diverse, supuse la diferite solicitări: proba compactă (CT) supusă la tracţiune, *figura 7.1a*, proba sub formă de disc supusă la tracţiune, *figura 7.1b*, proba supusă la încovoiere cu crestătură laterală, *figura 7.1c*, proba cu crestătură centrală, *figura 7.1d*, proba sub formă de arc de cerc supusă la tracţiune, *figura 7.1e* [1].



a) b) c) d) e)

Fig. 7.1. Probe standardizate utilizate în mecanica ruperii

Curba R reprezintă o înregistrare continuă tenacității, reprezentată sub formă de variația, atât a factorului de intensitatea a tensiunii K cât și a rezistenței la fisurare în raport cu lungimea fisurii propagate în material, în condițiile în care factorul de intensitate a tensiunii crește pe măsură ce fisura se propagă.

Materialele care pot fi testate pentru trasarea curbei R nu sunt limitate de rezistență, grosime, sau duritate, atâta timp cât probele au dimensiunile astfel încât, deformarea rămâne în domeniul elastic pe toată durata încercării. In general, se preferă utilizarea probelor standard dar se admit și ajustări ale dimensiunilor pentru adaptarea la forma și dimensiunile pieselor studiate.

Pe lângă trasarea curbei R, una din principalele preocupări ale acestei lucrări este de a determina cu precizie punctul în care începe propagarea instabilă a fisurii.

Rezistența la propagarea fisurii, K_R ($FL^{-3/2}$), și G_R sau J_R (FL^{-1}) – reprezintă o măsură a rezistenței materialului la propagarea fisurii exprimate în aceleași unități ca și factorul de intensitate a tensiunii, K, a energiei disponibile pentru propagarea fisurii, G, sau valorii lui J derivată din conceptul integralei J. Curba R este o reprezentare grafică a rezistenței la propagarea fisurii în raport cu lungimea fisurii, în cazul extensiei lente și stabile a acesteia, respectiv Δa_p sau Δa_e, *figura 7.2*.

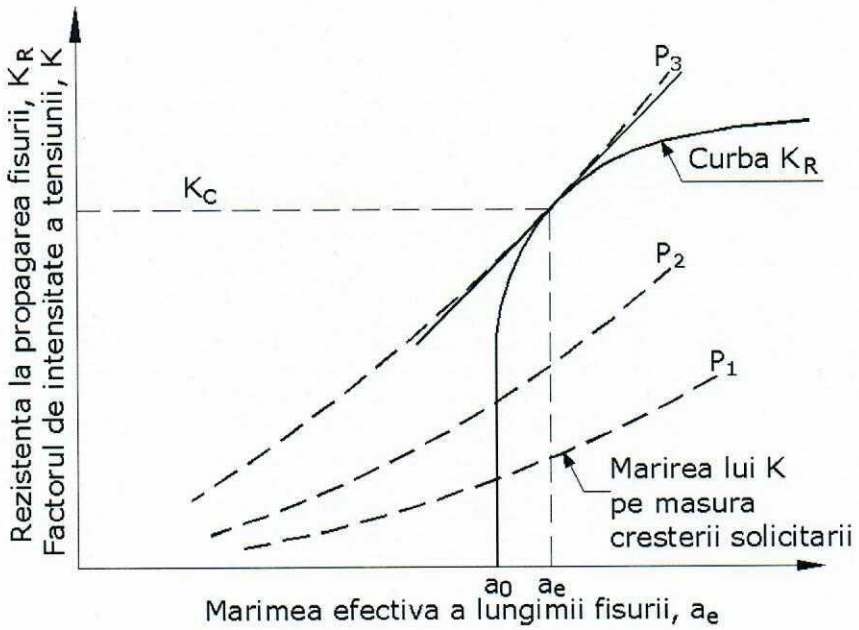


Fig. 7.2. Reprezentarea schematică a Curbei R și curbele aplicate K pentru determinarea punctului de instabilitate (a_e, K_c), pentru o lungimea a_0 a fisurii inițiale

Curba R nu depinde de geometria probei solicitate dar depinde de grosimea acesteia, de temperatură și viteza de deformare. Tenacitatea la fisurare, K_c, reprezintă valoarea lui K_R în punctul de instabilitate determinat de dubla tangentă în acest punct, atât la curba K_R cât și la curba K (factorul de intensitate a tensiunilor). Având în vedere că se obține o deplasare a curbei K pe măsura creșterii solicitării, tenacitatea la fisurare, K_c, se va măsura în momentul în care curba K devine tangentă cu variație determinată de curba K_R.

7.2. Condiții de efectuare a încercărilor

În timpul propagării lente și stabile a fisurii, rezistența la fisurare, K_R, este egală cu factorul de intensitate a tensiunilor, K. Fisura este condusă spre propagare, în continuare, pe baza creșterilor (incrementale) de forță sau de deplasare, în funcție de posibilitățile mașinii de încercat sau de experiența operatorului. Se efectuează măsurători la fiecare creștere (de forță sau deplasare) și apoi se calculează valorile pentru K, aceste valori, alături de cele ale lungimii fisurii propagate, constituind punctele individuale de date situate pe curba R, pentru materialul studiat. Valoarea inițială a lungimii fisurii este astfel încât să existe un nivel scăzut de tensiune la care fisura să se propage prin oboseală. Se au în vedere metodele de determinare a **lungimii fisurii propagate**, a **mărimii zonei plastice** dezvoltate la vârful fisurii precum și expresiile pentru calculul energiei disponibile pentru propagarea fisurii.
Curba R caracterizează rezistența la fisurare a materialelor în timpul propagării lente, stabile și incrementale a fisurilor, ca rezultat al creșterii zonei deformate plastic în urma extinderii fisurii dintr-o crestătură ascuțită prefabricată. Această curbă oferă o înregistrare a variației tenacității, pe măsură ce fisura este propagată în mod stabil și incremental pe baza creșterii factorului de intensitate a tensiunii K. Rezultatele obținute depind de grosimea probei, de temperatură și de viteza de deformare. Dacă se încearcă probe cu geometrii noi, curba R poate fi aproximată pe baza curbelor K în vederea estimării încărcării necesare pentru a provoca propagarea instabilă a fisurii la valoarea K_C. La efectuarea acestei estimări, curbele R sunt considerate ca și cum sunt independente atât de lungimea fisurii de pornire, a_0, cât și de configurația probei utilizate. Pentru un anumit material, extensia Δa a fisurii pare a fi o funcție de grosimea probei și de temperatura de încercare. Pentru a prezice instabilitatea fisurii într-o componentă, curba R trebuie poziționată ca în *figura 7.2*, astfel încât originea să coincidă cu lungimea fisurii inițiale asumate, a_0. Curbele K, pentru o anumită configurație, pot fi generate prin preluarea forțelor sau tensiunilor aplicate și calculând valorile lui K funcție de lungimea fisurii, folosind expresia adecvată configurației probei utilizate. In punctul în care tangenta coincide pentru cele două curbe, curba R și curba curentă K, se definește debutul propagării instabile a fisurii. De altfel, principala preocupare a acestei lucrări este de a determina cu precizie punctul în care începe propagarea instabilă a fisurii.
În cazul în care panta curbei K este negativă, se va propaga fisura până la atingerea unui nivel maxim sau palier de tenacitate. Atunci când se folosește o probă ale cărei caracteristici conduc la un gradient pozitiv pentru K, curba R este terminată atunci când fisura devine instabilă.
O încercare cu **deplasarea fixată** a punctelor de aplicație a forțelor conduce la o descreștere a lui K cu propagarea fisurii. O încercare efectuată cu **controlul forței**, conduce, de obicei, la creșterea lui K odată cu propagarea fisurii, instabilitatea având loc la sarcină maximă.

Pentru efectuarea încercărilor utilizând proba compactă sunt necesare dispozitive de fixare descrise și prezentate în lucrările de laborator anterioare. Pentru calculul factorului de intensitate a tensiunii se vor utiliza datele din *tabelul 7.1*, pentru probele C(T) și C(W). In cadrul laboratorului vom utiliza proba C(T).

Tab 7.1. Factorul de intensitate a tensiunilor, adimensional, şi Complianţa în cazul stării plane de tensiuni pentru probele C(T) şi C(W) (H/W = 0.6; V_1 la 0.1576W faţă de direcţia de solicitare; V_0 la 0.25W faţă de direcţia de solicitare).

a/W[A]	C(T) or C(W)	C(T) EBv/P[C]		C(W) EBv/P[C]	a/W[A]	C(T) or C(W)	C(T) EBv/P[C]		C(W) EBv/P[C]
	$KBW^{1/2}/P$[B]	at V_0	at V_1	at V_1		$KBW^{1/2}/P$[B]	at V_0	at V_1	at V_1
.350	6.392	29.89	25.82	22.83	.480	9.093	50.15	44.31	41.52
.355	6.475	30.44	26.33	23.35	.485	9.230	51.24	45.30	42.52
.360	6.558	31.01	26.85	23.88	.490	9.369	52.36	46.33	43.55
.365	6.644	31.59	27.38	24.43	.495	9.512	53.51	47.38	44.61
.370	6.730	32.20	27.94	24.99	.500	9.659	54.71	48.48	45.70
.375	6.818	32.82	28.50	25.57	.505	9.810	55.93	49.60	46.83
.380	6.906	33.45	29.08	26.16	.510	9.964	57.20	50.76	47.99
.385	6.988	34.10	29.68	26.76	.515	10.123	58.51	51.95	49.18
.390	7.090	34.77	30.29	27.38	.520	10.286	59.86	53.19	50.42
.395	7.183	35.46	30.91	28.02	.525	10.453	61.25	54.47	51.70
.400	7.279	36.16	31.55	28.67	.530	10.625	62.70	55.78	53.02
.405	7.376	36.88	32.21	29.33	.535	10.802	64.18	57.15	54.38
.410	7.475	37.62	32.88	30.01	.540	10.984	65.72	58.56	55.79
.415	7.576	38.37	33.57	30.71	.545	11.172	67.32	60.01	57.24
.420	7.678	39.15	34.27	31.42	.550	11.364	68.96	61.52	58.75
.425	7.783	39.94	34.99	32.15	.555	11.583	70.67	63.08	60.31
.430	7.890	40.75	35.73	32.90	.560	11.767	72.43	64.70	61.92
.435	7.999	41.59	36.49	33.67	.565	11.978	74.25	66.37	63.60
.440	8.110	42.44	37.27	34.45	.570	12.195	76.14	68.10	65.32
.445	8.223	43.31	38.07	35.25	.575	12.420	78.10	69.89	67.12
.450	8.340	44.21	38.89	36.08	.580	12.651	80.12	71.74	68.97
.455	8.458	45.14	39.73	36.93	.585	12.890	82.22	73.66	70.89
.460	8.580	46.08	40.60	37.80	.590	13.136	84.40	75.65	72.88
.465	8.704	47.06	41.49	38.69	.595	13.391	86.64	77.72	74.94
.470	8.830	48.06	42.40	39.61	.600	13.654	88.98	79.85	77.07
.475	8.960	49.09	43.34	40.55					

[A]Calculat conform (13), respectiv:

$$\frac{a}{W} = C_0 + C_1(U) + C_2(U)^2 + C_3(U)^3 + C_4(U)^4 + C_5(U)^5$$

în care

$$U = \frac{1}{\left[\left(\frac{EBv}{P}\right)^{1/2} + 1\right]}$$

coeficienţii complianţelor fiind daţi astfel:

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
C(T) at V_1	+1.0008	-4.4473	+15.400	-180.55	+870.92	-1411.3
C(T) at V_0	+1.0010	-4.6695	+18.460	-236.82	+1214.9	-2143.6

[B]Din ref. (14,15)

$$KWB^{1/2}/P = \frac{(2 + a/W)[0.886 + 4.64(a/W) - 13.32(a/W)^2 + 14.72(a/W)^3 - 5.6(a/W)^4]}{(1 - a/W)^{3/2}}$$

[C]Din ref. (12)

$$EBv/P = A_0 + A_1(a/W) + A_2(a/W)^2 + A_3(a/W)^3 + A_4(a/W)^4$$

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
C(T) at V_0	+120.7	-1065.3	+4098.0	-6688.0	+4450.5
C(T) at V_1	+103.8	-930.4	+3610.0	-5930.5	+3979.0
C(W) at V_1	+101.9	-948.9	+3691.5	-6064.0	+4054.0
			0.35< a/W < 0.60		

Ca urmare, fie cu ajutorul datelor din *tabelul 7.1* fie cu ajutorul relaţiei de mai sus pentru $KWB^{1/2}/P$ de mai sus, se calculează factorul de intensitate a tensiunilor pentru fiecare increment de fisură propagată (incrementul la maşina de încercat fiind forţa, măsurându-se sau obţinându-se prin deducere, lungimea fisurii propagate. Se recomandă, ca relaţia pentru calculul $KWB^{1/2}/P$, să se introducă în Xcell, astfel rezultând şi valorile din *tabelul 7.1*. De asemenea, se va face un tabel care să includă valoarea forţei precum şi lungimea fisurii propagate, în acelaşi moment de timp.

Pentru probele C(T) şi C(W), zonele de compresiune (în special cea dinspre marginea din spate) nu trebuie să ajungă la flambaj. Pentru măsurarea deplasării se va utiliza un extensometru de tip „clip-on-gage" care trebuie să aibă o **deplasare liniară suficientă** astfel

încât să cuprindă propagarea fisurii până la instabilitatea acesteia. Pentru ca determinarea K să fie valabilă, zona propagării fisurii trebuie să fie solicitată predominant **elastic** la toate valorile de forțe aplicate. Configurația probei C(T) recomandată este cea din *figura 7.3.*

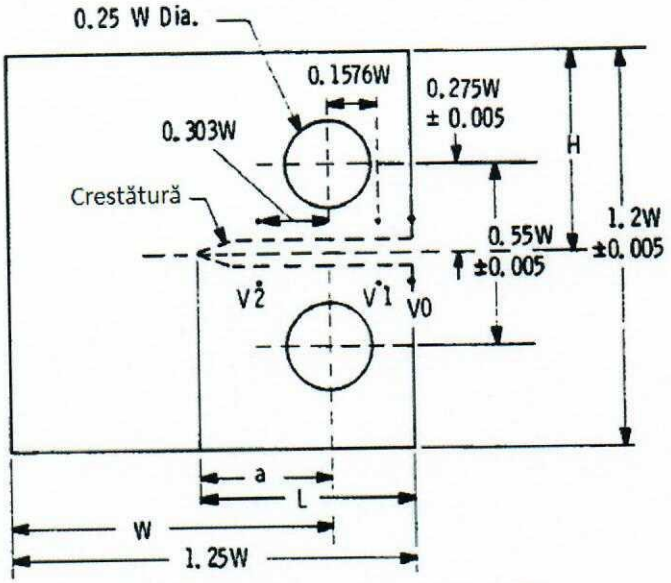


Fig. 7.3. Configurația probei C(T)

Deplasarea flancurilor fisurii se măsoară în punctul 0.25W (fața probei) sau la 0.1576W în raport cu direcția forțelor aplicate. Valorile de deplasare trebuie să fie extrapolate la 0.1576W, pentru a se putea utiliza valorile date în *tabelul 7.1.* Pentru ca un rezultat să fie considerat valabil pentru proba C(T), este necesar ca zona nefisurată rămasă la sfârșitul încercării să fie cel puțin egală cu $\left(\frac{4}{\pi}\right)\left(\frac{K_{max}}{\sigma_Y}\right)^2$ unde K_{max} este valoarea maximă a lui K iar σ_Y este limita de curgere a materialului.

Dimensiunea inițială a fisurii relativă, a_0/W, pentru proba C (T) trebuie să fie între **0,35W și 0,55W**. Pentru a maximiza capacitatea unei probe de a genera date valide, se va alege cel mai scurt drum posibil pentru fisura inițială. Toate probele vor fi prefisurate prin oboseală în starea lor finală (eventual tratate termic). Lungimea fisurii de oboseală nu trebuie să fie mai mică de 1,3 mm. Prefisurarea poate include două sau mai multe etape: inițierea fisurilor, propagarea intermediară și finisarea.

7.3. Modul de lucru

Se vor face câteva măsurători ale unor dimensiuni ale probei. Se măsoară grosimea B a probei în patru locații diferite în planul în care urmează a se propaga fisura. Se măsoară și mărimea W a probei. Se poate obține curba R și dintr-un singur test dar, pentru o acuratețe cât mai bună în trasarea curbei R, se pot face mai multe teste. Proba se solicită treptat, cu timp de așteptare între pași în vederea stabilizării fisurii înainte de preluarea valorii forței și măsurării lungimii fisurii. Stabilizarea fisurii poate dura câteva secunde de la oprirea solicitării. Totuși, atunci când fisura se află în vecinătatea punctului de critic, ajungerea la

stabilitate poate dura câteva minute, în funcţie de rigiditatea cadrului maşinii de încercat şi de alţi factori. În cazul în care, se utilizează instrumente de trasare automată a curbei, este permisă monitorizarea forţei în raport cu lungimea fisurii propagate, în mod continuu, la o încărcare monotonă. Viteza de încărcare trebuie să fie suficient de lentă astfel încât să nu introducă efectele vitezei de deformare în curba R. Static, K_R nu poate fi determinată atunci când fisura se propagă prea încet sau accelerat sau se află în apropierea punctului de instabilitate.

Numărul de puncte pentru trasarea curbei R pot fi patru sau cinci pentru materialele ductile, şi zece-cincisprezece pentru materiale mai fragile. Lungimea fisurii se măsoară cu dispozitive corespunzătoare, mecanice (extensometre) sau optice, cu o precizie de 0,2 mm. Lungimea fizică a fisurii poate fi, de asemenea, măsurată pe baza complianţei cu descărcarea parţială a probei după fiecare creştere, metodă ce va fi descrisă mai jos. Se ajustează lungimea fizică a fisurii în raport cu zona deformată plastic, r_Y, pentru a obţine lungimea efectivă a fisurii în vederea calculului valorii pentru K. Măsurarea complianţei, v/P, se face în timpul încărcării probei şi se poate utiliza pentru determinarea directă a lungimii efective a fisurii propagate, a_e. In aceste condiţii, corectarea datorită zonei deformată plastic este automată iar valorile pentru lungimea fisurii se pot utiliza în mod direct în expresia pentru calculul K. Dacă se utilizează tehnica complianţei, este posibil a se constata dacă proba prezintă flambaj sau dacă există frecare între probă şi dispozitivele de fixare/solicitare. Acest lucru presupune descărcarea parţială periodică a probei, aşa cum este prezentat schematic în *figura 7.4.*

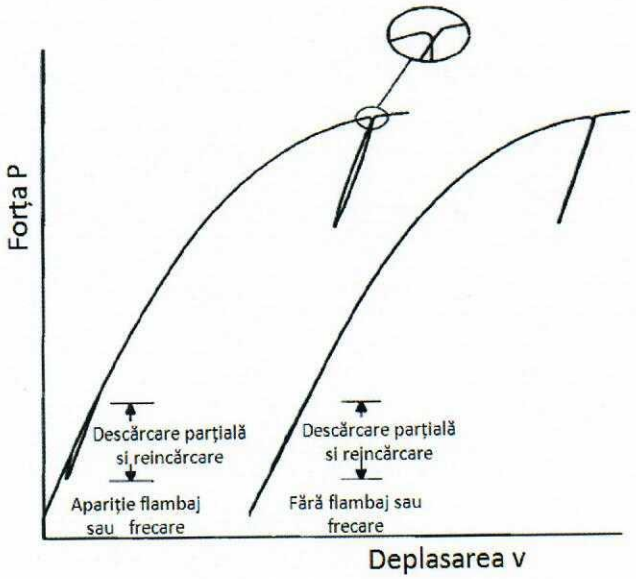


Fig. 7.4. Detectarea flambajului sau frecării prin metoda complianţei pentru probele C(T)

Partea iniţială a înregistrării trebuie să fie liniară, după descărcarea parţială atât partea descendentă cât şi reluarea încărcării fiind curbe. Dificultăţi în interpretarea curbei înregistrate la solicitare se pot întâlni atunci când proba prezintă abateri de la planeitate (înainte de încercare) sau când în grosimea probei există zone cu tensiuni remanente deloc neglijabile. Nu sunt admise excentricităţi ale probei în raport cu direcţia forţelor. Nealinierea corectă poate avea ca rezultat distribuţia necontrolată a tensiunii în probă, care ar putea fi problematică, în special în cazul în care se utilizează metoda complianţei pentru a determina

lungimea fisurii propagate. Dispozitivul pentru măsurarea lungimii fisurii poate fi aplicat pe probă după aplicarea unei uşoare preîncărcări. Lungimea de pornire a fisurii trebuie să fie între 35% şi 55% din W.

7.4. Efectuarea calculelor şi interpretarea rezultatelor

Pentru a genera curba R, trebuie determinate şi utilizate datele privind lungimea fisurilor şi forţa aplicată în vederea calculului K_R. Pentru probele C(T) şi C(W), K_R se determină după cum urmează:

$$K_R = \left(\frac{P}{B\sqrt{W}}\right) \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \tag{7.1}$$

unde:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left[\frac{\left(2+\frac{a}{W}\right)}{\left(1-\frac{a}{W}\right)^{3/2}}\right]\left[0.886+4.64\frac{a}{W}-13{,}32\left(\frac{a}{W}\right)^2+14{,}72\left(\frac{a}{W}\right)^3-5.6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right] \tag{7.2}$$

a = lungimea fisurii măsurată de la direcţia de încărcare, a_e, corectată cu zona deformată plastic;
W = lăţimea probei măsurată de la direcţia de încărcare.

Valorile rezultate sunt valide dacă $a/W \geq 0.35$.

Alternativ, pentru calculul f(a/W), se pot utiliza valorile care apar în *tabelul 7.1*.
Lungimea fisurii utilizată în expresiile de mai sus reprezintă lungimea efectivă a fisurii, care este lungimea totală a fisurii fizice plus o corecţie pentru apariţia zonei deformată plastic, r_Y. Corectarea lungimii fisurii măsurate fizic, are loc după cum urmează:

$$a_e = (a_0 + \Delta a_p + r_Y) \tag{7.3}$$

unde:
a_0 = lungimea fisurii;
Δa_p = incrementul de creştere a fisurii;
r_Y = mărimea zonei plastice de ajustare dată de relaţia:

$$r_Y = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_R}{\sigma_Y}\right)^2$$

Expresia pentru r_Y este mai precisă pentru materiale de înaltă rezistenţă având limita de curgere în jur de 174 [kPa/(kg·m^3)]. Materialele cu rezistenţă mai scăzută şi tenacitate la fisurare ridicată, necesită utilizarea metodei complianţei pentru a corecta efectele zonei deformate plastic. Această metodă este prezentată în cele ce urmează.

7.5. Utilizarea metodei complianței pentru calculul lungimii efective a fisurii

Metoda complianței utilizează caracteristicile elastice ale probelor ce au introduse fisuri inițiale cu lungimi diferite dar strict cunoscute (9). Se poate trasa experimental o curbă de calibrare, prin solicitarea în domeniul elastic a probelor ce conțin fisuri de lungimi diferite și determinarea constantelor elastice v/P ca fiind pantele dreptelor obținute din înregistrările la solicitare. Se normalizează aceste pante (C=v/P) în raport cu lățimea probei și modulul de elasticitate, rezultând complianța normalizată $C_n = \left[\frac{Ev}{\sigma W}\right]$, aici având σ în loc de P. Se trasează apoi o curbă singulară ce reprezintă variația complianței în raport cu lungimea fisurilor raportate la lățime, a/W.

În testarea pentru trasarea curbei R, înregistrarea forță în raport cu deplasarea măsurată cu extensometrul de tip clip-on-gage, va avea o porțiune inițială liniară, panta acesteia fiind corespunzătoare cu lungimea fisurii inițiale.

În testele utilizând probele M(T) și C(T), se determină complianța normalizată, EBv/P sau Ev/σW, folosind pantele inițiale ale înregistrării de încercare (liniare), grosimea probelor, modulul de elasticitate, E, (determinat pe baza unei încercări de tracțiune) și lățimea W.

O procedură alternativă, care va da rezultate similare, este de a utiliza valorile descrise mai sus, EBv/P sau Ev/σW și dimensiunea inițială, normalizată, a fisurii în probă, a_0/W, pentru a stabili punctul de referință pentru determinarea complianței probei: (EBv/P, a_0/W). Se trasează punctul și apoi se ajustează astfel încât curba de conformitate teoretică să treacă prin acest punct. Dimensiunea fisurii normalizate este fixată la a_0/W, iar ajustarea se face numai asupra complianței. Evaluarea lungimii fisurii propagate (Δa) se bazează pe valori progresive ale EBv/P, aplicate pentru curba transpusă. Această procedură alternativă nu este matematic echivalentă cu procedura recomandată mai sus, dar este comparabilă cu aceasta fiind acceptabilă până la schimbarea majoră a valorii a/W din cauza propagării instabile a fisurii.

Pentru a trasa curba R pentru o încercare a probei C(T), se vor trasa secante la curba P-v rezultată în urma încercării, de la origine la puncte selectate, așa cum se arată în *figura 7.5.* Pantele reciproce ale acestor secante corespund unei lungimi efective a fisurilor determinată de punctele lor de intersecție cu înregistrarea P-v. Se normalizează aceste pante cu modulul de elasticitate și grosimea materialului și se introduce înregistrarea de calibrare pentru a determina a_e/W.

Dacă se procedează la descărcarea parțială la un moment dat, vor rezulta pante de retur diferite de secantele prezentate în *figura 7.5.* Pantele de descărcare corespund lungimii fisurii fizice. Această inversare a sarcinii trebuie să fie suficientă pentru stabilirea pantei de retur (descărcare) cu destulă precizie pentru care să se poată determina lungimea fisurii fizice. În cazul în care, înregistrarea din cadrul încercării nu se întoarce liniar imediat după descărcare, sunt și alți factori, în afară de comportamentul materialului, care influențează înregistrarea, și, ca urmare, pantele de retur nu se pot lua în considerare.

In final se calculează K_R cu relațiile (7.1) și (7.2), în care, în loc de relația (7.3) se utilizează complianța pentru calculul lungimii efective a fisurii.

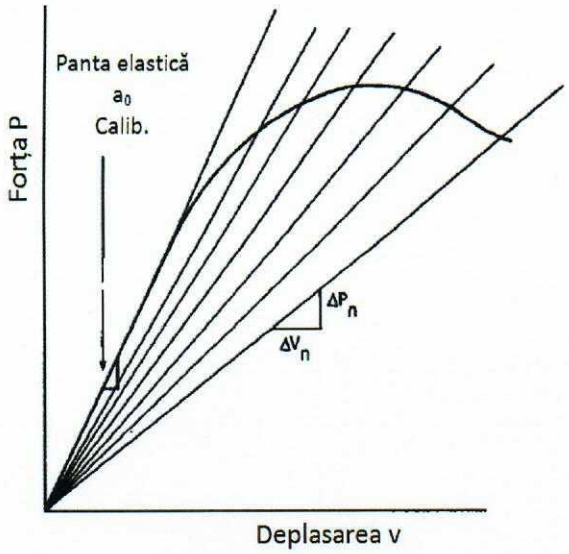


Fig. 7.5 Reprezentarea schematic a înregistrării Forță-Deplasare

7.6. Întocmirea raportului de încercare

Raportul de încercare va trebui să conțină următoarele elemente:

- Tipul și mărimea probei utilizate la încercare;
- Direcția de propagare a fisurii (a se vedea ASTM E 399 pentru sistemul de codare);
- Grosimea materialului;
- Limita de curgere;
- Dacă fisura s-a propagat oblic, se fac specificațiile necesare.

Curba R poate fi reprezentată grafic având în abscisă, fie lungimea fizică fie lungimea efectivă a fisurii. Altfel, legenda trebuie să conțină următoarele informații: (a) metoda de ajustare a lungimii fisurii în raport cu zona deformată plastic, și (b) dacă abscisa este dată în funcție de lungimea fizică sau lungimea efectivă a fisurii.

BIBLIOGRAFIE

[1] ASTM E561-98, Standard Practice for R-Curve Determination, ASTM International, West Conshohocken, PA, 1998.

[2] A. Saxena, S.J. Hudak,, Review and Extension of Compliance Information for Common Crack Growth Specimens, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 14, No. 5, October 1978.

[3] J.E. Srawley, W.F. Brown, Fracture Toughness Testing, Symposium on Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, Am. Soc. Testing Mats., pp. 133–198, 1965.

[4] J.M. Krafft, A.M. Sullivan, R.W. Boyle, Effect of Dimensions on Fast Fracture Instability of Notched Sheets," Proceedings of the Crack Propagation Symposium, College of Aeronautics, Cranfield, England, Vol 1, 1961, pp. 8–26.

[5] P.C. Paris, G.C. Sih, Stress Analysis of Cracks, Symposium on Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM STP 381, Am. Soc. Testing Mats., pp. 30–83, 1965.

(6) K.H. Schwalbe, W. Setz, R-Curve and Fracture Toughness of Thin Sheet Materials, Journal of Testing and Evaluation, Vol 9, No. 4, 1981.

[7] C.E. Feddersen, Evaluation and Prediction of the Residual Strength of Center Cracked Tension Panels, Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, Am. Soc. Testing Mats. pp. 50–78, 1971

[8] B. Cotterell,"On Fracture Path Stability in the Compact Tension Test, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 6, pp. 189–192, 1970.

[9] R.W. Boyle, Crack Growth in Notched Sheet Specimens, Materials Research and Standards, Am. Soc. Testing Mats., Vol 2, No. 8, 1962.

[10] J. Eftis, H. Liebowitz, On the Modified Westergaard Equation for Certain Plane Crack Problems, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 4, December 1972.

[12] J.C. Newman, Crack-Opening Displacements in Center-Crack, Compact, and Crack-Line Wedge Loaded Specimens, NASA TN D-8268, July 1976.

[14] J.E. Srawley, Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Toughness Specimens, International Journal of Fracture Mechanics, Vol 12, p. 475, 1976.

[15] J.C. Newman, Stress Analysis of Compact Specimens Including the Effects of Pin Loading, ASTM STP 560, p. 105, 1974.

.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 8

DETERMINAREA PRIN FOTOELASTICIMETRIE A STĂRII DE TENSIUNE ŞI DEFORMAŢIE ÎN VECINĂTATEA UNOR CONCENTRATORI

8.1. Fotoelasticimetrie - consideraţii asupra metodei
8.2. Noţiuni teoretice privind fotoelasticimetria
8.3. Aparatura şi materiale utilizate
8.4. Stabilirea direcţiilor principale ale deformaţiilor specifice/tensiunilor normale
8.5. Descrierea aparaturii şi caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformaţie (ε_1-ε_2) în vecinătatea crestăturii unei probe compacte din aluminiu
8.6. Date preluate de la maşina de încercat INSTRON 8808
8.7. Operaţiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1
8.8. Izocromate obţinute pe proba compactă
8.9. Determinarea tensiunilor şi a deformaţiilor la vârful crestăturii probei compacte

8.1. Fotoelasticimetrie - consideraţii asupra metodei

Fotoelasticimetria este o metodă optică de analiză experimentală a stării de tensiune din elementele de rezistenţă solicitate. Metoda se bazează pe proprietatea de birefrigenţă accidentală a unor materiale transparente, omogene şi izotrope din punct de vedere optic în stare nesolicitată, care devin birefrigente când sunt supuse unei stări de solicitare.

Metodele analitice de calcul ale tensiunilor şi deformaţiilor tratate până în prezent în cărţile de specialitate au serioase limitări, neputând duce la rezolvarea oricărei probleme puse în practică. Aceste limitări se datoresc: formei complicate a pieselor şi solicitărilor complexe la care acestea sunt supuse; ipotezelor simplificatoare ce stau la baza relaţiilor analitice. În acest sens, apare obligativitatea combinării calculului teoretic cu procedeul experimental adecvat, ca apoi, rezultatele experimentale să fie validate/verificate prin analize şi simulări ce au la bază metode numerice (metoda elementelor finite).

Metodele de determinare a tensiunilor şi deformaţiilor cele mai des utilizate sunt: fotoelasticimetria prin transparenţă şi reflexie, corelarea digitală a imaginii, metoda franjelor Moire, tensometria electrică rezistivă, interferometria etc.

Metoda fotoelasticimetriei prin transparenţă este o metodă experimentală optică ce oferă informaţii imediate şi pe întreaga suprafaţă a piesei sau a unei structuri cu privire la diferenţa tensiunilor principale ($\sigma_1 - \sigma_2$) şi direcţia lor. Această metodă exprimentală poate fi aplicată pieselor 2D (plane) sau 3D (piese solide), având o geometrie complexă. Piesele, din materiale transparente optic active (de exemplu răşină epoxidică, sticlă organică etc.) sunt geometric asemenea şi solicitate identic cu piesele reale. Studiul se realizează în lumina polarizată, de obicei obţinută cu ajutorul polaroizilor (sau filtre polarizate). Prin metoda fotoelasticimetriei

se determină două familii de curbe: Izocline – reprezintă locurile geometrice ale punctelor în care direcţiile principale sunt paralele cu direcţiile planelor de polarizare ale polaroizilor; Izocromate – reprezintă locul geometric al punctelor în care diferenţa tensiunilor principale este constantă.

La modul general, diferenţa tensiunilor principale se calculează cu relaţia analitică:

$$\mathbf{k\,\sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_2}$$

unde, σ_1şi σ_2, reprezintă tensiunile principale ($\sigma_2 = 0$ în cazul în care piesa simplă este supusă unor solicitări simple, cum ar fi întindere, compresiune axială sau încovoiere pură), k reprezintă numărul izocromatei (k = 1, 2, 3 etc.), iar σ_0 este o caracteristică a materialului transparent (care se determină experimental) şi este măsurat în N/mm.

Materialele transparente optic active prezintă proprietatea de birefringenţă, adică razele de lumină ce trec prin corpul tensionat se vor descompune după două direcţii (sau plane) care coincid cu direcţia tensiunilor principale. Sunt plăci polarizoare confecţionate din materiale care prezintă dicroism: proprietatea unor cristale birefingente de a absorbi raza ordinară şi a lăsa să treacă numai raza extraordinară, polarizată liniar. Aplicabilitatea acestei metode experimentale este vastă; se poate aplica în orice domeniu al ingineriei şi nu numai, atunci când se doreşte stabilirea distribuţiei de tensiuni, implicit observarea zonelor cu solicitare maximă, indiferent de geometria piesei model şi de regimul de studiu (static şi dinamic).

Utilizarea metodei în regim dinamic devine din ce în ce mai utilizată şi mai importantă, mai ales în cazul sistemelor ce execută mişcări în timp, ca exemplu roboţi industriali, elemente din componenţa aeronavelor, maşinilor unelte etc.

Fotoelasticitatea dă o imagine completă asupra distribuţiei reale de tensiuni, fiind aplicată, în special, corpurilor supuse la stări plane de tensiuni. Un model, executat dintr-un material optic activ este examinat în lumina polarizată, cu ajutorul unui polariscop. Materialul, iniţial izotrop, devine temporar birefringent sub acţiunea sarcinilor aplicate. La încărcarea modelului, raza de lumină din fiecare punct este polarizată în două plane perpendiculare unul pe celalalt, corespunzătoare cu direcţiile tensiunilor principale din punctul considerat. Cele două raze polarizate plan străbat materialul cu viteze diferite şi la ieşirea din model prezintă o diferenţă de fază. Formulele fundamentale din rezistenţa materialelor sunt bazate pe ipoteza lui Bernoulli. Această ipoteză se verifică experimental pe contur, prin desenarea unor reţele pe suprafaţa piesei solicitate. Se pune însă problema de a verifica dacă în interiorul materialului ipoteza se menţine. În teoria elasticităţii se stabilesc legi mai complicate de distribuţie a tensiunilor, cum este cazul, de exemplu, al secţiunilor cu concentratori de tensiuni. În numeroase probleme, calculul analitic este imposibil de aplicat şi rezolvarea necesită metode experimentale. Studiul experimental prin foto-elasticimetrie se face trimiţând un fascicul de lumină polarizată asupra unui model al piesei care se studiază, executat din materialul transparent. In lumina obişnuită, vectorul câmpului electromagnetic vibrează în diverse plane, care se întretaie pe linia razei luminoase. Lumina polarizată plan rezultă dintr-o vibraţie a acestui vector într-un singur plan, numit plan de polarizare. Ea poate fi produsă din lumina obişnuită, albă sau monocromatică prin reflexie, refracţie sau dublă refracţie. De obicei, polarizarea se realizează cu ajutorul unor substanţe sintetice, numite

polaroizi. Metoda fotoelastică rezolvă azi cu succes numeroase probleme plane ale teoriei elasticităţii. Ea este aplicată în ultimul timp şi la probleme de stări spaţiale de tensiuni. Pentru studiul experimental prin metoda fotoelastică este nevoie de o instalaţie optică străbătută de lumina polarizată şi de modele transparente, făcute din anumite materiale, lipsite de tensiuni interne şi supuse stării de tensiuni care se studiază. În general, dacă lumina polarizată străbate un mediu anizotrop, ea se descompune în două componente perpendiculare, polarizate plan, care se propagă cu viteze diferite.

Analiza tensiunilor prin metoda fotoelasticităţii se bazează pe proprietatea unor materiale transparente de a expune tipare coloristice când sunt traversate de lumină polarizată. Aceste tipare sunt rezultatul alterării luminii polarizate de tensiunile interne în două unde ce au viteze diferite. Acest fenomen al dublei refracţii este cunoscut ca birefringenţa. Tiparele care se dezvoltă sunt în funcţie de tensiunea internă şi poartă denumirea de efect fotoelastic. În acest scop se realizează un model realizat din material transparent, capabil să expună un răspuns fotoelastic când corpul analizat este supus acţiunii forţei şi dezvoltă tensiuni interne.

Metoda prezintă următoarele avantaje:

- Tensiunea poate fi determinată în modele cu forme foarte diferite;
- Tensiunea rezultată din complexul încărcărilor poate fi determinată;
- Tensiunea poate fi observată pe modelul întreg, în acest mod putându-se localiza mărimea tensiunii.

Din punct de vedere al conceptului modelării se pot face două consideraţii principale:

1. este relatarea reproducerii geometrice a situaţiei. Modelul poate reflecta în întregime sau parţial fidelitatea tridimensională. De asemenea, modelul poate fi realizat fie în mărime naturală fie mai mare sau mai mic.
2. a doua consideraţie a modelării este reprezentată de simularea proprietăţilor mecanice a sistemului studiat. Nu este posibilă modelarea tuturor proprietăţilor mecanice a structurilor elementului. Prin urmare, decizia trebuie luată în funcţie de proprietatea cea mai pertinentă.

Tipuri de analiză fotoelastică:

- bidimensională;
- tridimensională;
- cvasi-tridimensională.

Analiza fotoelastică bidimensională utilizează un model care îşi păstrează fidelitatea geometrică într-un singur plan. Se poate aplica atunci când nu există variaţii ale tensiunii în grosimea modelului.

Interpretare :

- numărul crescut de lini simbolizează creşterea tensiunii;
- liniile închise reprezintă concentrarea tensiunii.

Avantajele acestei metode sunt:

- uşurinţa realizării modelului;
- aplicarea unui număr foarte mare de încărcări pe model.

Analiza fotoelastică tridimensională. Dintre avantajele metodei sunt subliniate, atât fidelitatea geometrică cât şi imaginea tridimensională a tensiunii, iar dezavantajele:

distrugerea modelului pentru obţinerea datelor, necesitatea realizării de modele separate pentru fiecare încărcare, limitează utilizarea frecventă a metodei.

Metoda utilizează o proprietate specifică a modelelor din material plastic: când acestea sunt supuse încărcărilor la temperaturi înalte specifice şi încărcările sunt menţinute, în timp ce temperatura scade treptat până la 20^{0}C (temperatura camerei), tensiunile rămân şi după îndepărtarea încărcărilor. Această procedură de blocare a tensiunilor poartă numele de îngheţare a tensiunii, „stress freezing". Pentru a determina tensiunile tri-dimensionale modelul trebuie secţionat în felii subţiri. Fiecare secţiune este analizată separat, analiza tuturor secţiunilor permiţând construcţia imaginii tridimensionale a tensiunii.

Analiza fotoelastică quasi- tri-dimensională. Această metodă a apărut din dorinţa de a minimaliza dezavantajele tehnicilor de fotoelasticitate prezentate anterior. Este folosit un model cu fidelitate geometrică arbitrară, putându-i-se aplica un complex multiplu de forţe pentru o varietate largă a protezelor amovibile plasate pe model. Pentru observarea şi înregistrarea tensiunilor, nu este necesara distrugerea modelului. Multe investigaţii raportează că tehnica fotoelastică prezice (anticipează) răspunsul biologic.

8.2. Noţiuni teoretice privind fotoelasticimetria

Lumina, sau radiaţia luminoasă, reprezintă vibraţii electromagnetice similare undelor radio. O sursă incandescentă emite energie radiantă care se propagă în toate direcţiile şi conţine întreg spectru de vibraţii pentru diferite frecvenţe sau lungimi de undă. O porţiune din acest spectru, lungimile de undă cu valori cuprinse între 400 şi 800 nm, este utilizat în limitele percepţiei umane. Vibraţia asociată cu lumina este perpendiculară cu direcţia de propagare. Sursa luminoasă emite un tren de unde ce conţine vibraţii în toate planurile perpendiculare. Totuşi, prin introducerea filtrului de polarizare (P) numai o componentă a acestei vibraţii va fi transmisă (axa paralelă cu axa de referinţă a filtrului). Aceasta este **lumina polarizată**, sau plan polarizat deoarece vibraţia este conţinută într-un singur plan. Dacă un alt filtru de polarizare A este plasat în direcţia sa, extincţia completă a fascicolului poate fi obţinută când axele celor 2 filtre sunt perpendiculare una pe cealaltă, *figura 8.1.* Lumina propagată în vacuum sau în aer are viteza C = 3x10^8 m/s. În corpurile transparente viteza V este inferioară, raportul C/V numindu-se indice de refracţie. În corpurile omogene acest indice este constant, oricare ar fi direcţia de propagare a planului sau a vibraţiei. În cristale acest indice depinde de orientarea vibraţiei cu respectarea axei de incidenţă. Alte materiale, cum ar fi plasticul, se comportă ca un material izotrop nesolicitat dar devine optic anizotro sub acţiunea tensiunilor. Modificarea indicelui de refracţie este în funcţie de tensiunea principală.

Când fascicolul polarizat este propagat prin materialul plastic transparent de grosime t, (X şi Y sunt direcţiile tensiunii principale în punctual luat în considerare), vectorul luminos se divide în 2 fascicole polarizate propagate în planele X şi Y, *figura 8.2.* Dacă deformaţia specifică de-a lungul planurilor X şi Y este ε_x şi ε_y, viteza vibraţiei luminoase în aceste direcţii

este V_x şi V_y şi timpul necesar traversării fiecărui plan va fi t, atunci întârzierea dintre cele 2 fascicole va fi:

$$\delta=C(t/V_x-t/V_y) = t(n_x-n_y)$$

unde, n reprezintă indicele de refracţie.

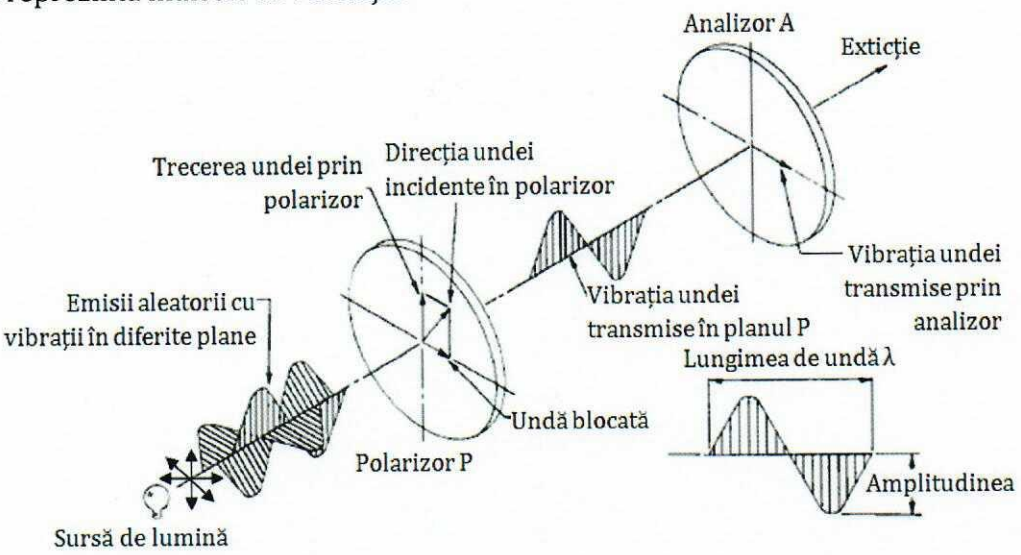


Fig. 8.1. Polarizarea luminii

Legea lui Brewster stabileşte că modificarea relativă a indicelui de refracţie este proporţională cu diferenţa deformaţiilor specifice principale, sau

$$(n_x-n_y)=K(\varepsilon_x-\varepsilon_y)$$

Constanta K este denumită coeficient optic al deformaţiei şi caracterizează proprietatea fizică a materialului. Aceasta este o constantă adimensională, utilizată în calibrarea polarizorului. Combinând cele 2 formule, se obţine:

$\delta=tK(\varepsilon_x-\varepsilon_y)$, în transmisie

$\delta=2tK(\varepsilon_x-\varepsilon_y)$, în reflexie (lumina trece prin materialul plastic de 2 ori).

Relaţia fundamentală utilizată în tehnica măsurării deformaţiei utilizând fotoelasticimetria (materialul plastic ce acoperă obiectul de studiat) este:

$$(\varepsilon_x-\varepsilon_y)= \delta/2Tk$$

Datorită întârzierii relative δ, cele 2 unde traversează diferit materialul plastic. Analizorul A va transmite numai o componentă a fiecărei unde (cea paralelă cu A), (*figura 8.2*). Aceste unde vor interfera şi rezultanta intensităţii luminoase va fi direct proporţională cu:

- întârzierea δ;
- unghiul dintre analizor şi direcţia deformaţiei principale $(\beta-\alpha)$.

În cazul polariscopului plan, intensitatea luminii emergente este:

$$I=b^2\sin^2 2(\beta-\alpha)\sin^2\pi\delta/\lambda$$

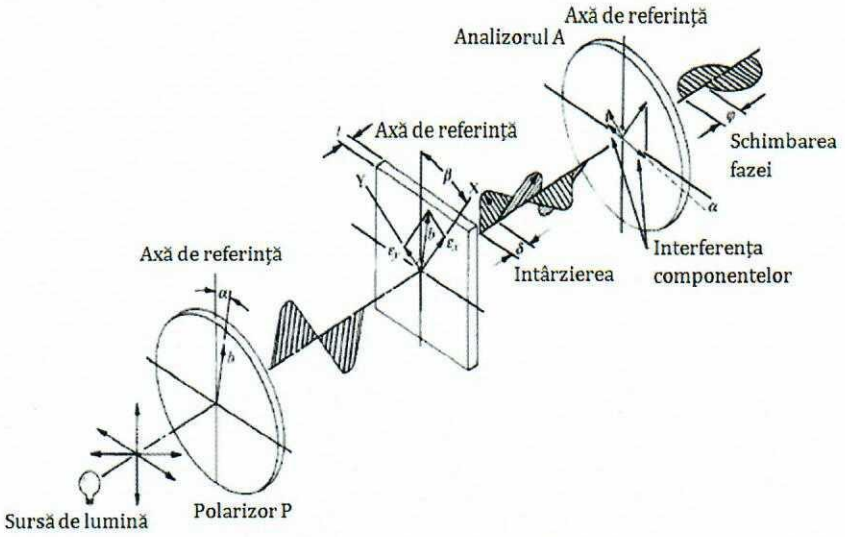


Fig. 8.2. Polariscopul plan

Intensitatea luminoasă devine zero când $\beta-\alpha=0$, sau când traversarea polarizorului sau a analizorului este paralelă cu direcţia tensiunii principale. Intensitatea luminii emergente devine:

$$I= b^2\sin^2\pi\delta/\lambda$$

În cazul polariscopului circular, *figura 8.3*, intensitatea luminoasă devine zero când $\delta=0$, $\delta=1$, $\delta=2\lambda$, sau, în general, $\delta=N\lambda$, unde, N = 1,2,3....
Acest număr N se numeşte ordin de franjă şi exprimă mărimea întârzierii δ.
Lungimea de undă selectată este: $\lambda = 22.7x10^{-6}$ in sau 575 nm.
Întârzierea, sau semnalul fotoelastic, este descris de N.

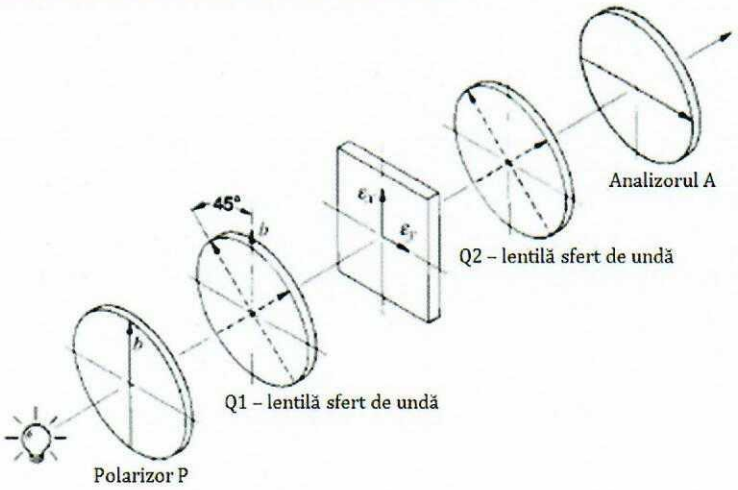


Fig.8.3. Polariscopul circular

8.3. Aparatura şi materialele utilizate

8.3.1 Polariscopul de reflexie

În scopul analizei distribuţiei tensiunilor prin intermediul luminii polarizate se utilizează un polariscop de reflexie, *figura 8.4* (schema polariscopului) şi *figura 8.5*

(polariscopul de reflexie LF/Z-2) cu rol de a observa şi măsura deformaţiile de suprafaţă ce apar în materialul fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat supus acţiunii forţelor.

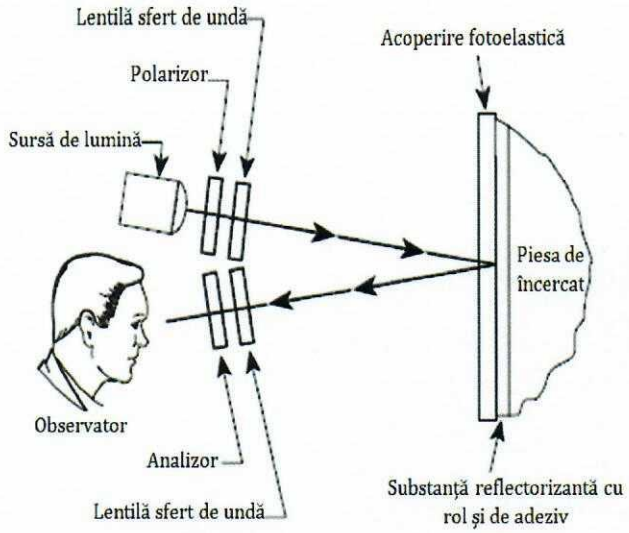


Fig. 8.4. Reprezentarea schematică a polariscopului

Fig. 8.5. Polariscopul de reflexie LF/Z-2

8.3.2 Materiale de acoperire

Selecţia materialelor de acoperire şi aplicarea lor corectă sunt esenţiale pentru analiza tensiunii prin fotoelasticimetrie. Sunt disponibile o multitudine de materiale în formă de foi subţiri, sau în stare lichidă pentru aplicaţii pe materiale metalice, plastic, răşini, cauciuc şi multe altele. Materialul fotosensibil se realizează în condiţiile impuse de producător, urmărind cu exactitate cantităţile de activator şi bază pentru a obţine o răşină, care, în anumite condiţii de temperatură şi timp, îi va permite acoperirea obiectului de studiat.

Fig. 8.6. Materiale fotoelastice

8.3.3 Analiza franjelor fotoelastice

Fotoelasticimetria permite obţinerea următoarelor tipuri de analiză şi măsurători:

- interpretarea domeniului complet a tiparelor franjelor luminoase, permiţând evaluarea generală a mărimilor şi variaţiilor deformaţiilor şi tensiunilor;

- determinări cantitative:

o direcţiile principale ale tensiunilor şi deformaţiilor în toate punctele de interes de pe suprafaţa materialului fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat;

o mărimea şi semnul tensiunii tangenţiale în repaus (fără a aplica forţe) şi în toate regiunile unde starea de tensiuni este unidirecţională;

o în cazul stării de tensiuni biaxiale, mărimea şi semnul diferitelor deformări şi tensiuni în punctele selectate de pe suprafaţa materialului fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat.

8.3.4. Interpretarea domeniului complet

În afară de capacitatea de a obţine cu acurateţe măsurarea deformaţiilor în punctele de testare, fotoelasticimetria prezintă şi avantajul recunoaşterii imediate a mărimii deformaţiei nominale, gradienţii deformaţiei şi întreaga distribuţie a deformaţiei, incluzând identificarea zonelor supra şi sub-tensionate. Acest avantaj extrem de valoros al fotoelasticimetriei descris, ca şi interpretarea domeniului complet, este unic între metodele de analiză a tensiunilor. Succesul aplicaţiei depinde numai de recunoaşterea ordinului de franje coloristic şi înţelegerea relaţiei dintre ordinul franjei şi mărimea tensiunii.

Deoarece materialul fotoelastic este intim şi uniform adaptat pe suprafaţa obiectului de studiat, tensiunile aplicate într-o anumită zonă se transmit cu mare fidelitate în materialul transparent. Deformaţiile în materialul fotoelastic produc efecte optice care apar ca franje izocromate observate cu reflexia polariscopului.

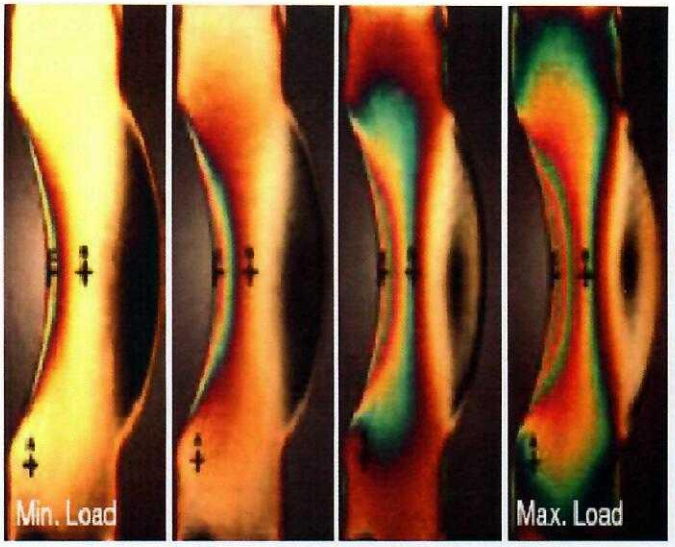
Tiparul franjelor obţinute prin polariscop conţine multiple informaţii pentru modificarea formei obiectului supus acţiunii forţelor, în scopul realizării pieselor cu greutate minimă şi funcţionalitate adecvată.

8.3.5. Generarea franjelor

Prin intermediul polariscopului, franjele apar ca o serie succesivă şi continuă de diferite benzi colorate (izocromate), fiecare bandă reprezentând diferite grade de birefringenţă corespunzătoare, ce stau la baza deformaţiei în zona testată. Astfel, culoarea fiecăreia identifică birefringenţa, sau ordinul de franjă (şi nivelul deformaţiei), oriunde de-a lungul benzii. Pe baza înţelegerii secvenţelor constante de apariţie a benzilor coloristice, tiparul de franje fotoelastice poate fi descris ca o vizualizare topografică a hărţii distribuţiei tensiunii de-a lungul suprafeţei materialului fotoelastic.

Iniţial, fără a aplica forţe obiectului de studiat acoperit cu material fotoelastic, franjele coloristice vor apărea în punctele cu deformaţii mari. Sub acţiunea forţei de acţiune cu amplitudine crescătoare vor apărea franje noi, indicând noi zone de deformaţii. Franjele pot fi notate în ordinea apariţiei (prima, a doua, a treia...) şi vor menţine ordinea în întregime în timpul secvenţei de încărcare. Nu sunt numai franje ordonate, dar sunt şi comandate (sunt continui nu se intersectează sau fuzionează cu altele, menţinându-şi întotdeauna poziţiile respective în secvenţa de ordine).

Tab. 8.1. Caracteristicile franjelor izocromate



COLOR	APPROXIMATE RELATIVE RETARDATION nm	APPROXIMATE RELATIVE RETARDATION in × 10^{-6}	FRINGE ORDER N
Black	0	0	0
Pale Yellow	345	14	0.60
Dull Red	520	20	0.90
Red/Blue Transition	575	22.7	1.00
Blue-Green	700	28	1.22
Yellow	800	32	1.39
Rose Red	1050	42	1.82
Red/Green Transition	1150	45.4	2.00
Green	1350	53	2.35
Yellow	1440	57	2.50
Red	1520	60	2.65
Red/Green Transition	1730	68	3.00
Green	1800	71	3.10

Fig. 8.7. Creşterea succesivă a intensităţii forţei şi urmărirea franjelor

8.3.6. Identificarea franjelor

Lumina albă, utilizată pentru interpretarea domeniului complet a tiparelor franjelor în testarea fotoelastică, este alcătuită din toate lungimile de undă ale spectrului vizual. Astfel, întârzierea care determină extincţia unei lungimi de undă (color), în general nu le exclude pe celelalte. Cu creşterea birefringenţei, fiecare culoare din spectru dispare în acord cu lungimea sa de undă (începe cu violet, unda cu cea mai mică lungime), moment în care observatorul poate decela culoarea complementară. Secvenţa culorilor complementare este prezentată în *tabelul 8.1*, incluzând pentru fiecare culoare întârzierea relativă şi ordinul numeric de franjă.

8.3.7. Măsurarea direcţiilor deformaţiei principale

Direcţiile principale ale deformaţiei sunt întotdeauna măsurate după un plan de referinţă, sau axă. Iniţial se va selecta un plan de referinţă avantajos. De cele mai multe ori direcţia de referinţă este imediat sugerată ca o axă de simetrie a structurii; în alte cazuri, o linie verticală sau orizontală este suficientă.

Când planul fascicolului de lumină polarizată traversează materialul fotoelastic supus parţial tensiunii, acesta este divizat în unde care se propagă cu viteze diferite de-a lungul direcţiei principale de deformaţie. După traversarea materialului fotoelastic, aceste 2 unde se vor uni, dar nu se vor recombina într-o singură vibraţie paralelă cu cea iniţială. Uneori, în punctele unde direcţia tensiunii principale este paralelă cu axa filtrului de polarizare, fascicolul nu va fi afectat şi vibraţia emergentă va fi paralelă cu vibraţia de intrare. Filtrul analizorului A, cu axa perpendiculară pe filtrul polarizorului P, va reproduce extincţia vibraţiilor în aceste puncte (*figura 8.8*).

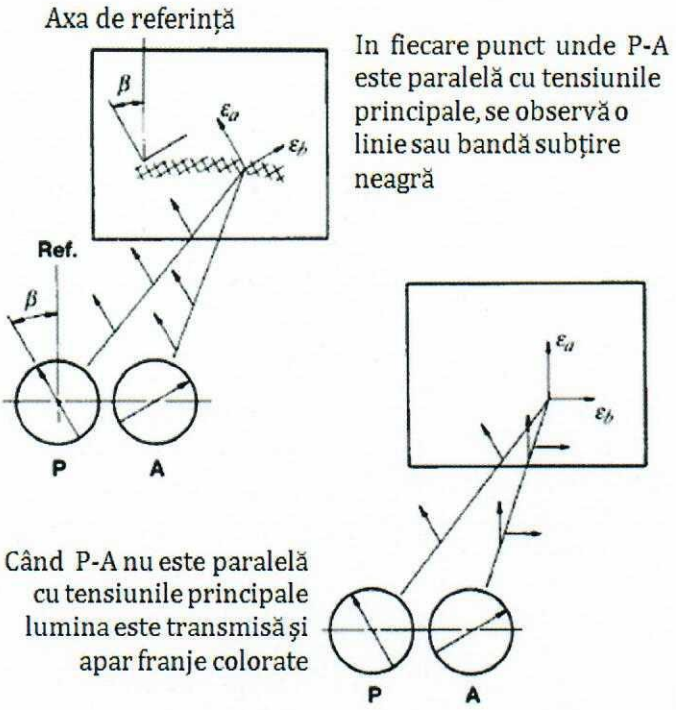


Fig. 8.8. Direcția tensiunii principale exprimată prin rotația axelor polarizorului/ analizorului producând extincții complete ale luminii în punctele de test

Se observă, în *figura 8.9*, apariția liniei negre în momentul penetrării reflexiei polariscopului. Aceste linii se numesc linii izoclinice. În fiecare punct de pe linia izoclinică, direcțiile deformațiilor principale sunt paralele cu direcția de polarizare A sau P. Cu respectarea axei de simetrie selectată, măsurarea direcțiilor în diferitele puncte este acompaniată de rotația, atât a analizorului cât și a polarizorului, până când linia izoclinică neagră apare în punctele unde direcțiile au fost măsurate. Dacă liniile izoclinice sunt subțiri, înguste, înseamnă că direcțiile ε_x și ε_y variază rapid dintr-o locație în alta. Când liniile izoclinice formează benzi, alcătuite din benzi negre, ε_x și ε_y variază încet în această regiune. În scopul identificării direcțiilor principale ale tensiunii, lumina laser este atașată polariscopului de reflexie, proiectându-se pe materialul fotoelastic ce acoperă obiectul de studiat.

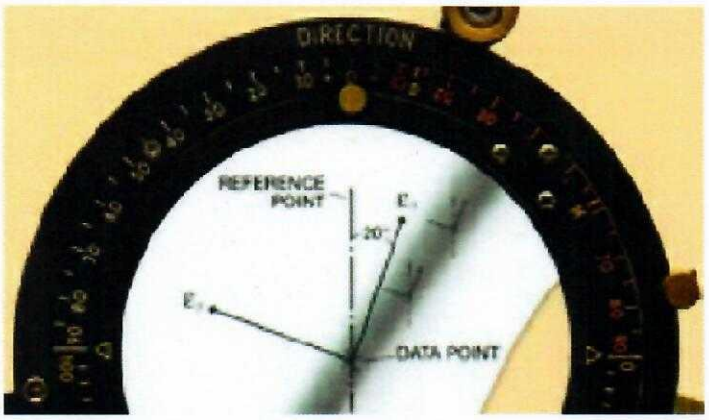


Fig. 8.9. Direcția tensiunii principale evidențiată prin rotația axelor polarizorului/ analizorului pentru a produce extincția completă a luminii în punctele de test utilizând polariscopul plan

Linia izoclinică este poziţionată peste punctele şi direcţiile măsurate cu respectarea axei de referinţă. Utilizând modelul de polariscop LF/Z-2 se alege axa verticală iar direcţiile tensiunii principale sunt citite de pe discul calibrat.

8.3.8. Determinarea amplitudinii tensiunilor şi deformaţiilor

Ordinul de franjă observată la nivelul materialului fotoelastic este proporţional cu diferenţa dintre deformaţia principală în interiorul materialului (şi la suprafaţă în porţiunea testată). Această relaţie liniară este exprimată astfel:

$$\varepsilon_x - \varepsilon_y = Nf \tag{8.1}$$

unde, $\varepsilon_x - \varepsilon_y$ = diferenţa între deformaţiile principale;

N= ordinul de franjă;

f= valoarea franjei corespunzătoare materialului fotoelastic;

Ecuaţia nr. 8.1 poate fi scrisă şi sub următoarea formă:

$$\gamma_{xy} = Nf \tag{8.2}$$

unde, γ_{xy} = lunecarea specifică maximă.

Semnificaţia acestor ecuaţii constă în faptul că, diferenţa în deformaţia principală, sau deformaţia specifică maximă în suprafaţă poate fi obţinută prin simpla recunoaştere a ordinului de franjă.

Inginerii şi proiectanţii lucrează adeseori cu noţiunea de tensiuni (tensiune), mai frecvent decât deformaţii. Astfel ecuaţiile (8.1) şi (8.2) pot fi transformate introducând legea lui Hooke pentru starea de tensiuni biaxială în materialele izotropice, astfel:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x - \nu\varepsilon_y) \tag{8.3}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y - \nu\varepsilon_x) \tag{8.4}$$

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{E}{1+\nu}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^* \tag{8.5}$$

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{E}{1+\nu} Nf \tag{8.6}$$

unde: $\sigma_x - \sigma_y$ = tensiunile principale;

E = modulul de elasticitate al materialului de analizat;

ν = coeficientul Poisson al materialului de analizat.

Deformaţia specifică maximă τ_{MAX}, în planul suprafeţei fiecărui punct este $(\sigma_x - \sigma_y)/2$,

$$\tau_{max} = \frac{E}{2(1+\nu)} Nf \tag{8.7}$$

8.3.9. Măsurarea în puncte

În general, punctul de interes de pe suprafaţă se găseşte între franje, fiind astfel necesară depistarea "ordinului fracţional", sau fracţia franjei. Tehnica utilizată se numeşte compensare şi poate fi folosită în cazul Compensatorului PhotoTensiune Plus Model 832 "BALANS ZERO".

Compensarea "balans zero" operează introducând în modelul de lumină a polariscopului birefringenţe variabile calibrate, de semn opus cu cel indus în materialul fotoelastic supus solicitării, *figura 8.10*.

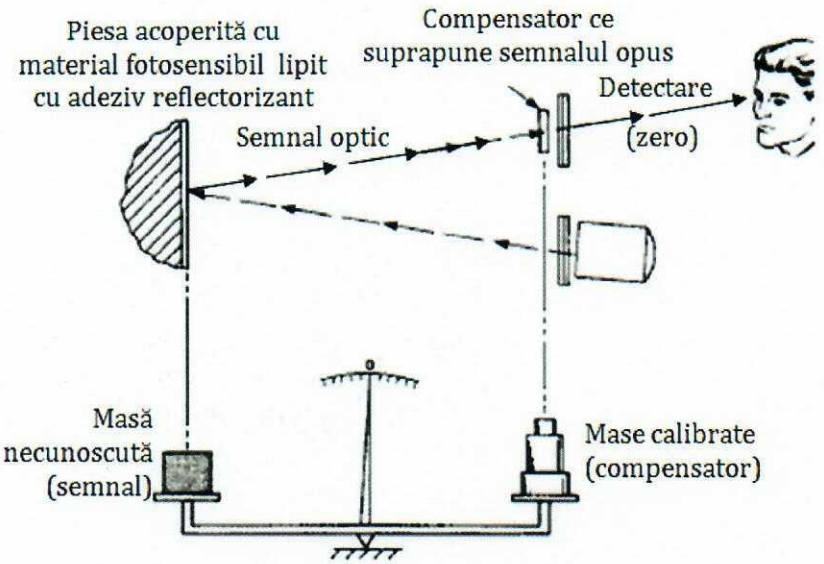


Fig. 8.10. Compensarea balans zero

`Când birefringenţa variabilă calibrată de semn opus este ajustată cu precizie, marcând magnitudinea birefringenţei tensiunii induse, birefringenţa în modelul de lumină va fi nulă. Acest aspect este relevant de franja de culoare neagră (*figura 8.11*).

Fig.8.11. Franja colorată iniţial este redată în negru prin compensarea zero a variaţiei compensatorului

Birefringenţa indusă de tensiuni (sau semnal optic) este reprezentată de panoul din partea stângă a compensatorului care se roteşte invers acelor de ceasornic, din centru spre stânga.
La modelul Compensatorului electronic 832 şi PSCalc computerizat (*figura 8.12*) măsurarea şi calcularea valorilor tensiunilor şi deformaţiilor se realizează mult mai rapid.

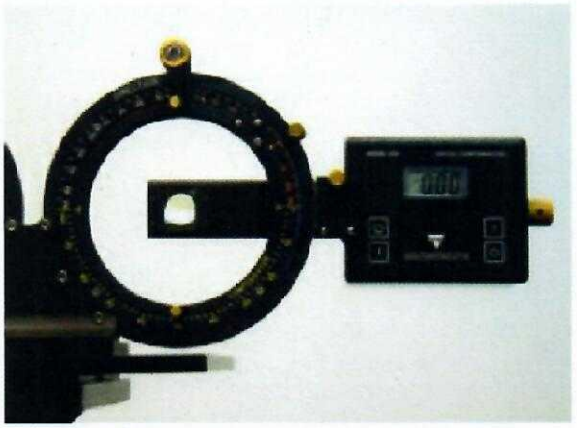


Fig.8.12. Compensator Modelul 832

Din punctul de măsurare, iniţial fără încărcare, citirea (R_0) este indicată de compensator. Cea de a doua citire (R_{LOAD}) se efectuează după aplicarea forţei. După citirea cu balans zero (franja de culoare neagră) informaţiile numerice sunt transferate electronic computerului prin intermediul programului configurat al modelului PhotoTensiune 832 PSCalc. Computerul va afişa calculul tensiunilor şi deformaţiilor în punctele stabilite.
Înainte de înregistrare sunt introduse în calculator date referitoare la materialul fotoelastic, constantele fizice ale materialului testat şi secvenţa aplicării forţei de solicitare, *a se vedea capitolul următor.*

8.4. Stabilirea direcţiilor principale ale deformaţiilor specifice/tensiunilor normale

Procedura pentru determinarea direcţiilor principale este cea indicată de producător:

- Se încarcă structura cu până la 50% din sarcina nominală;
- Se variază poziţia lamelei "sfert de undă" a compensatorului (se acţionează C); se urmăresc/caută punctele în care apare franja neagră; se marchează punctele de interes din domeniu;
- Se îndepărtează compensatorul (SF) acţionând butonul B, se roteşte analizorul antiorar, din poziţia M în poziţia D; se slăbeşte H, se roteşte analizorul până apare franja neagră (extincţia) în punctul marcat;
- Se fixează H; se citeşte în dreptul reperului fix, triunghiular, direcţia principală I în raport cu orizontala; se readuce butonul B în poziţia M;
- Se repune compensatorul în poziţie; se aduce indicaţia la 000;
- Se acţionează reglajul compensatorului până ce se obţine franja neagră în punctul marcat. Dacă nu se reuşeşte vizualizarea franjei negre, se roteşte analizorul cu 90° şi se repetă operaţia de reglare a compensatorului până se obţine extincţia (franja neagră);

- Se aprinde dispozitivul emiţător de lumina (LASER) şi se orientează raza sa roşie prin punctul de analizat; în vecinătatea punctului se trasează direcţia acestei raze care corespunde cu direcţia principală I (a deformaţiei specifice principale ε_1) pe model;
- Se descarcă modelul, se reglează compensatorul electronic până se obţine franja neagră în zona punctului marcat şi se citeşte valoarea R_0 indicată pe ecranul compensatorului; se introduce valoarea R_0 în programul de calcul;
- Se aplică sarcina; se măsoară cu compensatorul ordinul de franjă, în fiecare punct, (la extincţie) pentru starea de solicitare, care se introduce în programul de calcul,R_{load};
- Se descarcă structura; se secţionează plasticul, cu un disc diamantat, pe direcţia principală trasată anterior (ε_1 sau ε_2);
- Se încarcă din nou structura şi se caută cu compensatorul valorile ordinului de franjă R_0 (fără sarcină), respectiv R_{load} (structura solicitată), în momentul apariţiei franjei negre la nivelul secţiunilor realizate în fiecare punct. Valorile R_0 şi R_l sunt preluate de PSCalc şi introduse în procesul de calcul.
- În final, softul (PSCalc) furnizează valorile deformaţiilor specifice principale şi a tensiunilor normale principale. Orientarea direcţiilor principale se determină în etapa de obţinere a franjei negre prin rotirea filtrului analizor. Unghiul citit pe cadranul filtrului analizor corespunde orientării direcţiei principale în raport cu orizontala convenţională.

8.5. Descrierea aparaturii şi caracterizarea materialului fotoelastic pentru determinarea stării de deformaţie (ε_1-ε_2) în vecinătatea crestăturii unei probe compacte din aluminiu

8.5.1. Descrierea aparaturii

Determinările experimentale se vor face pe maşina universală de încercat de tip INSTRON 8808, *figura 8.13a*, la solicitarea de tracţiune excentrică. Pentru a îndeplini condiţiile de încărcare statică, viteza de deplasare a bacurilor maşinii se stabileşte la valoarea de 0,5 mm/min. Probei i se ataşează extensometrul de tip „clip-on-gage" în vederea determinării deschiderii flancurilor fisurii în timpul solicitării, *figura 8.13b*.

a) prinderea probei b) montarea extensometrului

Fig. 8.13. Maşina de încercat INSTRON 8808

Se utilizează polariscopul cu reflexie LF/Z-2 cu sursă obişnuită de lumină albă, *figura 8.14*, pentru a observa izoclinele şi izocromatele care apar atunci când încărcăm proba compactă.

Fig. 8.14. Polariscopul cu reflexie LF/Z-2

Se foloseşte compensatorul 832, *figura 8.12*, pentru a citi ordinul de franjă în puncte preselectate. Compensatorul se bazează pe principiul echivalenţei nule. Camera video digitală este folosită pentru a înregistra franjele izocromate în timpul încărcării treptate a probei.
Măsurarea deschiderii crestăturii se face cu un extensometru cu lamele, de tip „clip-on-gage, *figura 8.15*, care evaluează deschiderea crestăturii în mm pe baza calculului variaţiei tensiunii electrice în cele patru mărci montate pe lamelele extensometrului ce sunt montate în punte Wheatstone. Lamelele se montează pe faţa frontală a probei prin intermediul unor piese intermediare, aşa cum a fost descris în lucrarea 4, *figura 4.4*.

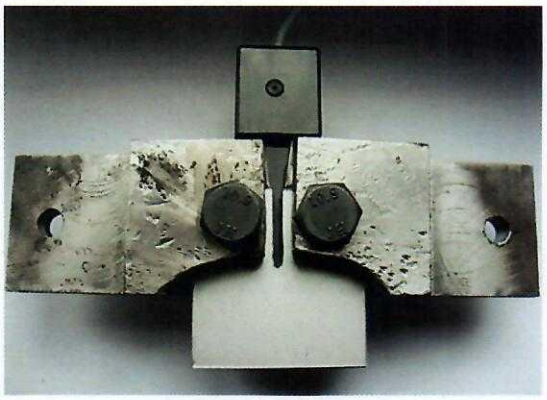


Fig. 8.15. Extensometru „clip on gage"

8.5.2. Caracterizarea materialului fotoelastic

Placa din material fotoelastic PS-1B este de grosime 2,125 mm. Această placă a fost lipită pe suprafaţa probei crestate cu ajutorul a două componente adezive rezistente PC-1. Placa din material fotoelastic PS-1B este foarte sensibilă şi prin urmare ne permite să o folosim pe suprafeţe deformate elastic precum şi pe suprafeţe deformate în domeniul elasto-plastic. Adezivul are rol şi de strat reflectorizant. Caracteristicile materialului utilizat pentru placa din material fotoelastic PS-1A sunt prezentate în *tabelul 8.2*.

Tab.8.2. Caracteristicile materialului fotoelastic

Placa PS-1B	
Coeficientul optic de deformaţie K[-]	0.150
Modulul de elasticitate E [MPa]	206,9
Coeficientul lui Poisson μ [-]	0.42
Alungire A [%]	5
Constanta f	890

Placa din material fotoelastic aplicată probei cu crestătură, *figura 8.16*, transformă o parte a solicitării şi, simultan, rigidizează proba. Ca rezultat, deformările probei sunt mai mici decât dacă nu ar fi fost aplicată placa.

Fig. 8.16. Proba cu înveliş fotoelastic PS-1B

8.6. Date preluate de la maşina de încercat INSTRON 8808

Pe maşina de încercat se înregistrează datele referitoare la valoarea încărcării, deplasarea flancurilor crestăturii, timp, etc. Câteva dintre variaţiile obţinute pe această cale sunt prezentate în *figurile 8.17, 8.18* şi *8.19*. Astfel, în *figura 8.17* se prezintă variaţia forţei în timpul încercării. Se face precizarea că, iniţial se realizează un program de încercare în trepte, astfel încât, la nivelele de 2 kN, 4 kN, 6 kN, 8 kN şi 10 kN, forţa a fost constantă pentru 30 de secunde, pentru a se putea fixa compensatorul astfel încât, în punctul considerat să avem, în momentul citirii, zona neagră ce corespunde ordinului zero, iniţial al franjei.

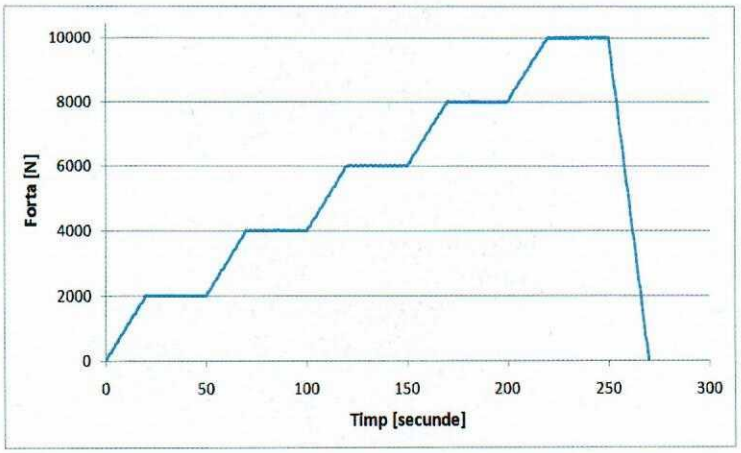


Fig. 8.17. Variaţia forţei în raport cu timpul

În *figura 8.18* se prezintă variaţia forţei în raport cu deschiderea flancurilor crestăturii, măsurată cu ajutorul extensometrului de tip „clip-on-gage" instalat pe probă, aşa cum se poate vedea în *figura 8.15.* Se constată faptul că avem o variaţie liniară atât la încărcare cât şi la descărcarea probei, ceea ce denotă faptul că solicitarea s-a făcut în domeniu elastic şi că nu s-a propagat fisura la vârful crestăturii. Valoarea maximă a deplasării flancurilor crestăturii este de 0,17 mm.

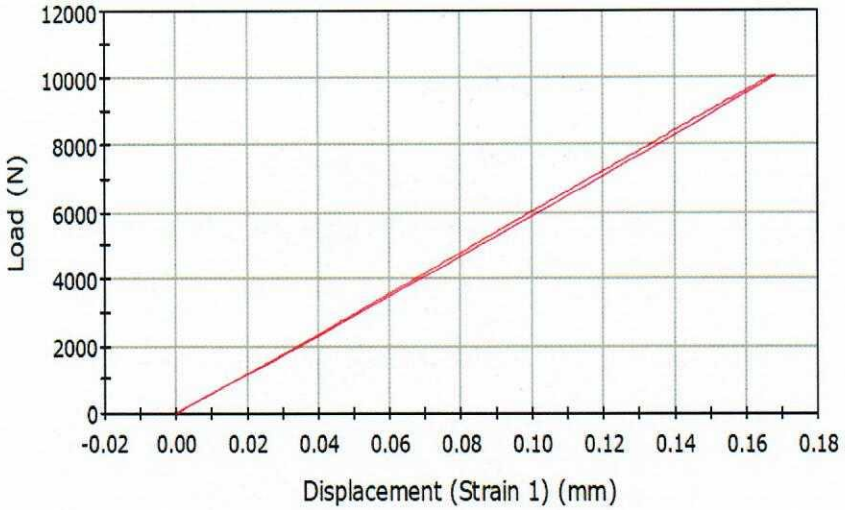


Fig. 8.18. Variaţia forţei în raport cu deschiderea flancurilor crestăturii

Pentru a se evidenţia diferenţa dintre deplasarea flancurilor fisurii şi deplasarea traversei maşinii de încercat, s-au trasat dependenţele din *figura 5.7.* Aici se prezintă variaţia deschiderii flancurilor crestăturii şi a deplasării traversei maşinii, în funcţie de timp. Se constată faptul că, deplasarea traversei maşinii de încercat este mult mai mare decât cea a flancurilor crestăturii, 0,61 mm în raport cu 0,17 mm.

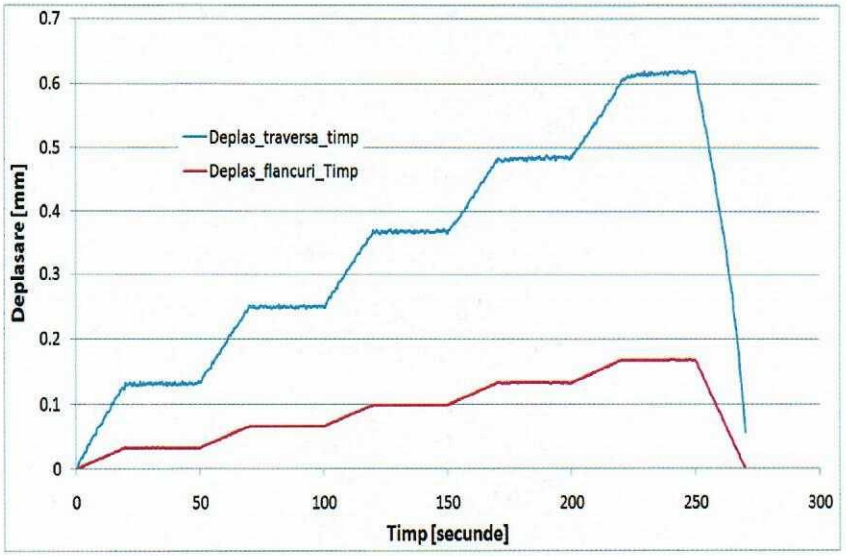


Fig. 8.19. Variaţia deplasării traversei maşinii şi a deschiderii flancurilor crestăturii în funcţie de timp

8.7. Operaţiuni premergătoare încercărilor realizate prin softul PSCalc 3.1

În continuare sunt descrise operaţiunile necesare efectuării încercărilor. Pentru determinări s-a utilizat softul PSCalc 3.1, ce gestionează testele privitoare la încercările fotoelastice. Mai întâi, a fost necesară calibrarea compensatorului. Astfel, din cadrul softului PSCalc 3.1, din menu-ul "Option" s-a ales submenu-ul "Use Compensator" care s-a calibrat prin aducerea acestuia la zero şi citirea prin soft, şi aducerea la valoarea extremă de 4 şi, din nou, citirea acestei valori de către soft.

Fig. 8.20. Poziţionarea aparaturii pentru vizualizarea corectă

Aşa cum se poate constata şi din *figura 8.20*, este necesară, mai întâi, vizualizarea imaginii, centrarea acesteia şi modificarea unghiului lentilei de polarizare până când raza laser devine (aproximativ) paralelă cu axa uneia din tensiunii principale. Dacă nu se obţine imaginea în cadrul ecranului softului PSCalc, trebuie făcute ajustări la "Option"-"Devices"-"Video Devices". Se trece, apoi, prin toate opţiunile din a doua linie a softului PSCalc.

Se trece apoi la menu-ul "Project" unde se stabileşte numele testului – "test1". Aici se poate face un test nou sau se poate prelua unul mai vechi. Tot aici se stabilesc numărul de puncte în care se doreşte a se efectua măsurarea precum şi numărul de trepte de încărcare, *figura 8.21*. In acest caz s-a considerat un singur punct de măsurare cu şase trepte de încărcare a forţei: 0 kN, 2 kN, 4 kN, 6 kN, 8 kN şi 10 kN.

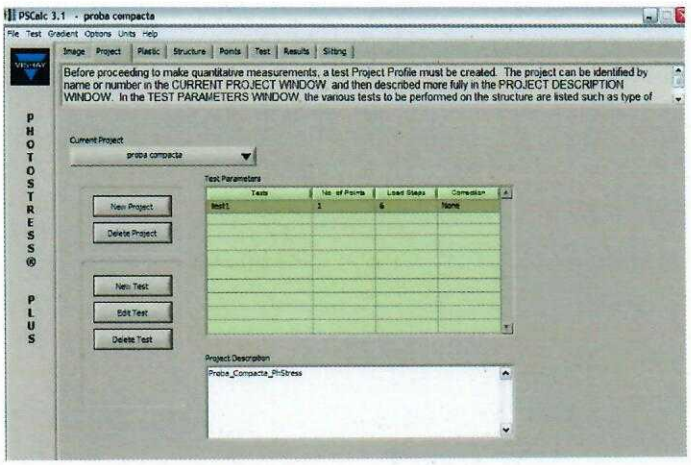


Fig. 8.21. Stabilirea denumirii proiectului, a numărului de puncte de măsurare şi a numărului de trepte de încercare

În continuare se trece la menu-ul "Plastic", *figura 8.22*, în care sunt precizate caracteristicile materialului fotoelastic: tipul, coeficientul optic, modulul de elasticitate longitudinală, coeficientul lui Poisson şi constanta de calibrare. Aceste valori se regăsesc pe specificaţiile materialului date de către firma furnizoare.

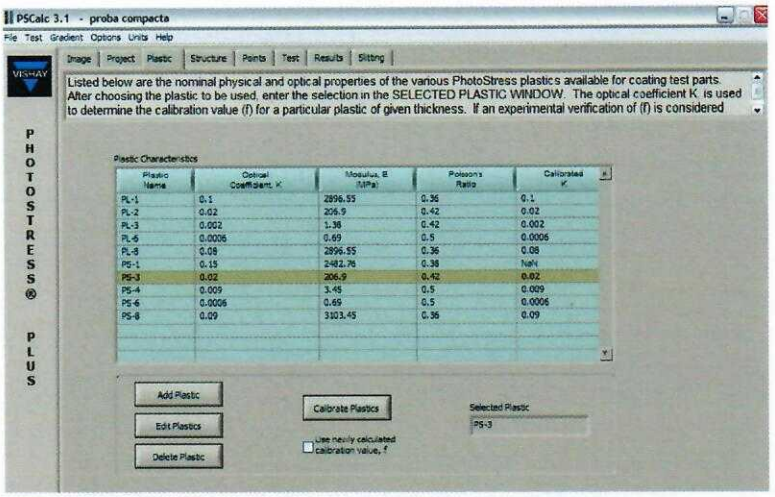


Fig. 8.22. Caracteristicile materialului fotoelastic

Menu-ul "Structure" necesită informaţii despre materialul de bază, *figura 8.23*. În acest caz a fost utilizat aluminiu, cu modulul de elasticitate longitudinală $E=73{,}1\cdot10^3$ MPa şi coeficientul lui Poisson $\nu=0{,}32$.

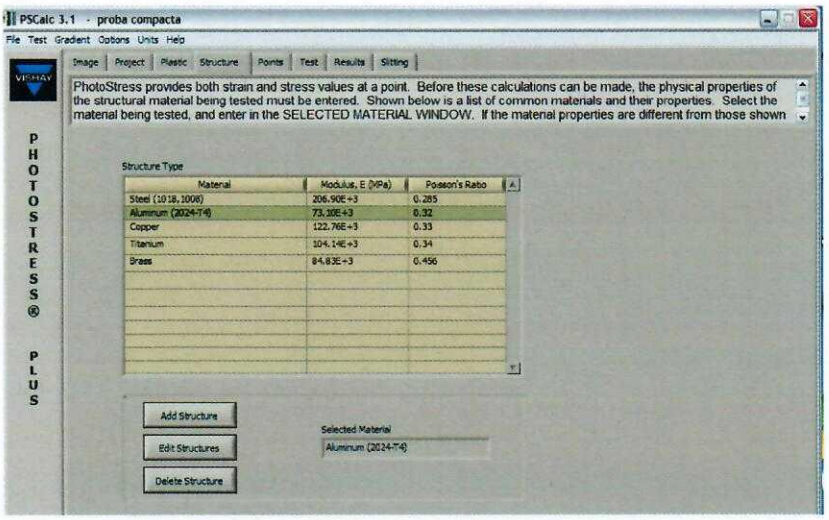


Fig. 8.23. Caracteristicile materialului de încercat

În cadrul menu-ului "Points", *figura 8.24*, se solicită, pentru fiecare punct în parte (aici avem un singur punct), următoarele caracteristici: grosimea materialului fotosensibil şi grosimea materialului de încercat. Valoarea coeficientului de calibrare este afişată automat, dacă în menu-ul "Plastic" s-au dat caracteristicile cerute. Altfel, dacă se utilizează un material fotosensibil confecţionat din componente, valoarea coeficientului de calibrare se stabileşte pe baza calibrării acestui material printr-o procedură utilizând o grindă încastrată la un capăt cu

posibilitatea de mişcare a capătului liber cu ajutorul unui micrometru. Această grindă va avea lipită pe ea materialulul fotoelastic confecţionat. Se utilizează, pentru calibrarea plasticului, butonul "Calibrate Plastic" din *figura 8.22*. Tot aici, *figura 8.24*, se stabilesc şi valorile forţelor la care se vor face încercările în trepte.

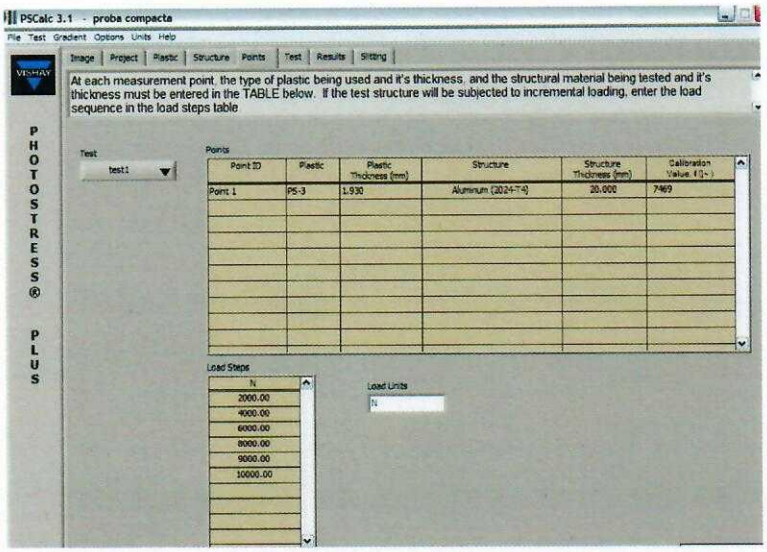


Fig. 8.24. Grosimile stratului fotosensibil, a materialului de încercat precum şi valorile forţelor

În continuare se trece în menu-ul "Test", *figura 8.25*, în care se poate vizualiza imaginea iniţială, pentru proba neîncărcată, cu o zonă neagră în vecinătatea vârfului crestăturii iar valoarea arătată de compensator trebuie să fie zero. Se solicitătă proba, pentru fiecare palier de forţă modificându-se valoarea citită de către compensator până când, în punctul de citire luat în considerare (vârful crestăturii), apare din nou zona neagră. În acest fel se obţin franjele izocline vizibile pentru diferite valori ale forţei de solicitare.

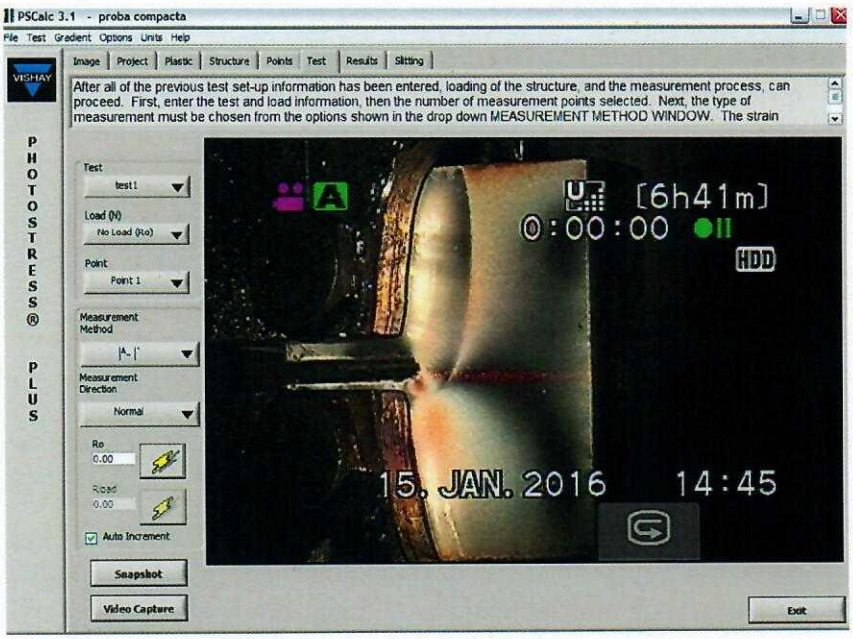


Fig. 8.25. Meniu-ul „Test", cu proba nesolicitată.

8.8. Izocromate obţinute pe proba compactă

Dacă modelul este examinat în lumina albă, la solicitarea probei apar benzi sau zone colorate cu aceeaşi culoare, motiv pentru care aceste benzi poartă numele de **izocromate**. Izocromatele corespund punctelor din probă în care diferenţa tensiunilor principale (sau a deformaţiilor principale) $\sigma 1-\sigma 2=ct$. Prin urmare, **izocromatele mai pot fi definite ca locul geometric al punctelor în care diferenţa tensiunilor principale este constantă**. Deoarece tensiunea tangenţială maximă dintr-un punct, în cazul stării plane de solicitare, este egală cu jumatate din diferenţa tensiunilor principale normale din acel punct, **izocromatele mai pot fi interpretate ca locul geometric al punctelor în care tensiunea tangenţială maximă este constantă.** Într-un polariscop cu lumina polarizată circular se pot obţine izocromatele atât în câmp întunecat cât şi în câmp luminat. Izocromatele obţinute în câmp întunecat corespund unui număr par al multiplului k (ordin de bandă), pe când cele obţinute în câmp luminat corespund la jumatăţi ale ordinului de bandă. Pentru determinarea stării de tensiune din probă este suficientă vizualizarea uneia dintre aceste familii de izocromate. De multe ori se folosesc ambele familii de izocromate pentru a spori precizia determinărilor fotoelastice.
Figura 8.26 prezintă liniile izocromate obţinute în timpul încărcării treptate ale probei compacte examinate, cu forţa de la 0 la 10 kN.

Fig. 8.26. Izocromatele obţinute la diferite valori ale forţei.

8.9. Determinarea tensiunilor şi a deformaţiilor la vârful crestăturii probei compacte

Pentru fiecare valoare a solicitării, se apasă butonul din meniu-ul „Test" prin care programul preia în mod automat citirea de la compensator. Aşa cum s-a menţionat, pentru determinarea diferenţei dintre tensiunile principale se utilizează relaţia:

$$\sigma_1-\sigma_2=\frac{E}{1+\nu}f\,N$$

unde E este modulul lui Young al materialului din care este confecţionată proba;

- ν este coeficientul lui Poisson al probei;
- f este constanta plăcii din material fotoelastic.

În aceste condiţii, în meniu-ul „Results" se prezintă variaţia deformaţiilor $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$ şi a tensiunilor $(\sigma_1-\sigma_2)$ în raport cu valoarea forţelor de solicitare, *figura 8.27*. Se constată faptul că valoarea maximă a diferenţei tensiunilor principale este: $(\sigma_1-\sigma_2)_{Max}$=194 MPa obţinută pe proba din aluminiu la o forţă de încărcare de 10 kN.

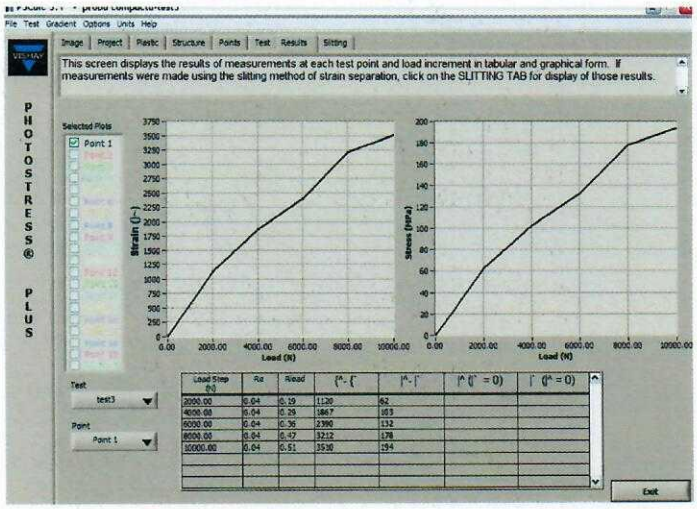


Fig. 8.27. Variaţia deformaţiilor $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$ şi a tensiunilor $(\sigma_1-\sigma_2)$ în raport cu valoarea forţelor de solicitare

Se precizează faptul că, dimensiunile secţiunii din dreptul crestăturii sunt: (20·35) mm². În consecinţă, dacă s-ar lua în considerare solicitarea de tracţiune + încovoiere, fără a se ţine seama de prezenţa crestăturii, tensiunea ar fi:

$$\sigma_{Max} = \frac{F}{A} + \frac{Mi}{Wz} = \frac{10000}{20 \cdot 35} + \frac{10000 \cdot 32{,}5}{\frac{20 \cdot 35^2}{6}} = 93{,}87\ MPa$$

Se constată că valoarea tensiunii este dublă în faţă cu cea calculată (194 MPa în raport cu 94 MPa). Acest lucru se întâmplă datorită existenţei crestăturii şi a concentratorului la vârful acesteia ce face ca valoarea tensiunii să fie mai mare.

BIBLIOGRAFIE

[1] V. Goanţă, "Mecanica Ruperii", Ed. Tehnopress, Iaşi, ISBN 973-702-299-8, 2006.
[2] P. Frankovský, K. Masláková, Principle and applications of PhotoStress method. In: Mechanics. Scientific researches and methodical development, roč. 6, s. 162-168, 2012.
[3] G.R. Irwin, Discussion of "The Dynamic Stress Distribution Surrounding a Running Crack - A Photoelastic Analysis", Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 16, No. 1, pp. 93-96, 1958.
[4] A.S. Kobayashi, Handbook on Experimental Mechanics. Seattle: Society for Experimental Mechanics, 1020 s, 1993.
[5] A.D. Nurse, E.A. Patterson, A Photoelastic Technique to Predict the Direction of Edge Crack extension using Blunt Cracks, International Journal of Mechanical Science, 32, 253-264, 1990.
[6] ***, Tech Note-702 Introduction to Stress Analysis by the PhotoStress Method, Raleigh, Measurements Group, 1996.
[7] P.R. Lewis, Environmental stress cracking of polycarbonate catheter connectors. Engineering Failure Analysis, 16:1816e24, 2009.
[8] H.A. Hristov, A.F. Yee, D.W. Gidley, Fatigue craze initiation in polycarbonate:study by transmission electron microscopy. Polymer, 35(17):3604e11, 1994.
[9] B. Wang, H. Lu, G. Tan, W. Chen, Strength of damaged polycarbonate afterfatigue. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 39(2):163e9, 2003.
[10] N. Haddaoui, A. Chudnovsky, A. Moet, Ductile fatigue crack propagation inpolycarbonate. Polymer, 27:1377e84, 1986.
[11] L. Pruitt, D. Rondinone, The effect of specimen thickness and stress ratio on thefatigue behavior of polycarbonate. Polymer Engineering and Science, 36(9):1300e5, 1996.
[12] C.J. Christopher, M.N. James, E.A. Patterson, K.F. Tee, Towards a new model ofcrack tip stress fields. International Journal of Fracture,148:361e71, 2007.
[13] M.N. Pacey, E.A. Patterson, M.N. James, A new photoelastic model for studyingfatigue crack closure. Experimental Mechanics, 45(1):42e52, 2005.
[14] M.N. James, C.J. Christopher, Y. Lu, E.A. Patterson, The plastic 'inclusion' as a mesoscalebridge between local crack tip mechanisms and the global elastic field.submitted to International Journal of Fatigue, 2011.

[15] H.R. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, The stress analysis of cracks handbook. New York:ASM International, p. 62, 2000.

[16] J.E. Srawley, B. Gross, Stress intensity factors for bend and compact specimens.Engineering Fracture Mechanics, 4:587e9, 1972.

[17] L. Pruitt, S. Suresh, Cyclic stress fields ahead of tension fatigue cracks inamorphous polymers. Polymer, 35(15):3221e9, 1994.

[18] Q.Z. Fang, T.J. Wang, H.M. Li, Overload-induced retardation of fatigue crackgrowth in polycarbonate. International Journal of Fatigue, 30:1419e29, 2008.

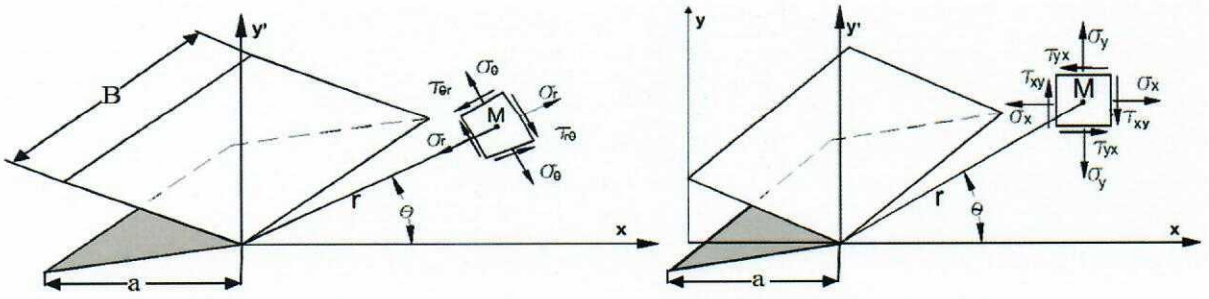
MECANICA RUPERII - LABORATOR 9

DETERMINAREA PARAMETRILOR DE MECANICA RUPERII PRIN SIMULARE PE BAZA METODEI DE ANALIZĂ CU ELEMENTE FINITE

9.1. Definiția factorului de intensitate a tensiunii
9.2. Expresii pentru factorul de intensitate a tensiunii
9.3. Moduri fundamentale de rupere
9.4. Introducere in analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii
9.5. Modul de lucru
9.6. Butonul „Front"
9.7. Câmpul „Region"
9.8. Butonul „Specified"
9.9. Butonul „Output"
9.10. Efectuarea analizei fisurării și vizualizarea rezultatelor
9.11. Rezultate obținute

9.1. Definiția factorului de intensitate a tensiunii

Pentru a defini factorul de intensitate a tensiunii este necesar să considerăm o placă de grosime unitară, confecționată dintr-un material ideal-elastic în care există o fisură străpunsă de semi-lungime a, *figura 9.1a*. Dimensiunile plăcii sunt cu mult mai mari decât dimensiunile fisurii. Placa este supusă unei stări de tensiuni monoaxiale, distribuția tensiunilor în placă fiind astfel încât la o anumită depărtare de fisură tensiunile principale sunt perpendiculare și respectiv paralele cu axa mare a elipsei.



a) tensiuni în coordonate polare b) tensiuni în coordonate carteziene

Fig. 9.1. Câmpul de tensiuni din imediata vecinătate a unei fisuri

Starea de tensiuni din imediata vecinătate a unei fisuri este dată de relațiile:

Intr-o placă de grosime infinit mică avem o stare plană de tensiuni – tensiunea normală pe placă fiind egală cu zero. Pentru o placă groasă se obține o stare plană de deformații – deformatia pe grosimea plăcii fiind egală cu zero.

Fisura se consideră a fi plană cu extremităţile ascuţite. Fie un element de arie în jurul punctului M aflat la distanţa r de vârful fisurii şi sub unghiul θ în raport cu planul acesteia, *figura 9.1b*.

$$\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\dfrac{\theta}{2}\left[1-\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\dfrac{3\theta}{2}\right] \\ \sigma_y = \dfrac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\dfrac{\theta}{2}\left[1+\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\dfrac{3\theta}{2}\right] \\ \tau_{xy} = \dfrac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{3\theta}{2} \end{cases} \qquad (9.1)$$

cu $\sigma_z=0$ pentru starea plană de tensiuni sau $\sigma_z=\nu(\sigma_x+\sigma_y)$ pentru starea plană de deformaţii.

Tensiunile σ_x, σ_y şi σ_z sunt proporţionale cu tensiunea aplicată σ, variază cu rădăcina pătrată a mărimii fisurii şi tind spre ∞ când r tinde spre zero.

Din relaţiile de mai sus se observă că tensiunile la vârful unei fisuri se calculează ca produsul dintre factorul geometric $\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cdot f(\theta)$, care depinde de poziţia elementului în care se calculează tensiunile şi factorul $\sigma\cdot\sqrt{\pi a}$. Acest ultim factor, ce reprezintă o măsură a creşterii tensiunii datorită prezenţei unei fisuri în raport cu tensiunea existentă în placă în absenţa fisurii, a fost denumit *factor de intensitate a tensiunii* şi s-a notat cu K ($K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$). Indicele *I* este utilizat pentru a preciza că suntem în *modul I* de solicitare. Factorul de intensitate a tensiunii se măsoară în $MPa\sqrt{m}$.

Factorul de intensitate a tensiunii depinde de modul de solicitare, de geometria piesei şi a defectului, de orientarea sa în raport cu tensiunile aplicate, elemente care sunt înglobate în coeficientul Y din expresia generala:

$$K = Y\cdot\sigma\sqrt{\pi a} \qquad (9.2)$$

Factorul de intensitate al tensiunii se determină, teoretic, pe baza teoriei elasticităţii, cele mai întâlnite metode fiind:

- metoda transformărilor conforme;
- metoda transformărilor integrale;
- metoda alternantă;
- metoda aproximaţiilor asimptotice;
- metoda elementelor finite.

9.2. Expresii pentru factorul de intensitate al tensiunii

a) Placa infinită

Factorul de intensitate al tensiunii într-o placă infinită de grosime constantă solicitată monoaxial se calculează cu relaţia:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \qquad (9.3)$$

Pentru o lățime W a plăcii, factorul de intensitate a tensiunii se calculează cu expresia:

$$K_I = \sigma\sqrt{Wtg\left(\frac{\pi a}{W}\right)} \tag{9.4}$$

relație valabilă și pentru o fisură marginală de lungime a, activă pe toata grosimea plăcii. Când solicitarea este biaxiala, după două direcții perpendiculare, iar fisura are o orientare oarecare:

$$K_I = \sqrt{\frac{\pi a}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)\cos 2\beta]} \tag{9.5}$$

unde β este unghiul dintre direcția tensiunii principale σ_1 și direcția de propagare a fisurii.
Pentru o placă infinită solicitată monoaxial, în care fisura de lungime **2b** pătrunde pe o grosime **a** în placă, *figura 9.2*, iar φ este unghiul dintre raza vectoare **r** și semiaxa mare **b**, în planul fisurii eliptice, factorul de intensitate a tensiunii se va determina cu expresia:

$$K_I = \frac{\sigma}{\phi}\sqrt{\frac{\pi a}{2b}[a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi]^{\frac{1}{2}}} \tag{9.6}$$

în care:

$$\phi = \int_0^{\pi/2}\left[1 - \frac{b^2-a^2}{a^2}\sin^2\theta\right]^{1/2} d\theta \tag{9.7}$$

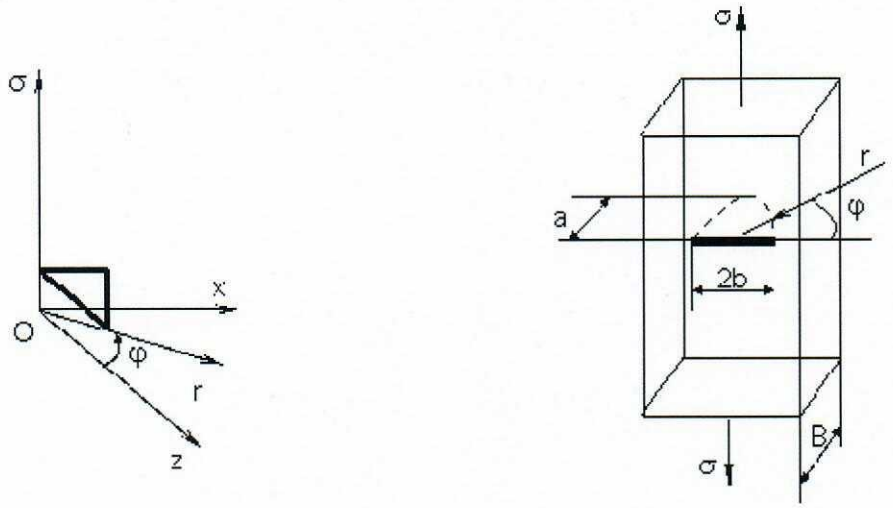


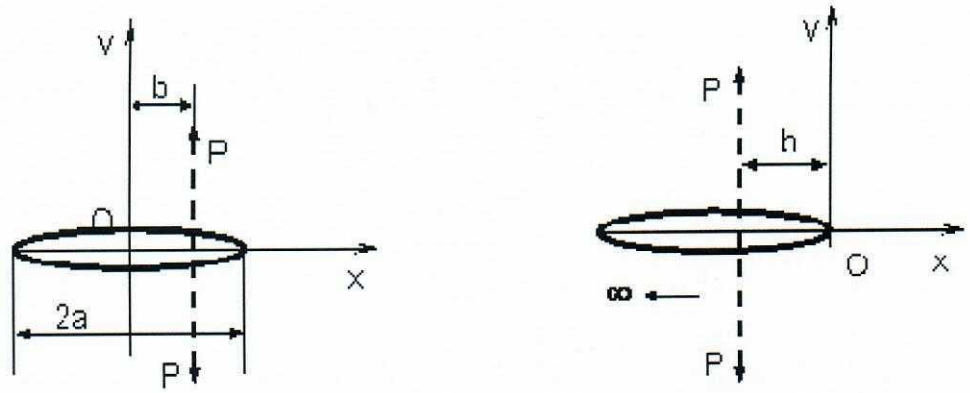
Fig. 9.2. Placă cu fisură centrală

Pentru **a<<b**, rezultă Φ=1, iar pentru **a=b** se obține Φ=π/2. Atunci când unghiul φ= π/2 și **a<<b**, se obține $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$, respectiv pentru **a = b**, $K_I = 2\sigma\frac{a}{\pi}$.
La placa infinită de grosime **B** cu o fisură centrală de lungime **2a**, solicitată de două sarcini concentrate opuse, **P**, *figura 9.3a*, factorul $\mathbf{K_I}$ va fi:

$$K_I = \frac{P}{B\sqrt{\pi a}}\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \tag{9.8}$$

Pentru o fisura semi-infinită, *figura 9.3b*, factorul de intensitate a tensiunii K_I este calculabil cu relația (9.9):

$$K_I = \frac{P}{B}\sqrt{\frac{2}{\pi b}} \tag{9.9}$$



a) Placă cu fisură de lungime 2a b) Placă cu fisură de lungime semi-infinită

Fig. 9.3. Placă solicitată de două sarcini concentrate opuse

b) Placa de lățime finită solicitata la întindere mono-axială

Pentru o placă cu fisura centrala cu lățimea **W>>4a**, factorul de intensitate a tensiunii $\mathbf{K_I}$ se calculează cu relația (9.4) iar dacă raportul **2a/W << 0.6**, factorul $\mathbf{K_I}$ se determina cu expresia:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} \tag{9.10}$$

unde: $Y = 1.77\left[1 - 0.1\frac{2a}{W} + \left(\frac{2a}{W}\right)^2\right]$.

Pentru placa cu două fisuri laterale străpunse pe toată grosimea piesei, de lungimi egale cu **a**, factorul $\mathbf{K_I}$ va fi:

$$K_I = \sigma\sqrt{W\left(tg\left(\frac{\pi a}{W}\right) + 0.1\sin\frac{2\pi a}{W}\right)} \tag{9.11}$$

Dacă **2a/W<0.7** factorul Y se va calcula cu relația:

$$Y = 1.98 + 0.36\frac{2a}{W} - 2.12\left(\frac{2a}{W}\right)^2 + 3.42\left(\frac{2a}{W}\right)^3 \tag{9.12a}$$

Pentru placa cu o singura fisura laterala valoarea lui Y este:

$$Y = 1.99 - 0.41\frac{a}{W} + 18.7\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{W}\right)^4 \tag{9.12b}$$

c) Factorul K pentru corpuri masive

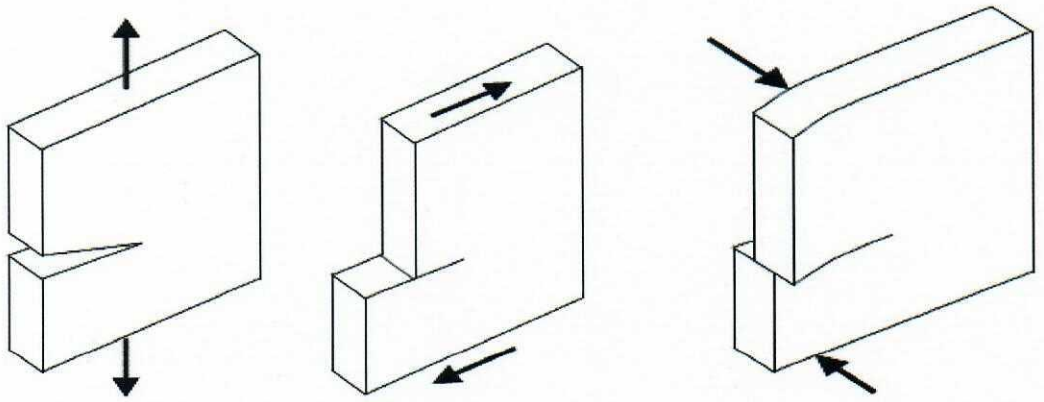
In corpurile masive există fisuri sub forma unui disc de rază **r**, iar tensiunea σ, normală pe planul defectului, determină factorul de intensitate a tensiunii:

$$K_I = 2\sigma\sqrt{\frac{r}{\pi}} \tag{9.13}$$

relație asemănătoare cu cea din starea plană de tensiune deoarece, în vecinătatea defectului, starea de deformație este plană.

9.3. Moduri fundamentale de rupere

In funcţie de deplasarea relativă a suprafeţelor de rupere situate de o parte şi de alta a planului în care se extinde fisura, propagarea acesteia se poate face în modurile indicate în *figura 9.4.* In mod obişnuit se consideră trei moduri fundamentale de propagare a fisurii care, în final, vor conduce la rupere, modul I, modul II şi modul III. Celelalte moduri de solicitare se deduc prin combinaţii liniare ale acestora. *Figura 9.4* prezintă trei moduri diferite de încărcare a unei fisuri. In modul I, *figura 9.4a*, fisura se extinde prin deschidere, ca urmare a deplasării punctelor de pe suprafaţa fisurii după o direcţie perpendiculară pe planul acesteia. Forţele care duc la deschiderea fisurii sunt perpendiculare pe planul format de frontul fisurii şi direcţia de fisurare. In modul II, *figura 9.4b*, fisura se extinde prin alunecare plană. Deplasările punctelor de pe suprafaţa fisurii au loc în planul acesteia, perpendicular pe frontul fisurii şi în sensul de înaintare al fisurii. Forţele care produc alunecarea sunt paralele cu direcţia de fisurare. In modul III, *figura 9.4c*, fisura se extinde prin alunecare laterală. Deplasările punctelor de pe suprafaţa fisurată au loc în planul fisurii, paralel cu frontul acesteia. Forţele care produc alunecarea sunt perpendiculare pe direcţia de înaintare.



a) Modul I: tracţiune; (b) Modul II: forfecare plană; (c) Modul III: forfecare neplanară

Fig. 9.4. Moduri fundamentale de rupere

9.4. Introducere în analiza cu elemente finite pentru Mecanica ruperii

Defectele din structuri şi componente conduc, uneori, la ruperi ce pot avea urmări dezastruoase, chiar dacă nivelul de tensiune într-o structură considerată "perfectă" poate indica o proiectare satisfăcătoare. Studiul iniţierii şi propagării fisurii este un subiect complicat, care implică diferite noţiuni din fizică, chimie, mecanică etc. Cu înţelegerea acestor probleme de bază privind propagarea fisurilor se ocupă ingineria mecanicii ruperii. De exemplu, inginerii, de obicei, doresc să cunoască condiţiile în care o fisură existentă va continua să se propage. In cele ce urmează vom utiliza analiza cu elemente finite pentru determinarea tensiunilor de la vârful unei crestături preexistente în material şi pentru a determina şi alte caracteristici specifice mecanicii ruperii. In acest sens, vom utiliza modulul de Mecanica ruperii existent în programul Algor de analiză cu elemente finite, versiunea 22.1.

Analiza propagării fisurii în Algor acceptă următoarele caracteristici:

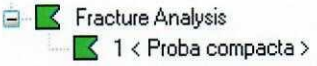
1. modele 2-D şi 3-D cu materiale având deformare elastică şi elasto-plastică (neliniară). Elementele pot include noduri **midside**.
2. Tipuri de analize acceptate sunt următoarele:
- "Analiză statică cu modele liniare de material";
- "Simularea evenimentului mecanic" (MES);
- "Analiză statică cu materiale neliniare";
- "Analiză de risc suprapusă cu MES".
3. Sarcini termice.
4. Sarcini dinamice şi efecte (deşi unele dintre procedurile de calcul se bazează pe teoria cvasi-statică).
5. Direcţia de propagare a fisurii şi determinarea factorilor de intensitate a tensiunilor bazată pe modul I de fisurare.

În plus, implementarea teoriei mecanicii ruperii se bazează pe următoarele:

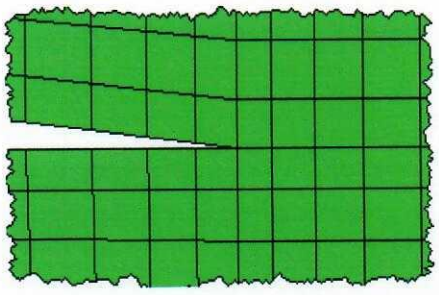
1. Fisurile nu se propagă în timpul analizei.
2. Suprafeţele fisurii nu au nici un fel de sarcini aplicate pe ele.

9.5. Modul de lucru

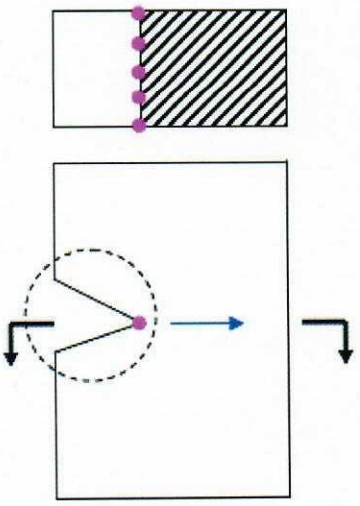
Analiza fisurării este o funcţie de post-procesare, ceea ce înseamnă că se efectuează, mai întâi, analiza tensiunilor iar analiza fisurării se realizează pe rezultatele existente în tabloul de rezultate (Results environment) (post-procesare Results). Paşii de bază pentru efectuarea unei analize de fisurare sunt, după cum urmează:



1. Creaţi o reţea a modelului care include fisura sau defectul. O fisură este o separare între elemente. Vârful fisurii ar trebui să fie un punct ascuţit. A se vedea *figura 9.1* şi *figura 9.5.*
2. Efectuaţi o analiză a tensiunilor în domeniul **elasto-plastic**.
3. Definiţi parametrii fisurii sau fisurilor în *Results environment* Results folosind vederea tridimensională.
4. Rulaţi analiza fisurării din *Results environment.*
5. Examinaţi rezultatele.



detalii cu reţeaua din jurul fisurii



O componentă cu fisură

Fig. 9.5. Modelarea utilizată pentru definirea fisurii

Legendă:

fisura modelată în componentă/piesă/probă;
Nodurile din frontul fisurii (sau vârful fisurii);
Direcţia aproximativă de propagare a fisurii.

Definiţia fisurii

Parametrii asociaţi cu fiecare fisură sunt introduşi în mediul de rezultate Results (*Results environment)* cu ajutorul "Fracture Analysis". Se face click dreapta pe Fracture Analysis şi se alege"New ..." pentru a defini o fisură (sau "Modify ..." pentru a edita o fisură existentă). Aceste acţiuni deschid dialogul "Fracture Crack Definition". Datele de intrare se introduc corespunzător următoarelor indicaţii:

9.6. Butonul „Front"

„Front" este folosit pentru a specifica nodurile care aparţin unei fisuri (frontul fisurii) şi direcţia aproximativă în care fisura creşte, *figura 9.6.*

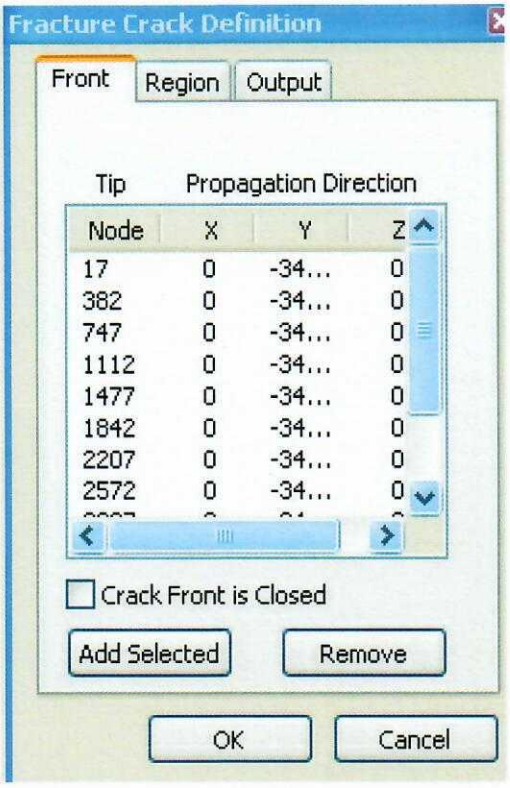


Fig. 9.6. Menu-ul „Front"

va

1. Se va utiliza **"Selection"** din meniu-ul central, respectiv unul din butoanele pentru a selecta nodurile de la vârful fisurii. Dacă nodurile **midside** sunt incluse în componentă, aceste noduri trebuie să fie, de asemenea, selectate. Reţineţi că un nod dat nu poate fi atribuit decât unei fisuri.
2. Se face click pe butonul **"Add Selected"** pentru a adăuga noduri la listă.

Utilizând coloanele direcţiei de propagare "X", "Y", şi "Z", se va introduce direcţia virtuală a propagării fisurilor (care este direcţia normală la fisurii). Această direcţie afectează rezultatele, în special calculele pentru K_I şi K_{II}. În general, direcţia normală la planul fisurii, direcţia tangenţială la frontul fisurii şi direcţia de propagare virtuală a fisurii generează un sistem tri-ortogonal. A se vedea *figura 9.7.*

Dacă direcţia de propagare a fisurii este aceeaşi pentru toate nodurile, se pot introduce coordonatele "X", "Y" şi "Z" pentru direcţiile primului rând după care se pot copia acestea şi pentru celelalte rânduri astfel: se evidenţiază primul rând, se face **click dreapta** şi se alege Copy Direction To Others *, figura 9.8.*

Secţiune prin piesă în zona frontului fisurii. Axa N este perpendiculară pe planul fisurii. Axa T este tangentă la frontal fisurii, în oricare punct. (Frontul fisurii este desenat în roşu). Axa V reprezintă direcţia de propagare virtuală a fisurii şi este perpendiculară atât pe N cât şi pe T.

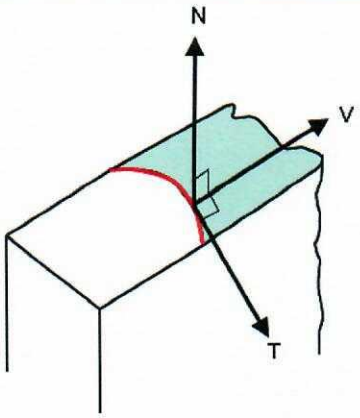


Fig. 9.7. Direcţia de propagare virtuală

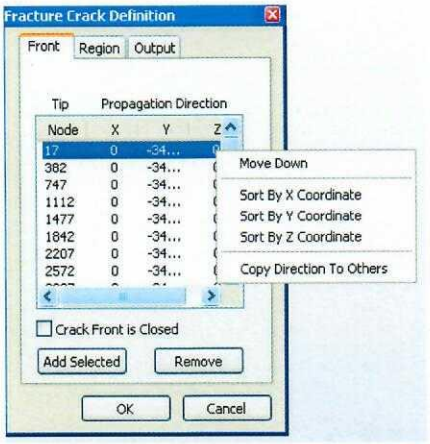


Fig. 9.8. Submenu-ul de introducere a direcţiei de fisurare

Dacă direcţia este aceeaşi pentru o serie de noduri succesive, dar se schimbă în interiorul grupului, se adaugă primul nod la listă, se introduce direcţia acestuia, apoi se adaugă nodurile rămase de la grup la listă. Sensul propagării pentru noile noduri adăugate este setat la fel ca pentru ultimul nod din listă. Se repetă aceeaşi operaţiune pentru următorul grup de noduri. Dacă fisura faţă nu are început şi sfârşit, activaţi opţiunea **"Crack Front is Closed"**. De exemplu, dacă avem o fisură în jurul şi în afara unui cilindru care este continuă, această opţiune trebuie să fie activată. O fisură pe întreaga grosime a unei bare, începe pe o faţă şi se termină la cealaltă faţă, ca urmare această opţiune nu are nevoie să fie activată.
Pentru îndepărtarea unui nod din listă în meniul „Front" se evidenţiază rândul corespunzător acelui nod şi se apasă pe butonul **"Remove"**.

Observaţie: Nodurile din listă trebuie să fie în aceeaşi ordine ca cea de la vârful fisurii, de la un capăt al fisurii la celălalt. Dacă un nod nu este dat în ordine, se evidenţiază acel rând din listă, se face clic dreapta, şi se selectează **"Move Up"** sau **"Move Down"** pentru a muta rândul selectat.
Lista de noduri poate fi, de asemenea, sortată pe baza coordonatelor nodurilor X, Y, sau Z (a nu se confunda cu direcţiile X, Y, Z de propagare a fisurilor prezentate în listă). Dacă numai un singur rând se evidenţiază, atunci când faceţi clic dreapta, opţiunea **"Sort By - Coordinate"** va sorta întreaga listă pe baza direcţiei aleasă. Dacă sunt selectate mai multe rânduri, atunci când faceţi clic dreapta, opţiunea **"Sort By - Coordinate"** va sorta doar rândurile selectate.

9.7. Câmpul "Region"

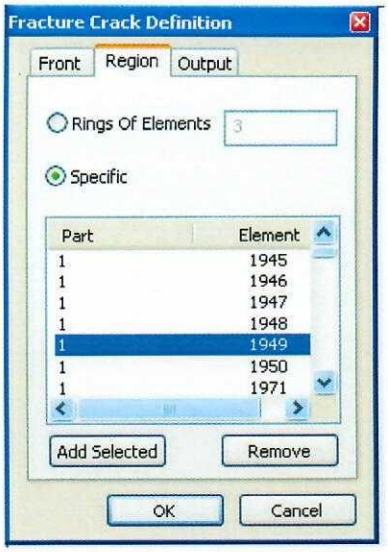
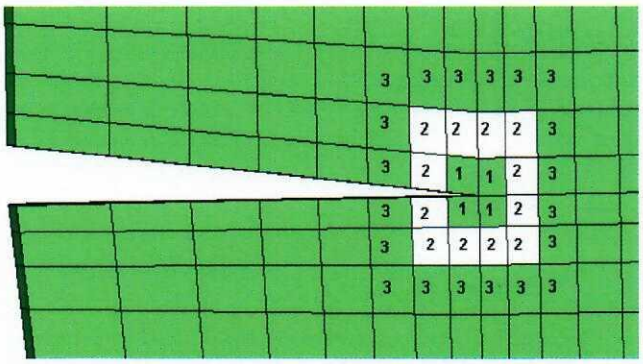


Fig. 9.9. Meniu-ul **"Region"**

Analiza fisurării se efectuează doar asupra elementelor din jurul vârful fisurii. Această analiză nu este necesar a fi efectuată pe întregul modelul. De aceea, se utilizează câmpul **"Region"** pentru a indica ce elemente sunt utilizate în analiză, *figura 9.9.*

Există două moduri de a indica elementele ce vor fi utilizate:

• **"Rings of Elements":** Când este ales, se utilizează acest câmp pentru a introduce numărul de "inele de elemente" ce vor fi selectate în jurul vârfului fisurii. Când se tastează un număr şi se apasă „Enter" (sau se face clic în lista de mai jos cu elemente), elementele care alcătuiesc inelul va înlocui intrările curente în listă. A se vedea *figura 9.10.* În general, 3 sau 4 inele de elemente sunt suficiente, în funcţie de dimensiunea reţelei. (***Scopul este de a alege elementele din jurul vârful fisurii, cu o tensiune mai mare decât valoarea tensiunii nominale***).



*Numerele corespund elementelor ce vor fi selectate atunci când în **"Rings of Elements"** se alege 1, 2 sau 3. (Trei inele ar include toate elementele marcate cu 1, 2 şi 3, ş.a.m.d.)*

Fig. 9.10. Exemple pentru "Rings of Elements"

9.8. Butonul "Specified"

Când se alege acest buton, elementele selectate sunt adăugate la listă. Se utilizează "Selectare" din meniu (respectiv unul din butoanele) pentru a selecta elementele din jurul fisurii. Apoi se face clic pe **"Add Selected"** pentru a adăuga elementele selectate la listă. Evidenţierea unui rând din lista meniu-ului "Region", *figura 9.9*, va pune în evidenţă elementul corespunzător de pe model, *figura 9.11*. Se foloseşte butonul **"Remove"** pentru a elimina, dacă este cazul, rândurile selectate din listă.

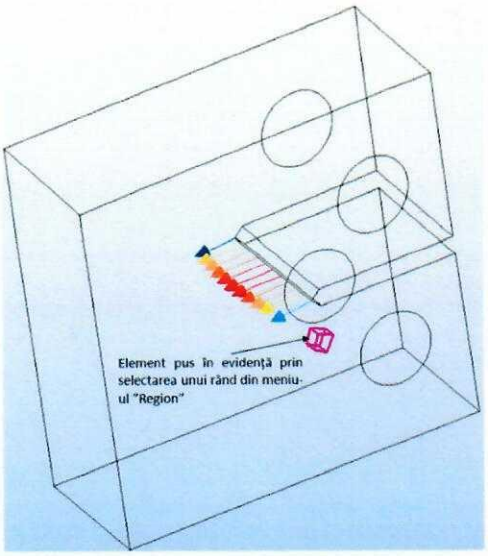


Fig. 9.11. Evidenţierea elementului din jurul fisurii

9.9. Butonul "Output"

Butonul "Output" controlează ce calcule urmează a se efectua. Alegerile din **"Propagation Direction Criterion"** controlează care teorie este folosită pentru a calcula direcţia propagării fisurii. Aceste criterii prezic unghiuri uşor diferite pentru propagarea fisurii iniţiale, dar toate implică faptul că factorul de intensitate a tensiunii în modul II, $K_{II} = 0$ la vârful fisurii atunci când fisura se extinde. Opţiunile sunt, după cum urmează:

- **"Maximum Tangential Stress":** acest criteriu mai este denumit criteriul tensiunii tangenţiale maxime. Direcţia de propagare a fisurii se obţine în ipoteza că fisura se va propaga în direcţia în care, la vârful fisurii este îndeplinită condiţia: $\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} = 0$. În analiza simulării fisurării, mai ales în calculul numeric, direcţia de fisurare se calculează prin:

$$\theta = \frac{1}{\cos\left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{3K_I^4 + 8K_I^2K_{II}^2}}{3K_I^2 + 9K_{II}^2}\right)}$$

unde $\theta < 0$ dacă factorul $K_{II} > 0$ sau $\theta > 0$ dacă factorul $K_{II} < 0$, iar K_I şi K_{II} sunt factorii de intensitate ai tensiunii pentru modul I respectiv modul II de fisurare. Unghiul de propagare θ respectă planul de fisurare.

- **"Maximum Energy Release":** Hayashi şi Nemat-Nasser (1981) furnizează o serie de direcţii ce depind de coeficienţii c_{ij}. La vârful fisurii, factorii de intensitate a tensiunii pentru diferite direcţii au expresiile:

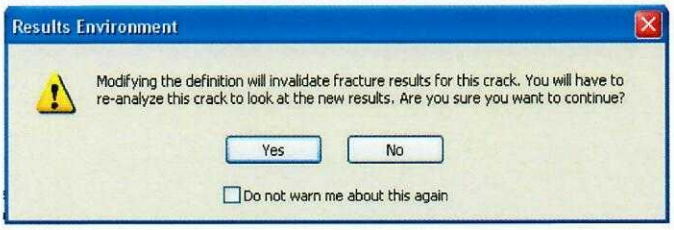
$$K_I^k = C_{11}K_I + C_{12}K_{II}$$
$$K_{II}^k = C_{21}K_I + C_{22}K_{II}$$

De asemeni, avem relaţia valabilă $G = \frac{\left[(K_I^k)^2 + (K_{II}^k)^2\right]}{E}$. Criteriul energiei relaxate maxime postulează că fisura se propagă în direcţia maximizării lui G.

- **"KII = 0":** Acest criteriu postulează că fisura se va propaga în direcţia în care este îndeplinită condiţia: K_{II}^{k}=0, în ecuaţiile:

$$K_I^k = C_{11}K_I + C_{12}K_{II}$$
$$K_{II}^k = C_{21}K_I + C_{22}K_{II}$$

Observaţie:
Calculele privind propagarea fisurilor sunt aplicabile numai pentru modelele elastice într-o încărcare cvasi-statică. Dacă modelul este creat pentru alte situaţii (plasticitate şi analize dinamice), rezultatele se vor abate de la realitate, în funcţie de cantitatea de efecte neliniare şi dinamice.
Analiza propagării fisurii poate fi efectuată pe anumite cazuri de încărcare sau în anumite etape de timp, în loc de analiza întregului. Pentru acest lucru se introduce primul şi ultimul caz de încărcare (load case) sau pas de timp, pentru a fi analizate cu câmpurile **"Start"** şi **"End"**. În general, trebuie analizate numai cazurile de încărcare / paşii de timp din jurul tensiunilor cele mai mari.
In cazul în care este deja este definită o fisură şi se face o rulare obţinându-se rezultate, la modificarea oricărui parametru a acesteia apare un dialog atunci când trebuie apăsat pe „OK" pentru confirmarea modificării şi pentru a închide "Fracture Crack Definition". Dialogul de confirmare avertizează că rezultatele anterioare vor fi şterse şi oferă opţiunea de a continua sau nu. Dialogul de confirmare include, de asemenea, caseta „Do not warn me about this again". In cazul în care această casetă este activată, rezultatele vor fi şterse automat.

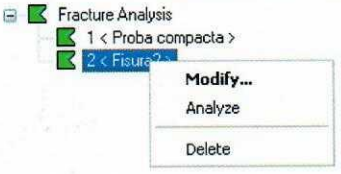


Pentru a activa din nou dialogul de confirmare, se utilizează câmpurile **"Tools: Options: Results"** şi se activează opţiunea **"Display warning message when fracture analysis results become invalid due to changes to crack definitions".**
Datele de intrare sunt salvate între sesiuni. În cazul în care modelul este modificat, atunci numerele introduse anterior pentru noduri şi elemente nu mai sunt aplicabile noului model.

9.10. Efectuarea analizei fisurării şi vizualizarea rezultatelor

Pentru a analiza toate fisurile definite, faceţi clic dreapta pe "Fracture Analysis" şi alegeţi **"Analyze All".**

Pentru a analiza fisuri individuale, selectaţi fisura respectivă, faceţi clic dreapta, şi alegeţi "Analyze".
Analizând fisurile selectate, nu se vor şterge rezultatele



pentru celelalte fisuri. Reţineţi că analiza fisurării pe un model de tip MES poate fi considerabil mai lent ădecât pe un model static, deoarece analiza fisurării calculează viteza şi acceleraţiile pentru fiecare pas.

Rezultatele pentru fiecare fisură (analiză) sunt scrise într-un fişier separat, iar apoi toate rezultatele fisurilor sunt combinate împreună. Meniu-ul Results (Results) citeşte rezultatele din fişierul combinat. În cazul în care o fisură este ştearsă sau modificată (faceţi click-dreapta pe intrarea în afişarea ierarhică, apoi **"Delete"** or **"Modify..."**), rezultatele pentru celelalte fisuri trebuie să fie re-combinate. Aceste acţiuni ar putea produce o întârziere vizibilă.

Vizualizarea rezultatelor

După ce analiza fisurării este finalizată, meniu-ul **"Results"** va conţine următoarele elemente:

- **"Fracture: J Integral":** Afişarea rezultatelor J Integral (viteza de relaxare a energiei de deformaţie pentru materialele cu comportament neliniar elastic.) Teoria J-Integral implică faptul că, calculul este adecvat numai pentru încărcarea monotonă a materialelor cu comportament elasto-plastic:
- **"Fracture: Stress Intensity Factor: K_I"**, **"K_{II}"**, and **"K_{III}":** Afişează factorii de intensitate a tensiunii pentru cele trei moduri de solicitare a fisurii (a se vedea *figura 9.4*). Compararea factorului de intensitate a tensiunii cu factorul critic de intensitate a tensiunii, respectiv tenacitatea la fisurare (sau rezistenţa la rupere) K_{Ic}, va determina dacă fisura se va propaga sau nu.
- **"Fracture: Crack Growth Direction":** Afişează direcţia calculată de propagare a fisurii ca un vector cu lungimea egală cu unitatea.

Toate rezultatele sunt afişate ca vectori la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Amploarea şi culoarea săgeţilor reprezintă mărimea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results", *figura 9.12*. Direcţia săgeţii reprezintă direcţia propagării fisurii.

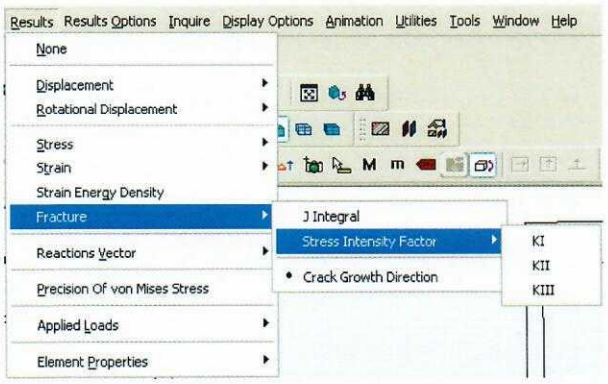


Fig. 9.12. Meniu-ul "Results" pentru afişarea rezultatelor

Se selectează un nod din meniu-ul (**"Selection: Select: Nodes"** -) şi prin click dreapta se solicită rezultatele (**„Inquire: Results..."**), pentru a obţine direcţia propagarea fisurilor şi mărimea propagării. „Componentele" rezultatelor sunt direcţia de propagare a

fisurilor, înmulțită cu rezultatul. Astfel, direcția săgeților se va schimba cu 180 de grade, atunci când rezultatul afișat este negativ. Rezultatul în sine nu este un vector și nu are componente, *figura 9.13.*

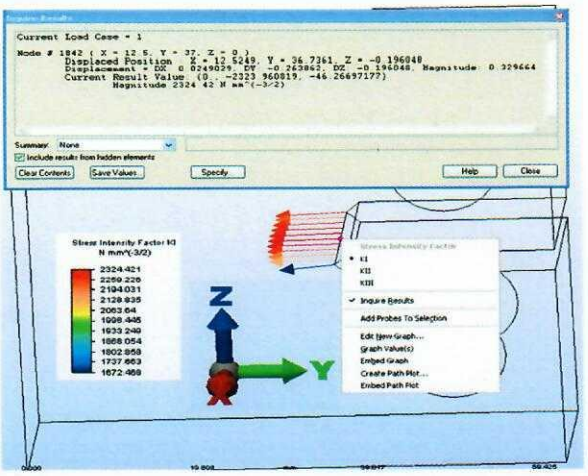


Fig. 9.13. Meniu-ul „Inquire"

Observație:

Mesaje de eroare în analiza fisurării

1. *The crack tip node must be listed in order from one end to another. The mid-side node must be included for second-order elements. No nodes along the crack front can be skipped!* (Nodurile de la vârful fisurii trebuie să fie listate în ordine de la un capăt la altul. Nodul de la jumătatea laterală trebuie inclus pentru elementele de ordinul doi. Nici un nou de pe frontul fisurii nu trebuie omis!).

In acest caz nodurile pentru fisura specificată nu au fost introduse în ordine secvențială de-a lungul lungimii fisurii. Dacă apare acest mesaj se vor include nodurile midside (de la jumătatea laterală) în listă. Se va modifica fisura și se va revizui lista de noduri de pe meniu-ul "Front". Se va evidenția fiecare nod din listă pentru a vedea care este nodul selectat în cadrul modelului. (Nodurile sunt mai ușor de văzut pe model dacă se afișează modelul fără umbrire: **"View: Display: Features"** sau **"View: Display: Mesh"**). Primul rând ar trebui să evidențieze un nod la un capăt al fisurii, al doilea rând ar trebui să evidențieze nodul următor, și așa mai departe. Atunci când un nod este considerat a fi în afara ordinii, faceți click dreapta pe rândul evidențiat și selectați **"Move Up"** sau **"Move Down"** pentru a muta poziția nodului în listă.

2. *The Element Type n is not supported for Fracture Analysis!* (Tipul de element n nu este suportat de analiza fisurării!)

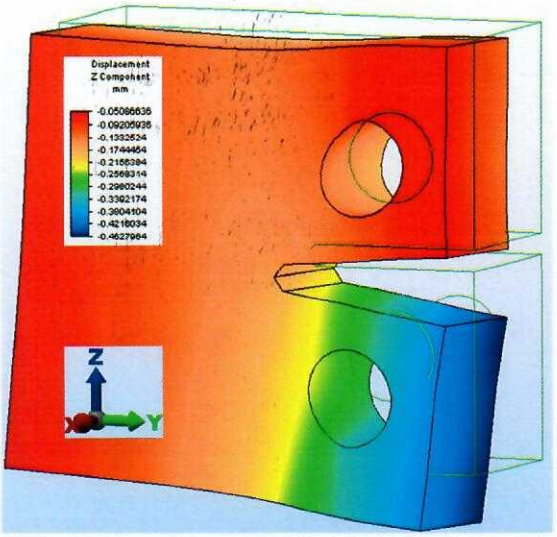
Elementele selectate în jurul vârfului fisurii includ tipuri care nu sunt acceptate (cum ar fi plăci). Sunt acceptate numai elemente 2-D și elemente 3-D (brick).

9.11. Rezultate obținute

Ca urmare a analizei fisurării unei probe compacte cu grosimea B=25 mm se pot obține următoarele rezultate: Integrala J, factorii de intensitate ai tensiunii pentru cele trei moduri

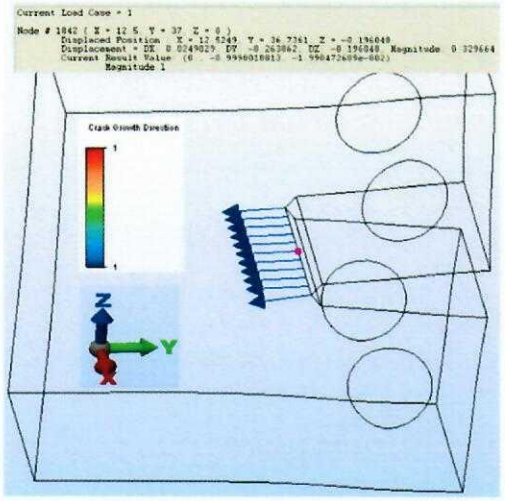
de deformare, K_I, K_{II} și K_{III}, precum și direcția de propagare a fisurii. Pentru solicitarea în modul I de deformare (rupere), aceste rezultate se prezintă în figurile de mai jos.

9.11.1. Modul I de deformare

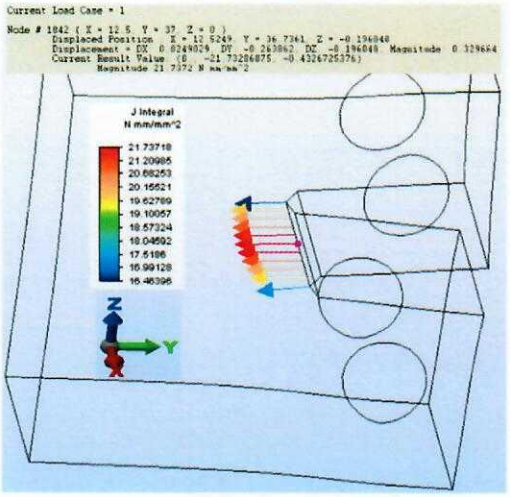


Modul de deformare sub acțiunea sarcinilor de tracțiune

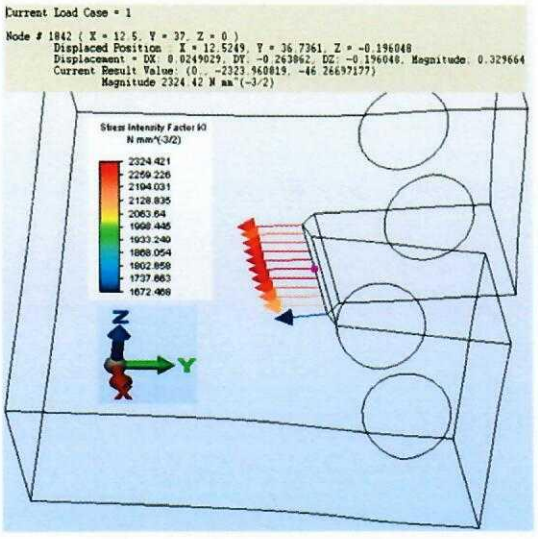
Direcția de propagare a fisurii



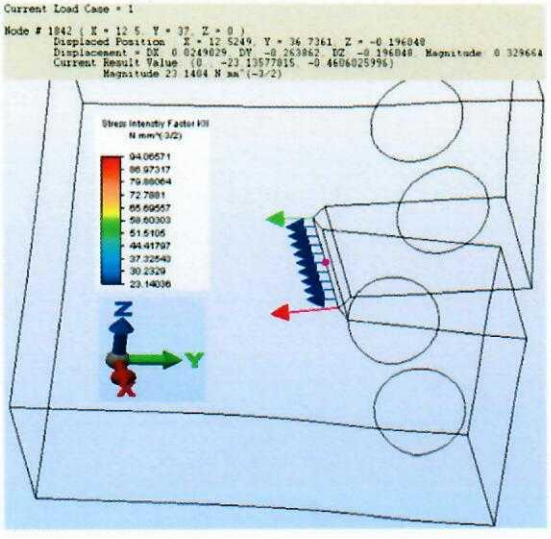
Integrala J



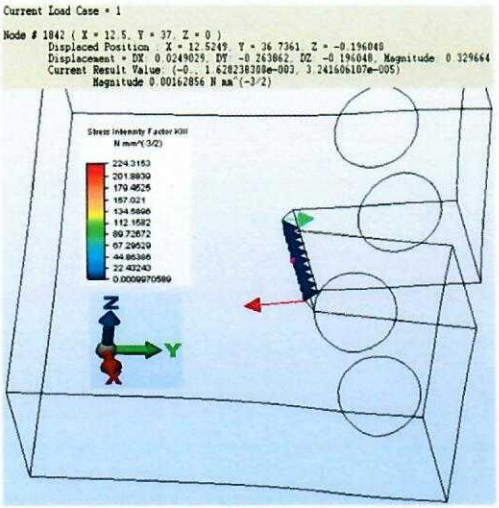
Factorul de intensitate a tensiunii K_I



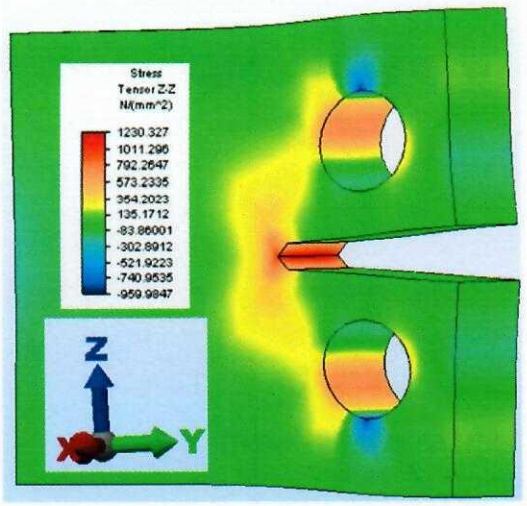
Factorul de intensitate a tensiunii K_{II}



Factorul de intensitate a tensiunii K_{III}

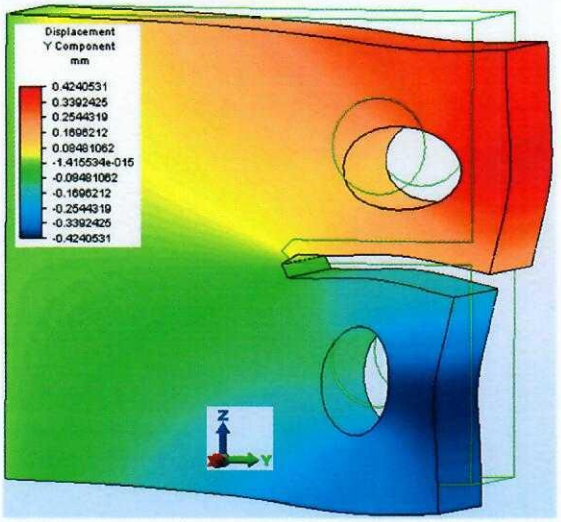


Tensiunea normală după direcţia ZZ

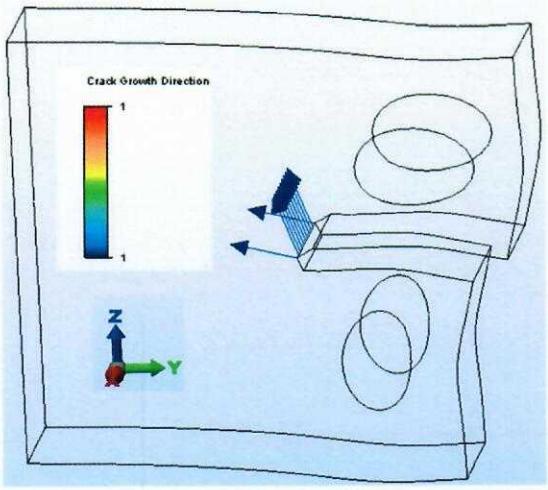


9.11.2. Modul II de deformare

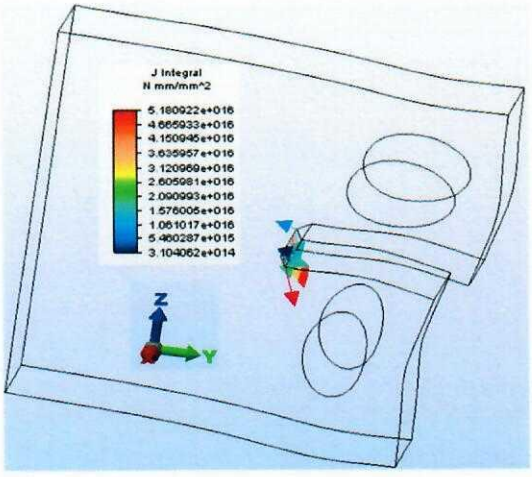
Modul de deformare sub acţiunea sarcinilor de forfecare plană



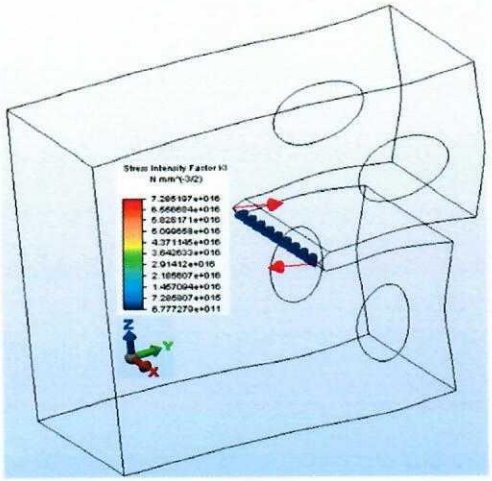
Direcţia de propagare a fisurii



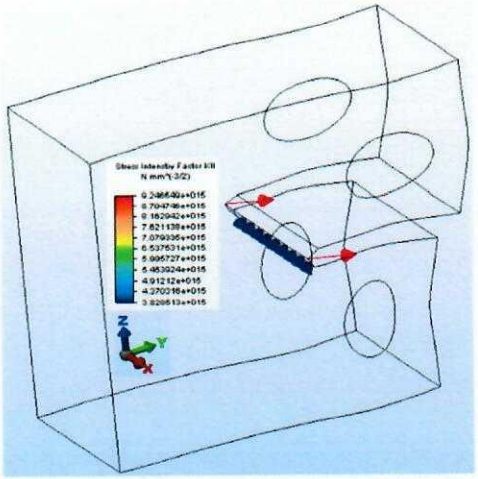
Integrala J



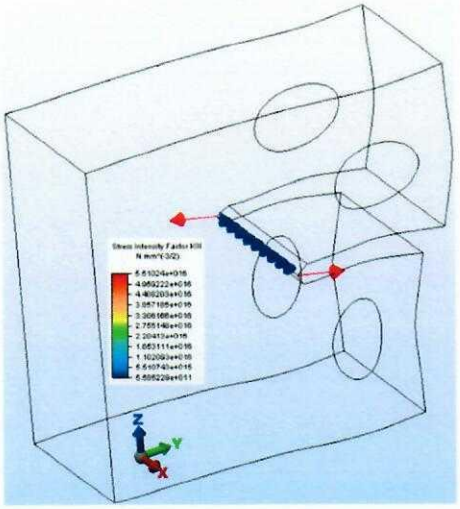
Factorul de intensitate a tensiunii K_I



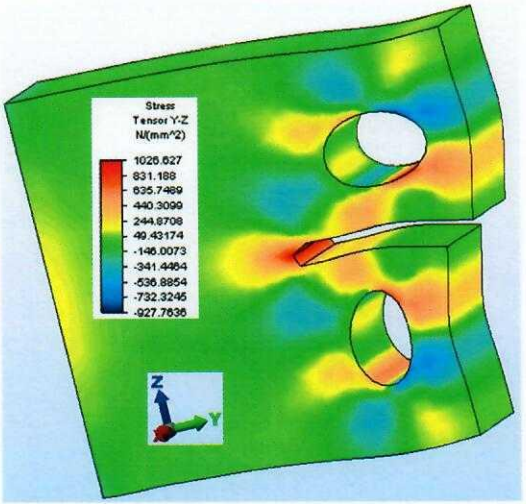
Factorul de intensitate a tensiunii K_{II}



Factorul de intensitate a tensiunii K_{III}

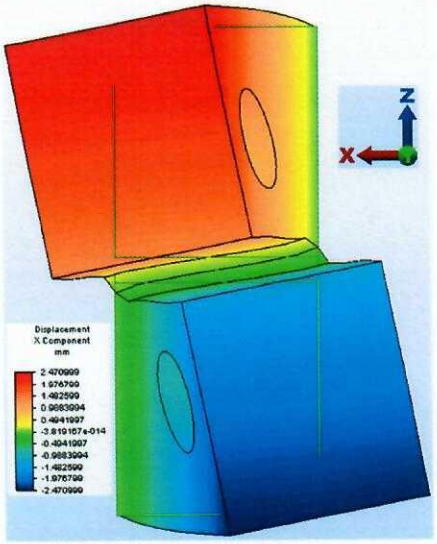


Tensiunea tangenţială după direcţia YZ

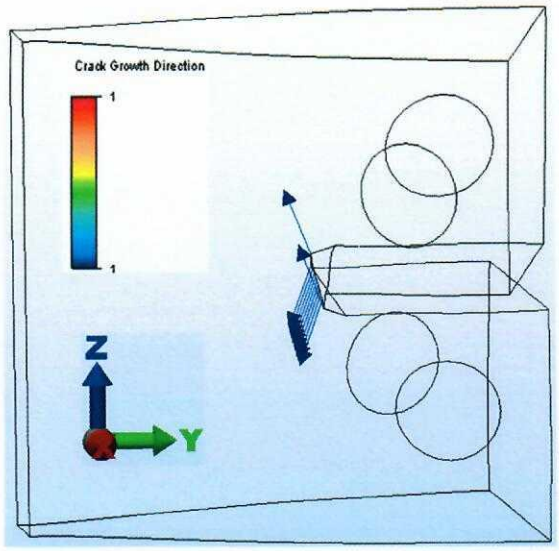


9.11.3. Modul III de deformare

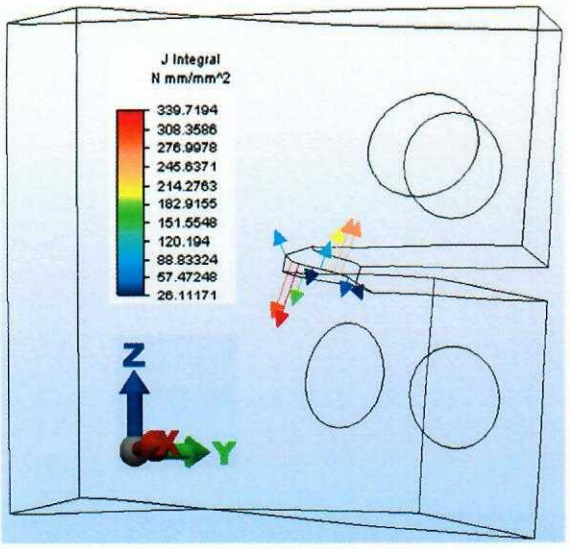
Modul de deformare sub acţiunea sarcinilor de forfecare laterale



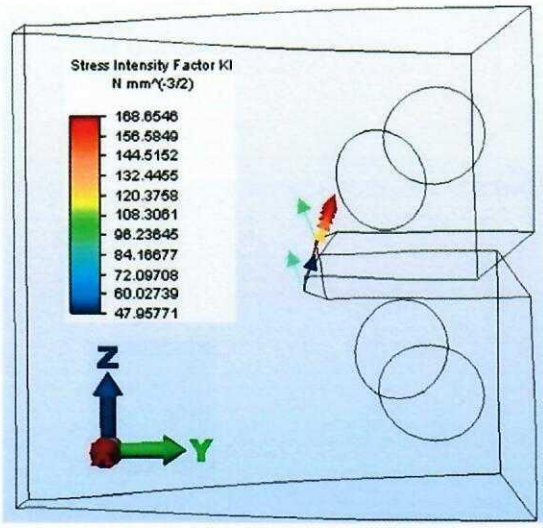
Direcția de propagare a fisurii



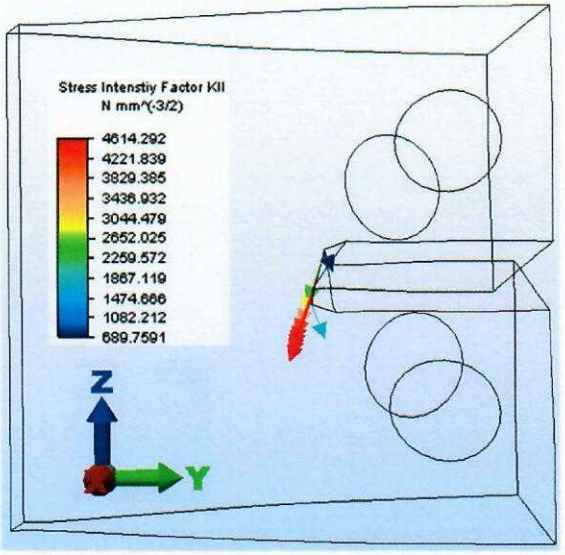
Integrala J



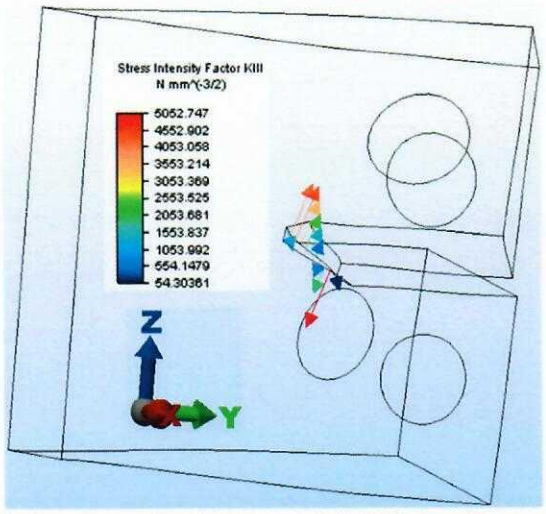
Factorul de intensitate a tensiunii K_I



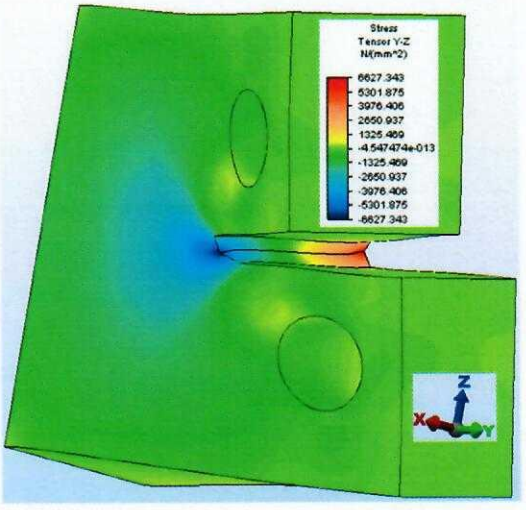
Factorul de intensitate a tensiunii K_{II}



Factorul de intensitate a tensiunii K_{III}



Tensiunea tangențială după direcția YZ



BIBLIOGRAFIE

[1] J. Bluhm, Slice Synthesis of a Three Dimensional Work of Fracture Specimen for Brittle Materials Testing, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593, 1985.
[2] D. Broek, Elementary Engineering Fracture Mechanics, Columbus, Ohio, USA, 1978.
[3] F.E. Buresch, W. Meyer, Relation between microstructure and Weibull distribution function of coarse grained Ceramics, In: High Tech Ceramics, part B, pg. 1197-1208, Amsterdam, 1987.
[4] D. Cioclov, Mecanica ruperii materialelor", Editura Academiei, Bucureşti, 1977.
[5] R.H. Dodds, Finite Element and Experimental Evaluation of the J-Integral for Short Crack, In: Fracture Mechanics, 4-th Symposium, vol. I, Theory and Analysis, 1983.
[6] M.C. Dubourg, B. Villechaise, Analysis of Multiple Fatigue Cracks - part I". Theory Journal of Tribology, pg. 455-461, July 1992.
[7] I. Dumitru, L. Marşavina, Elemente de mecanica ruperii -curs- Univ. "Politehnica" Timişoara, 2000.
[8] G. Fantozzi, Rupture de Materiaux, INSA, Lyon, 1992.
[9] S. Gölner, Textbook of Fracture and Assessment Criteria in The Science of the Strength of Materials, Fachbuchverlag, Leipzig-Köln, 1992.
[10] ALGOR Users's Guide 2008

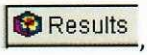
MECANICA RUPERII - LABORATOR 10

DETERMINAREA VARIAŢIEI FACTORULUI DE INTENSITATE A TENSIUNII PE BAZA SIMULĂRII CU ELEMENTE FINITE

10.1. Preluare rezultate din ALGOR
10.2. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare
10.3. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare
10.4 Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare

10.1. Preluare rezultate din ALGOR

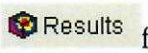
Definiţia factorului de intensitate a tensiunii precum şi relaţiile de calcul se regăsesc în laboratorul 9.

In cadrul programului Algor, din programul de desenare se face analiza obişnuită de tip „Static Stress with Linear Material Model" sau alt tip de analiză dorită. Datele pentru partea de Mecanica ruperii se vor introduce in meniu-ul „Results", respectiv 

, submenu-ul

.

Paşii de bază pentru efectuarea unei analize de fisurare sunt după cum urmează:

1. Creaţi o reţea a modelului care include fisura sau defectul. O fisură este o separare între elemente. Vârful fisurii ar trebui să fie un punct ascuţit.
2. Efectuaţi o analiză a tensiunilor.
3. Definiţi parametrii fisurii sau fisurilor în *Results environment* 

folosind arborescenţa de submenu.
4. Rulaţi analiza fisurării din *Results environment.*
5. Examinaţi rezultatele.

Mersul analizei este identic cu cel prezentat în lucrarea 9.

Vizualizarea rezultatelor

După ce analiza fisurării este finalizată, meniu-ul **"Results"** va conţine următoarele elemente:

- **"Fracture: J Integral":** Afişarea rezultatelor J Integral (viteza de relaxare a energiei de deformaţie pentru materialele cu comportament neliniar elastic.) Teoria J-Integral implică faptul că, calculul este adecvat numai pentru încărcarea monotonă a materialelor cu comportament elasto-plastic.

- **"Fracture: Stress Intensity Factor: K_I", "K_{II}", and "K_{III}":** Afişează factorii de intensitate a tensiunii pentru cele trei moduri de deformare (a se vedea *laboratorul 9*). Compararea factorului de intensitate a tensiunii cu factorul critic de intensitate a tensiunii, respectiv tenacitatea la fisurare (sau rezistenţa la rupere) K_{Ic}, va determina dacă fisura se va propaga sau nu.

- **"Fracture: Crack Growth Direction":** Afişează direcţia calculată de propagare a fisurii ca un vector cu lungimea egală cu unitatea.

Toate rezultatele sunt afişate ca vectori la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Amploarea şi culoarea săgeţilor reprezintă mărimea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results", *figura 10.1*. Direcţia săgeţii reprezintă direcţia propagării fisurii.

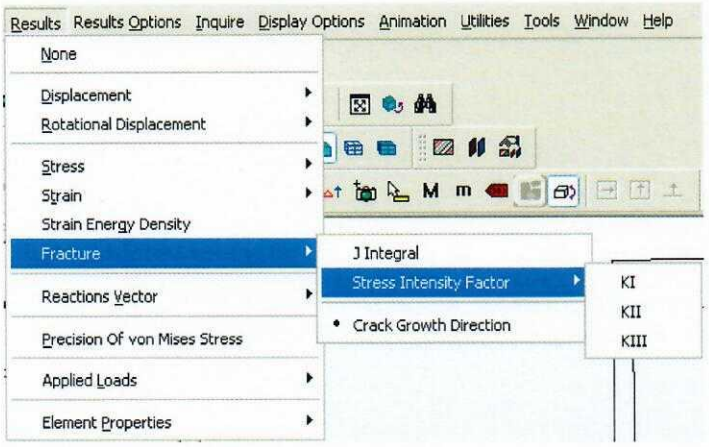


Fig. 10.1. Meniu-ul "Results" pentru afişarea rezultatelor

Se selectează un nod din meniu-ul (**"Selection: Select: Nodes"** -) şi prin clic dreapta se solicită rezultatele (**„Inquire: Results..."**), pentru a obţine direcţia propagarea fisurilor şi mărimea propagării. „Componentele" rezultatelor sunt direcţia de propagare a fisurilor, înmulţită cu rezultatul.

Este bine să se preia rezultatele de la toate nodurile aparţinând frontului fisurii. S-a observat, totuşi, că valoarea apropiată de realitate, aşa cum se spune şi în documentaţia tehnică a programului, este pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii (nodul de la poziţia 6 din tabelele de mai jos). In tabelele de mai jos sunt date valorile pentru K_I, K_{II}, K_{III} şi integrala J, pentru modul I de solicitare şi pentru 6 cazuri de lungimi ale fisurii.

10.2. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul I de deformare

Toate rezultatele sunt afişate ca vectori, la nodurile definite de-a lungul frontului fisurii. Mărimea şi culoarea săgeţilor reprezintă valoarea rezultatului pentru mărimea selectată în "Results". Direcţia săgeţii reprezintă direcţia propagării fisurii.

In vederea stabilirii stării de tensiune din imediata vecinătate a fisurii pentru modul mixt de solicitare, se recurge la analiza cu elemente finite pe baza programului ALGOR, partea de analiză elastică.

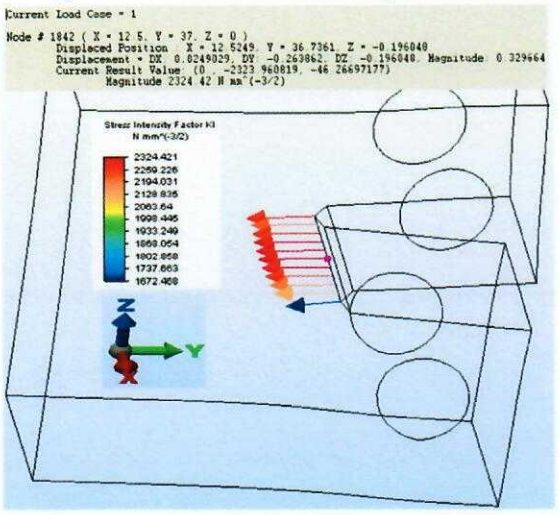
Aşa cum se poate vedea în figura de mai jos, valoarea maximă a factorului de intensitate a tensiunii se regăseşte la nodul aflat la mijlocul frontului fisurii şi are valoarea K_I= 2324,43 $N \cdot mm^{-3/2}$. In continuare se vor face determinări pentru factorul de intensitate a tensiunii, în cazul când fisura avansează. In figurile următoare se prezintă harta deplasărilor şi cea a tensiunilor în cazul avansării fisurii. Se porneşte de la o crestătură iniţială de 13 mm după care se continuă în paşi succesivi cu avansul fisurii.

Observaţie:

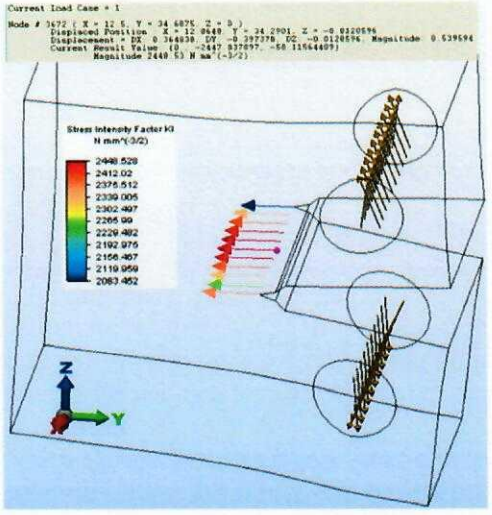
Fisura trebuie făcută în editorul de desenare al Algor, pentru fiecare pas luat în considerare.

După crestătura de 13 mm, s-au considerat fisuri propagate în lungime totală de: 15,25 mm, 17,55 mm, 19,86 mm, 22,17 mm şi 22,5 mm.

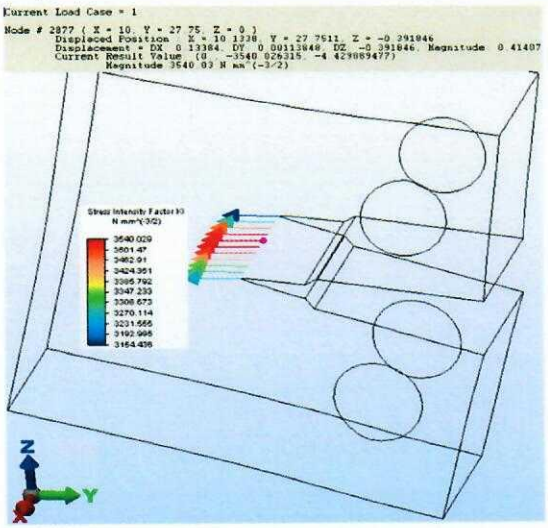
K_I pentru fisura de 13 mm (doar crestătura)



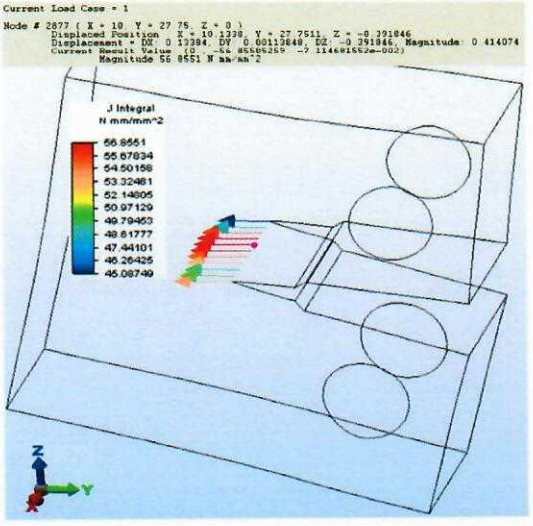
K_I pentru fisura de 15,5 mm



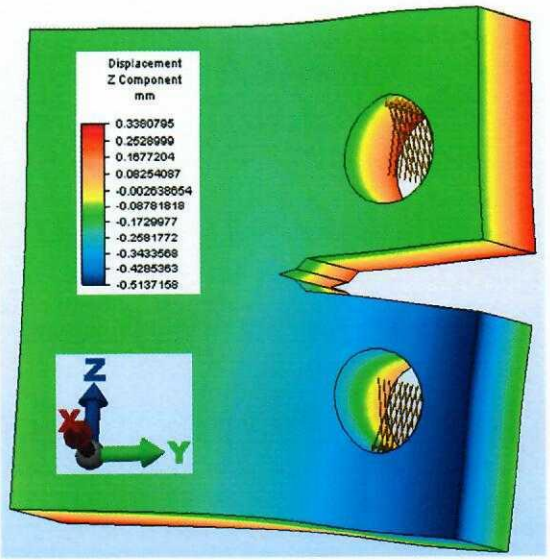
K_I pentru fisura de 22,5 mm - modul I



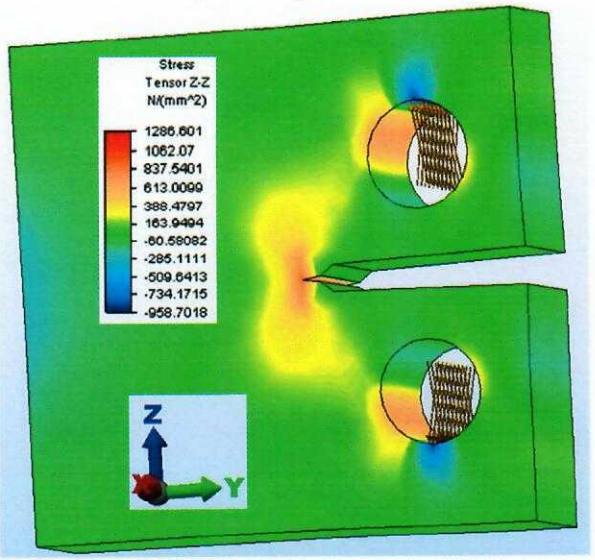
Integrala J pentru fisura de 22,5 mm - modul I



Deplasarea pe direcţia z- modul I



Tensiunea pe direcţia zz – modul I



In tabelele de mai jos „dist" reprezintă distanţa între nodurile aflate pe frontul fisurii.

Modul I

inc14 - rezultate pe noduri

crestătură

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	1879	71.25	670	17.65
2	2.5	382	2218	29.32	0.00077	24.97
3	5	747	2263	29.32	0.0011	25.6
4	7.5	1112	2298	29.32	0.0012	25.95
5	10	1477	2318	29.32	0.0013	26.16
6	**12.5**	**1842**	**2319**	**29.32**	**0.073**	**26.01**
7	15	2207	2301	29.32	0.0014	25.48
8	17.5	2572	2262	29.32	0.0015	24.57
9	20	2937	2193	29.32	0.0016	23.32
10	22.5	3302	2119	29.32	0.002	23.04
11	25	3667	2065	32.47	530.5	20.41

inc20 - rezultate pe noduri –

a=13+2.25 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	2423	9.22	388.05	20.01
2	2.5	816	2327	19.26	0.0036	21.56
3	5	1530	2393	19.26	0.0029	22.58

4	7.5	2244	2420	19.26	0.0025	23
5	10	2958	2438	19.26	0.0023	23.61
6	**12.5**	**3672**	**2442**	**19.26**	**0.0022**	**23.95**
7	15	4386	2427	19.26	0.0021	23.95
8	17.5	5100	2391	19.26	0.0019	23.52
9	20	5814	2320	19.26	0.0015	22.34
10	22.5	6528	2256	19.26	0.0007	21.93
11	25	7242	2021	21.92	252.36	19.39

inc21- rezultate pe noduri
a=13+4.55 mm

Nr. crt.	**Dist**	**Nr. nod**	**KI**	**KII**	**KIII**	**J**
1	0	1	3035	4.91	154.04	17.74
2	2.5	716	2612	6.02	0.00035	18.97
3	5	1431	2742	6.02	0.00098	22.37
4	7.5	2146	2777	6.02	0.0011	23.51
5	10	2861	2789	6.02	0.0012	24.46
6	**12.5**	**3576**	**2784**	**6.02**	**0.0011**	**25.15**
7	15	4291	2761	6.02	0.0011	25.51
8	17.5	5006	2715	6.02	0.0011	25.41
9	20	5721	2641	6.02	0.0013	24.55
10	22.5	6436	2620	6.02	0.0019	25.39
11	25	7151	1955	21.93	42.17	23.29

inc220 - rezultate pe noduri
a=13+6.86 mm

Nr. crt.	**Dist**	**Nr. nod**	**KI**	**KII**	**KIII**	**J**
1	0	1	3324	5.45	857.31	22.68
2	2.5	717	2898	0.81	0.00016	25.55
3	5	1433	3068	0.81	0.00056	31.07
4	7.5	2149	3109	0.81	0.00057	32.73
5	10	2865	3121	0.81	0.0005	33.84
6	**12.5**	**3581**	**3113**	**0.81**	**0.00042**	**34.48**
7	15	4297	3084	0.81	0.00034	34.66
8	17.5	5013	3029	0.81	0.00028	34.28
9	20	5729	2941	0.81	0.0003	32.88
10	22.5	6445	2920	0.81	0.00064	34.07
11	25	7161	2293	6.09	1015.03	34.01

inc230 - rezultate pe noduri
a=13+9.17 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	5358	42.28	7403	8.03
2	2.5	718	3268	8.14	0.0021	1.91
3	5	1435	3460	8.14	0.0011	3.81
4	7.5	2152	3507	8.14	0.0012	8.13
5	10	2869	3524	8.14	0.0012	12.83
6	**12.5**	**3586**	**3518**	**8.14**	**0.0012**	**17.29**
7	15	4303	3490	8.14	0.0013	21.72
8	17.5	5020	3433	8.14	0.0013	25.99
9	20	5737	3330	8.14	0.0014	28.02
10	22.5	6454	3283	8.14	0.0004	27.07
11	25	7171	1022	34.31	7364	19.63

inc24 - rezultate pe noduri
a=13+9,5 mm

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	4655	9.83	666.63	23.79
2	2.5	720	3270	0.66	0.0016	13.63
3	5	1439	3461	0.66	0.00073	19.59
4	7.5	2158	3507	0.66	0.00079	23.02
5	10	2877	3222	0.66	0.00082	26.45
6	**12.5**	**3596**	**3517**	**0.66**	**0.00085**	**29.51**
7	15	4316	3488	0.66	0.00088	32.33
8	17.5	5034	3430	0.66	0.00091	34.76
9	20	5753	3328	0.66	0.00097	35.34
10	22.5	6472	3283	0.66	0.00012	35.35
11	25	7191	1720	17.71	712.3	28.86

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficele de variație a factorilor de intensitate a tensiunii K_I, K_{II}, K_{III}, precum și integrala J, pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii și pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii. Se constată faptul că factorul de intensitate a tensiunii crește pe măsură ce fisura se propagă. Din figura de mai jos se mai observă faptul că, pentru aceeași lungime a fisurii, valoarea factorului de intensitate a tensiunii rămâne aproximativ constantă în nodurile aflate la mijlocul frontului fisurii (cinci dintre aceste noduri).

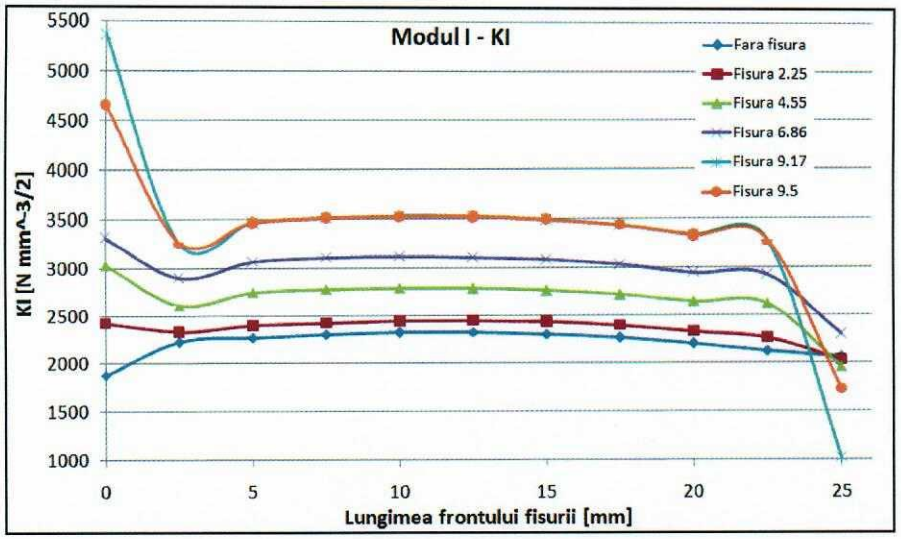


Fig. 10.2. Modul I – Variaţia factorului K_I pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

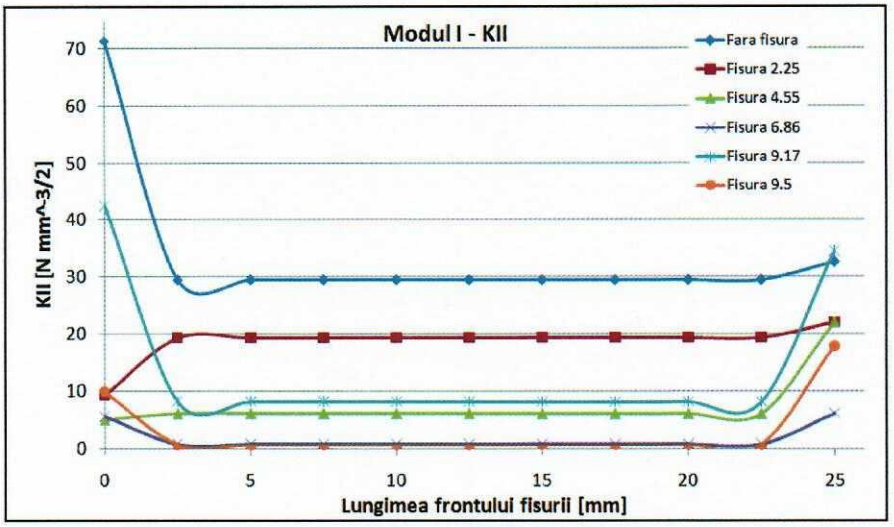


Fig. 10.3. Modul I – Variaţia factorului K_{II} pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

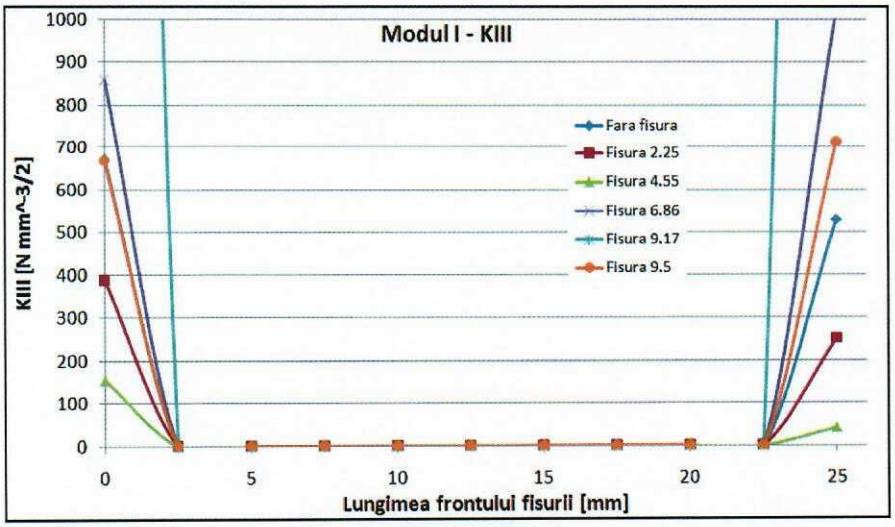


Fig. 10.4. Modul I – Variaţia factorului K_{III} pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

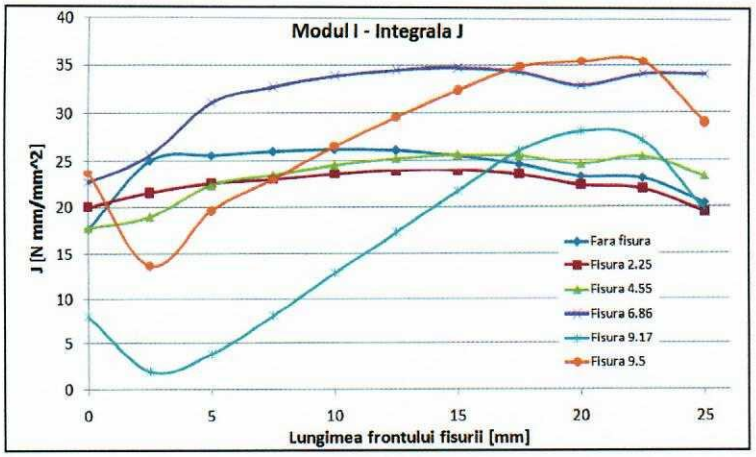


Fig. 10.5. Modul I – Variația integralei J pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

In tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru K_I, K_{II}, K_{III} și integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum și tensiunea σ_{zz} (valoarea maximă) și deplasarea maximă a flancurilor crestăturii – modul I de solicitare.

MODUL I - REZULTATE DE LA NODUL DIN MIJLOC

Nume fisier	**Lungimea fisurii** [mm]	**$K_{I,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{II,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{III,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**J_{MAX}** [N·mm/mm^2]	**$\sigma_{ZZ,MAX}$** [N/mm^2]	**Deplasarea max** [mm]
inc14	13	2319	29.32	0.073	26.16	1227	3.33
inc20	15.25	2442	19.26	0.0022	23.95	1283	3.38
inc21	17.55	2784	6.02	0.0011	25.15	1339	3.45
inc220	19.86	3113	0.81	0.00042	34.48	1523	3.53
inc230	22.17	3518	8.14	0.0012	17.29	1812	3.65
inc24	22.5	3517	0.66	0.00085	29.51	1893	3.65

Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variație de mai jos.

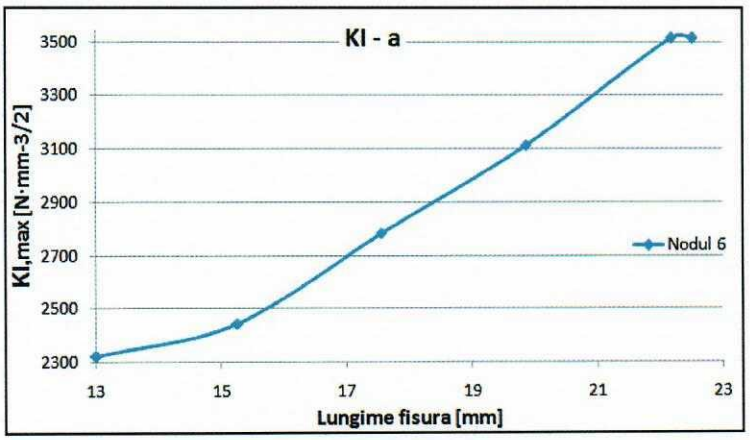


Fig. 10.6. Variația K_I în raport cu lungimea fisurii – modul I

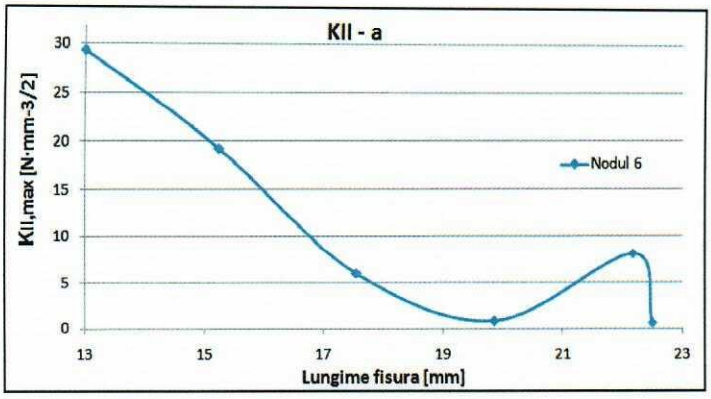


Fig. 10.7. Variaţia K_{II} în raport cu lungimea fisurii – modul I

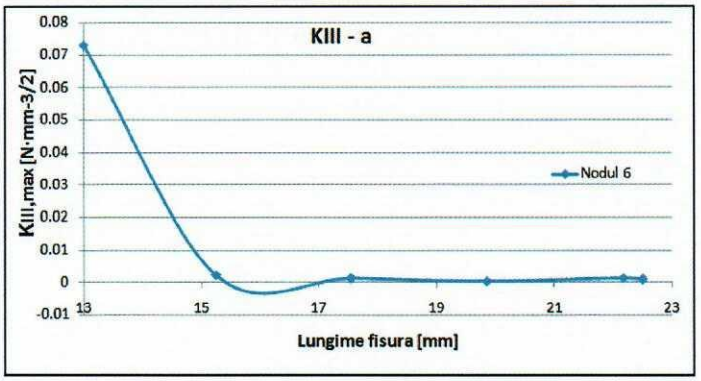


Fig. 10.8. Variaţia K_{III} în raport cu lungimea fisurii – modul I

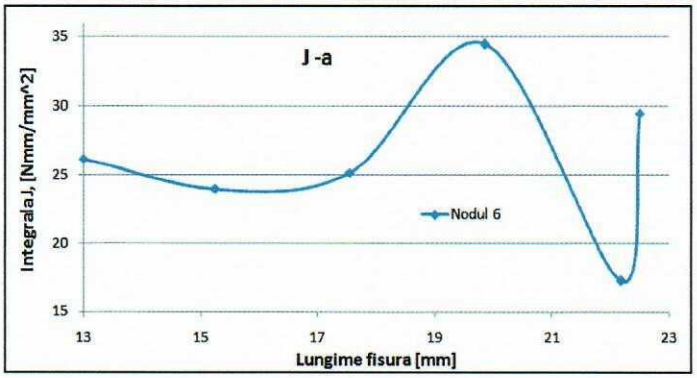


Fig. 10.9. Variaţia Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii – modul I

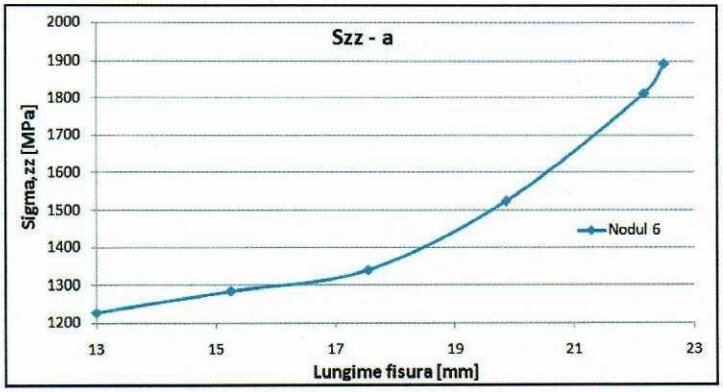


Fig. 10.10. Variaţia tensiunii maxime după direcţia Z în raport cu lungimea fisurii – modul I

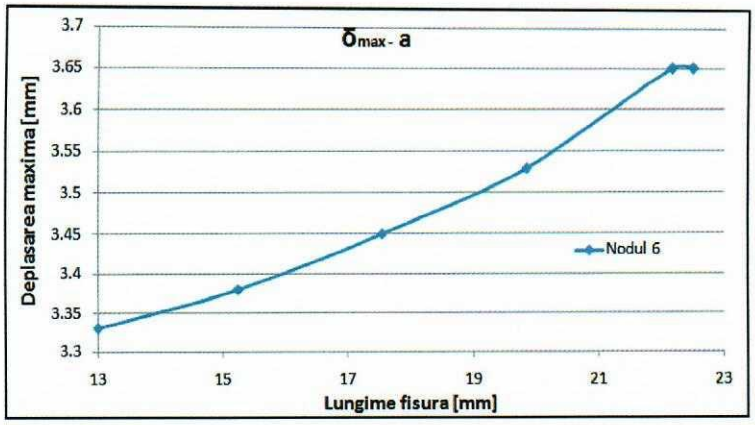
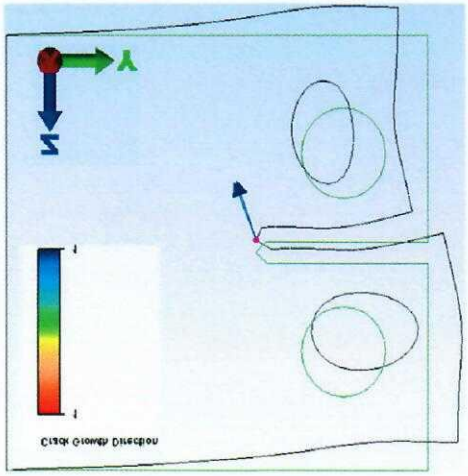


Fig. 10.11. Variația deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul I

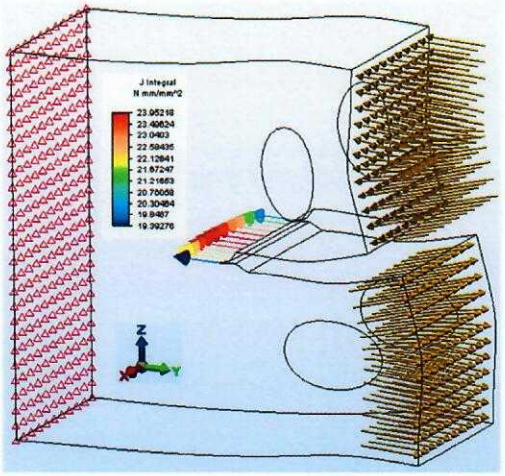
10.3. Variația factorilor de intensitate a tensiunii și a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul II de deformare

Modul II

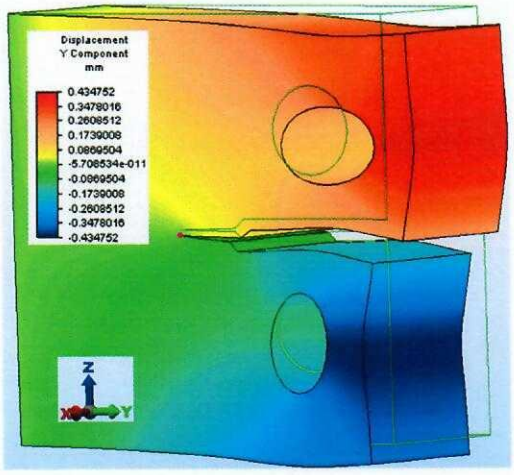
Modul II de propagare a fisurii din crestătură



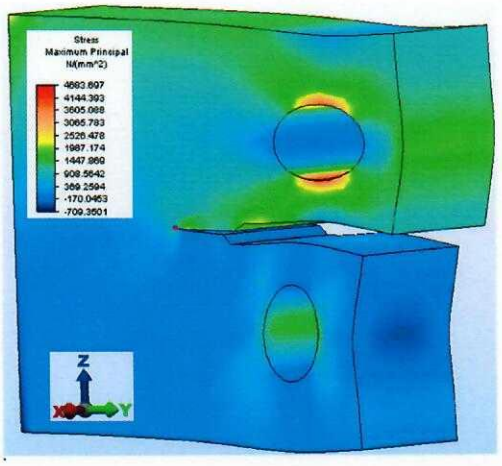
Integrala J – modul II – fisura de 15,25 mm



Deplasarea pe direcția Y



Tensiunea maximă principală



Modul II_1 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	8	2217	1104	61
2	2.5	382	199	835	1536	27
3	5	747	270	136	1371	18
4	7.5	1112	290	188	1079	10
5	10	1477	281	350	871	8
6	**12.5**	1842	269	433	711	6
7	15	2207	258	315	666	4
8	17.5	2572	248	517	475	3
9	20	2937	238	533	373	2
10	22.5	3302	221	427	359	0.18
11	25	3667	226	592	2866	30

Modul II_2 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	18	1968	1168	57
2	2.5	816	132	1146	1781	23
3	5	1530	196	427	1627	16
4	7.5	2244	219	32	1347	9
5	10	2958	221	44	1176	8
6	**12.5**	**3672**	**219**	261	**969**	**4.5**
7	15	4386	217	156	876	4.4
8	17.5	5100	214	316	715	2
9	20	5814	213	307	602	1.6
10	22.5	6528	213	732	124	1.1
11	25	7242	310	64	92	4.6

Modul II_ 3- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	232	2023	1274	44
2	2.5	716	127	1694	1800	25
3	5	1431	177	805	1747	18
4	7.5	2146	193	380	1544	13
5	10	2861	192	167	1351	10
6	**12.5**	**3576**	**188**	**105**	**1263**	**8**
7	15	4291	185	47	1049	5
8	17.5	5006	182	72	938	4
9	20	5721	180	73	845	3

10	22.5	6436	142	213	598	2
11	25	7151	304	262	702	7

Modul II_ 4- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	96	1952	1158	37
2	2.5	717	122	1442	1651	24
3	5	1433	174	653	1586	16
4	7.5	2149	192	253	1390	11
5	10	2865	192	64	1206	8
6	**12.5**	**3581**	**190**	**3**	**1080**	**7**
7	15	4297	187	95	928	5
8	17.5	5013	134	109	732	4
9	20	5729	184	134	729	3
10	22.5	6445	182	68	673	2
11	25	7161	249	308	437	0.6

Modul II_ 5- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	17	1828	1190	30
2	2.5	718	111	1330	1603	22
3	5	1435	156	582	1518	15
4	7.5	2152	171	265	1338	11
5	10	2869	169	44	1148	7
6	**12.5**	**3586**	**165**	**64**	**991**	**6**
7	15	4303	162	173	924	1
8	17.5	5020	160	143	767	4
9	20	5734	116	217	621	5
10	22.5	6454	156	7	684	1
11	25	7171	218	299	299	0.4

Modul II_ 6- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	17	1949	1224	33
2	2.5	720	112	1410	1603	22
3	5	1439	156	661	1514	15
4	7.5	2158	169	334	1335	11
5	10	2877	166	115	1148	7

6	12.5	3596	162	2.5	994	6
7	15	4315	159	111	931	1
8	17.5	5038	156	80	779	4
9	20	5753	115	163	603	5
10	22.5	6472	153	68	701	2
11	25	7191	225	297	262	0.4

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficele de variaţie a factorilor de intensitate a tensiunii K_I, K_{II}, K_{III}, precum şi integrala J, pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii şi pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii.

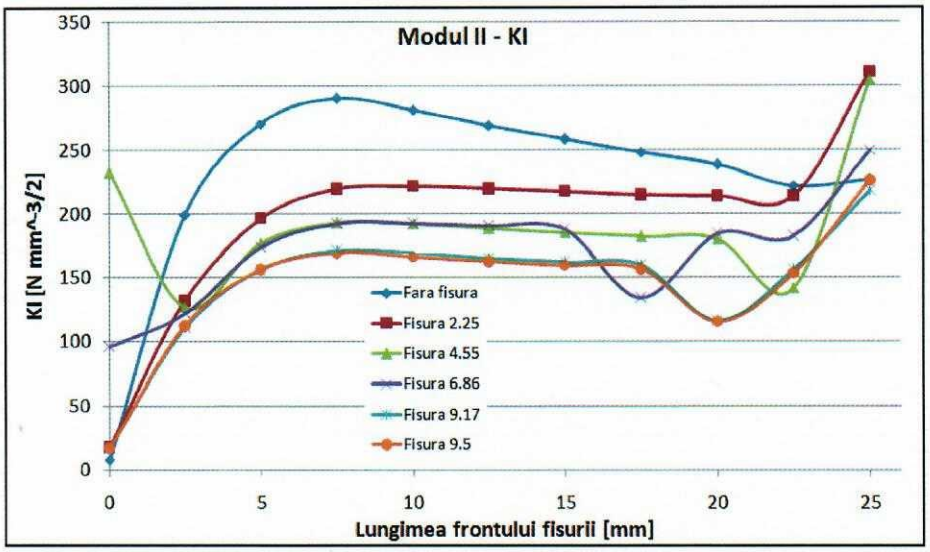


Fig. 10.12. Modul II – Variaţia factorului K_I pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

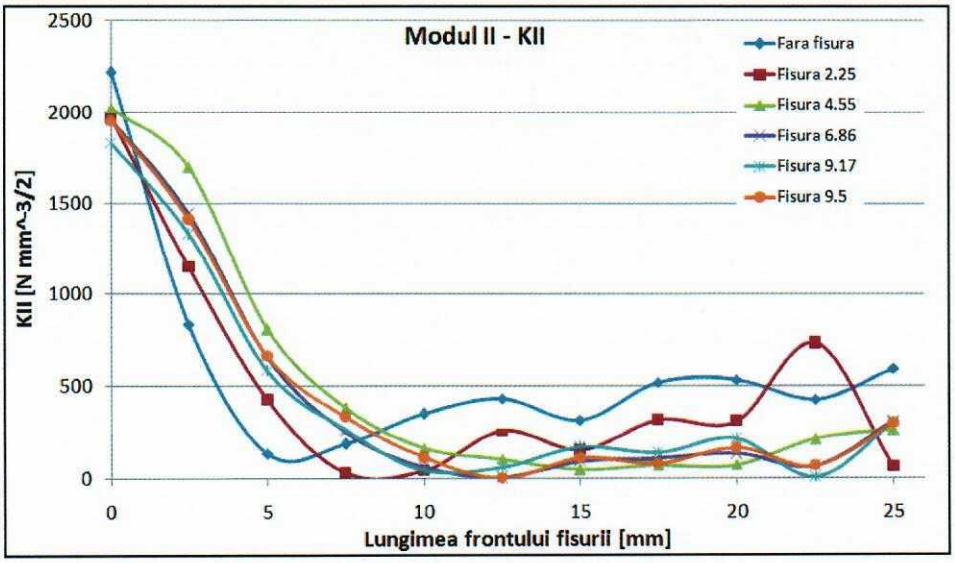


Fig. 10.13. Modul II – Variaţia factorului K_{II} pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

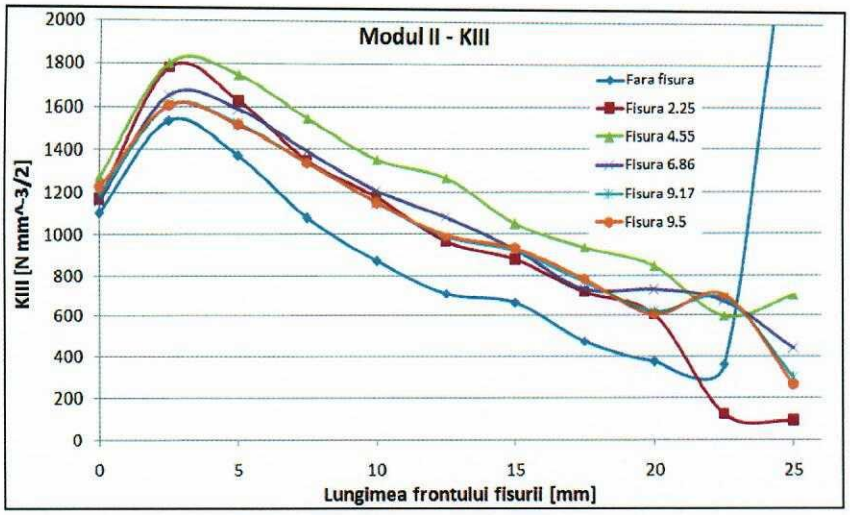


Fig. 10.14. Modul II – Variația factorului K_{III} pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

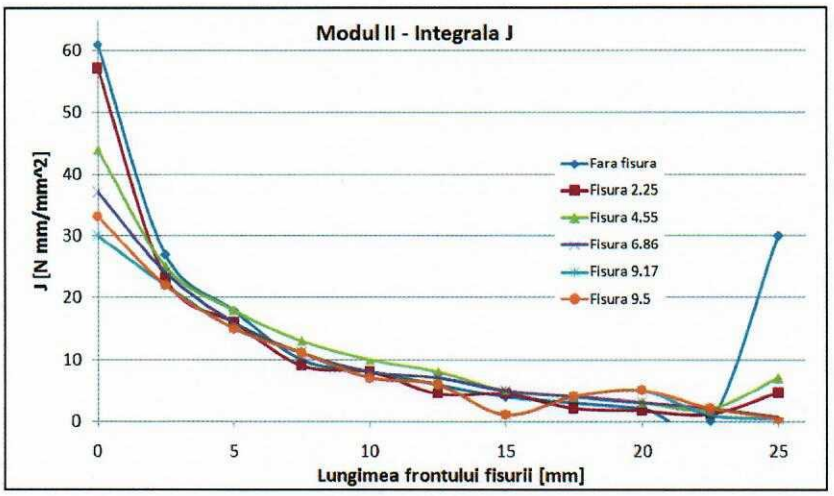


Fig. 10.15. Modul II – Variația integralei J pe frontul fisurii și în raport cu lungimea fisurii

In tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru K_I, K_{II}, K_{III} și integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum și tensiunea σ_{zz} (valoarea maximă) și deplasarea maximă a flancurilor crestăturii – modul II de solicitare.

Modul II

Nume fisier	**Lungimea fisurii** [mm]	**$K_{I,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{II,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{III,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**J_{MAX}** [N·mm/mm^2]	**$\sigma_{ZZ,MAX}$** [N/mm^2]	Deplasarea max [mm]
Modul II-1	13	269	433	711	6	4634	0.424
Modul II-2	15.25	219	261	969	4.5	4647	0.4259
Modul II-3	17.55	188	105	1263	8	4661	0.4286
Modul II-4	19.86	190	3	1080	7	4675	0.4318
Modul II-5	22.17	165	64	991	6	4684	0.4347
Modul II-6	22.5	162	2.5	994	6	4683	0.4347

Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variaţie de mai jos.

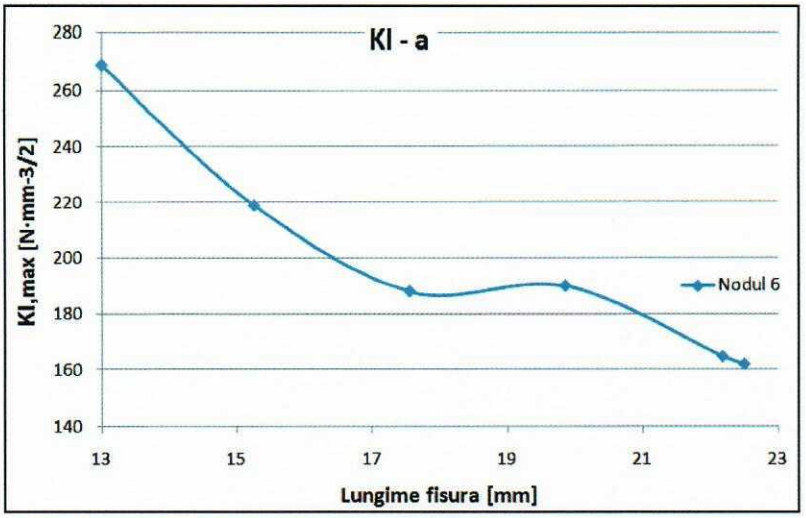


Fig. 10.16. Variaţia K_I în raport cu lungimea fisurii – modul II

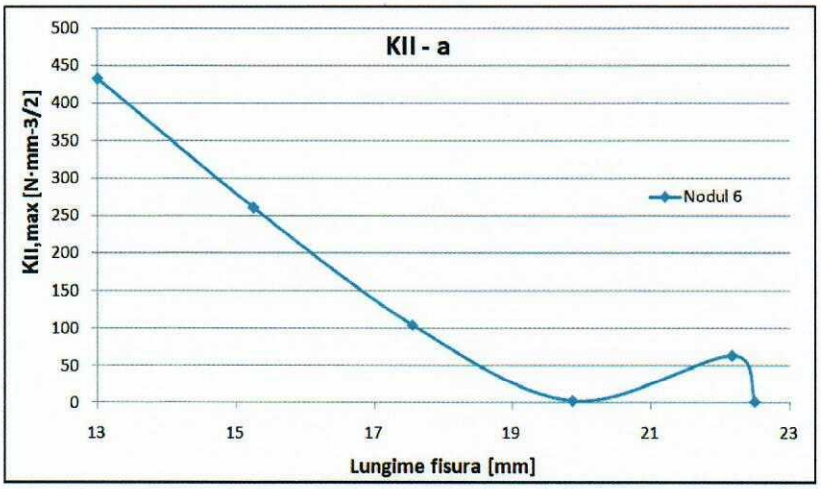


Fig. 10.17. Variaţia K_{II} în raport cu lungimea fisurii – modul II

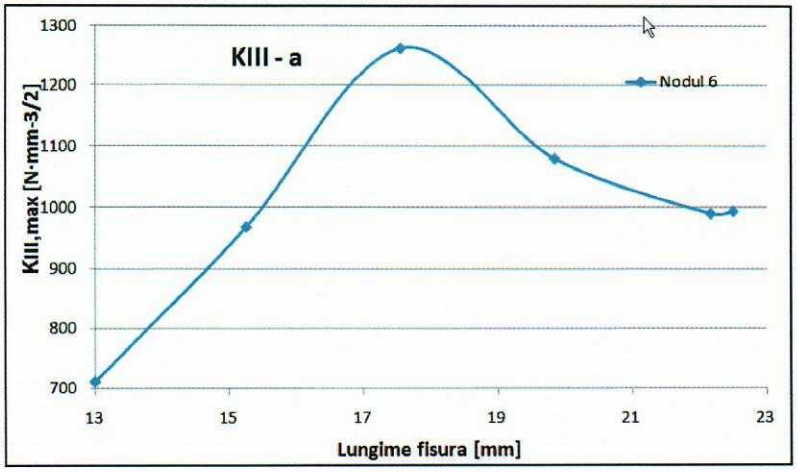


Fig. 10.18. Variaţia K_{III} în raport cu lungimea fisurii – modul II

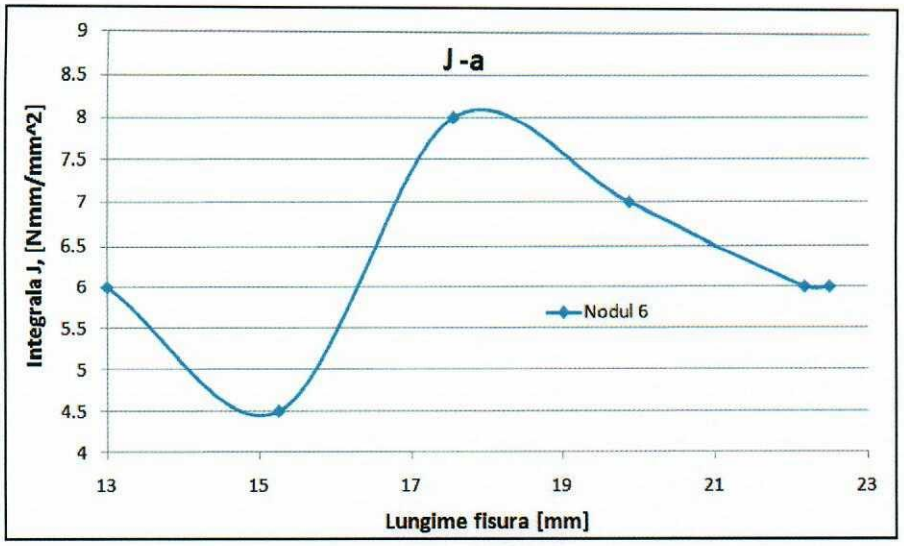


Fig. 10.19. Variația Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii – modul II

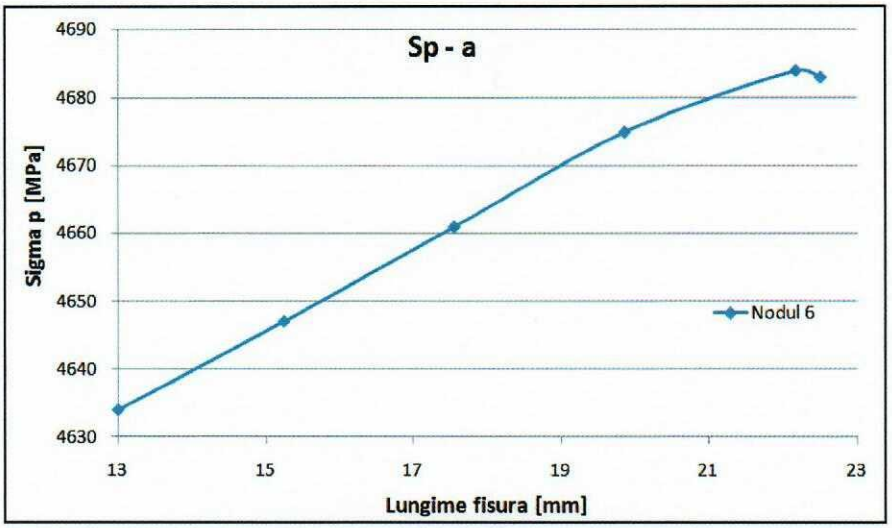


Fig. 10.20. Variația tensiunii maxime principale în raport cu lungimea fisurii – modul II

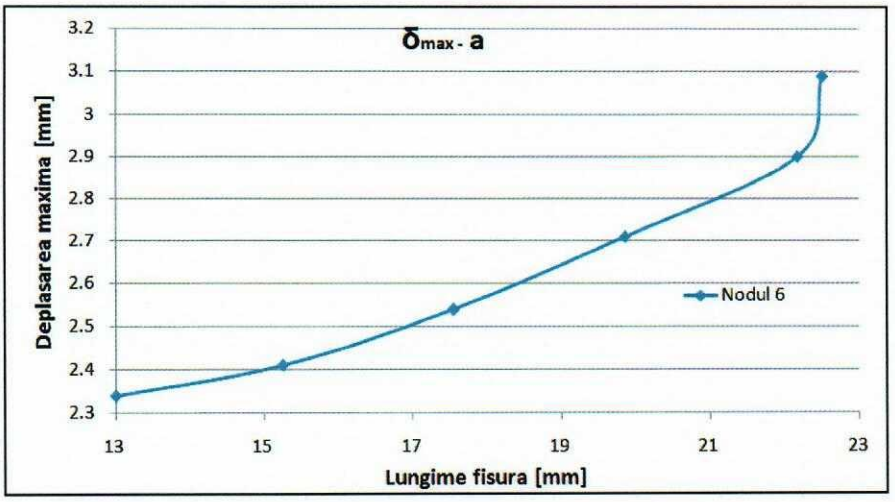
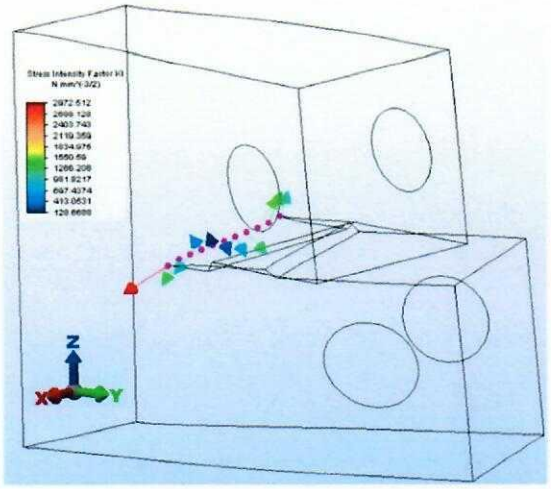


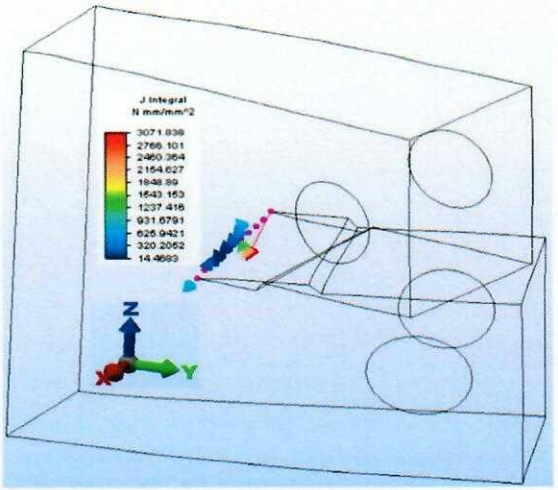
Fig. 10.21. Variația deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul II

10.4. Variaţia factorilor de intensitate a tensiunii şi a integralei J în raport cu propagarea fisurii în modul III de deformare

pentru fisura de 22,5 mm- modul III

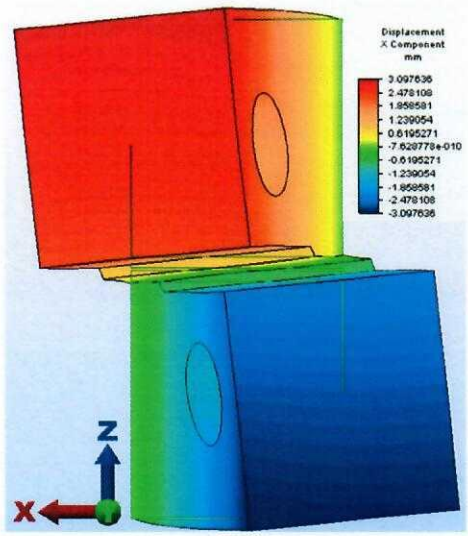


Integrala J pentru fisura de 22,5 mm- modul III

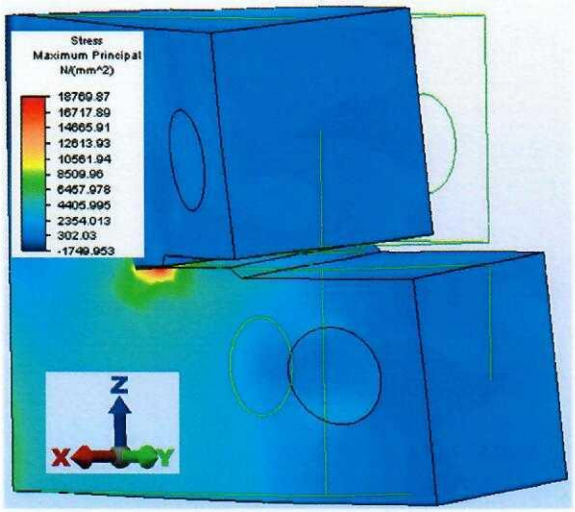


K_I

Deplasarea pe direcţia X – modul III



Tensiunea principală maximă – modul III



MODUL III

modul III_0 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	17	1989	2655	13461	1787
2	2.5	746	1432	2539	8168	869
3	5	1475	1573	83	6353	521
4	7.5	2204	1291	890	4585	291
5	10	2933	885	446	3485	118
6	**12.5**	**3662**	**503**	**37**	**2680**	**18**
7	15	4391	155	265	1928	8

8	17.5	5120	168	1042	1489	119
9	20	5849	493	1640	880	183
10	22.5	6578	810	1591	324	375
11	25	7307	792	2086	1579	1075

modul III_1 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	102	596	5910	12627	2056
2	2.5	830	1200	5273	12993	1059
3	5	1558	1381	577	10212	727
4	7.5	2286	1089	1596	7370	413
5	10	3014	665	2099	5581	309
6	**12.5**	**3742**	**272**	**1376**	**4064**	**144**
7	15	4470	89	937	3138	36
8	17.5	5198	427	170	1967	2
9	20	5926	766	620	1011	62
10	22.5	6654	1127	1293	183	196
11	25	7282	2476	1042	1362	965

Modul III_2- rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	1730	7703	12901	1986
2	2.5	732	1358	8717	14753	1433
3	5	1463	1544	1244	11517	850
4	7.5	2194	1218	1267	8327	508
5	10	2925	758	1815	5898	297
6	**12.5**	**3656**	**333**	**1908**	**4257**	**302**
7	15	4387	72	1417	2457	69
8	17.5	5118	451	828	1106	12
9	20	5849	837	75	251	101
10	22.5	6580	1725	1066	2454	362
11	25	7311	2711	2117	5240	991

Modul III_41 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	Dist	Nr. nod	KI	KII	KIII	J
1	0	1	412	9039	14003	2759
2	2.5	733	1365	8435	15203	1634
3	5	1465	1580	1272	11937	931
4	7.5	2197	1250	1190	8665	525

5	10	2929	759	1818	6136	303
6	**12.5**	**3661**	**282**	**1680**	**4161**	**161**
7	15	4393	161	1201	2688	87
8	17.5	5125	913	156	607	87
9	20	5857	1036	300	18	20
10	22.5	6589	1507	693	1650	119
11	25	7321	2184	2914	2807	623

modul III_52 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	**Dist**	**Nr. nod**	**KI**	**KII**	**KIII**	**J**
1	0	1	193	10510	16317	3306
2	2.5	734	1325	8946	16343	1916
3	5	1467	1517	1363	12748	1073
4	7.5	2200	1199	828	9261	551
5	10	2933	717	2021	6387	341
6	**12.5**	**3666**	**261**	**1705**	**4335**	**181**
7	15	4399	159	778	2952	31
8	17.5	5123	575	469	1228	31
9	20	5865	1216	1765	189	320
10	22.5	6598	1415	1045	1594	204
11	25	7331	2324	2556	1239	536

modul III_61 - rezultate pe noduri

Nr. crt.	**Dist**	**Nr. nod**	**KI**	**KII**	**KIII**	**J**
1	0	1	1049	11456	15419	3071
2	2.5	735	1387	10595	17461	2191
3	5	1469	1533	2007	13603	1222
4	7.5	2203	1195	983	9667	669
5	10	2937	717	1793	6602	368
6	**12.5**	**3671**	**274**	**1679**	**4280**	**193**
7	15	4405	128	1162	2412	86
8	17.5	5139	506	434	783	14
9	20	5873	877	466	744	42
10	22.5	6607	1249	918	2468	187
11	25	7341	2972	574	891	749

Cu ajutorul acestor date s-a trasat graficul de variaţie a factorului de intensitate a tensiunii K_I pentru toate cele 11 noduri aflate de-a lungul frontului fisurii şi pentru toate cele 6 lungimi ale fisurii.

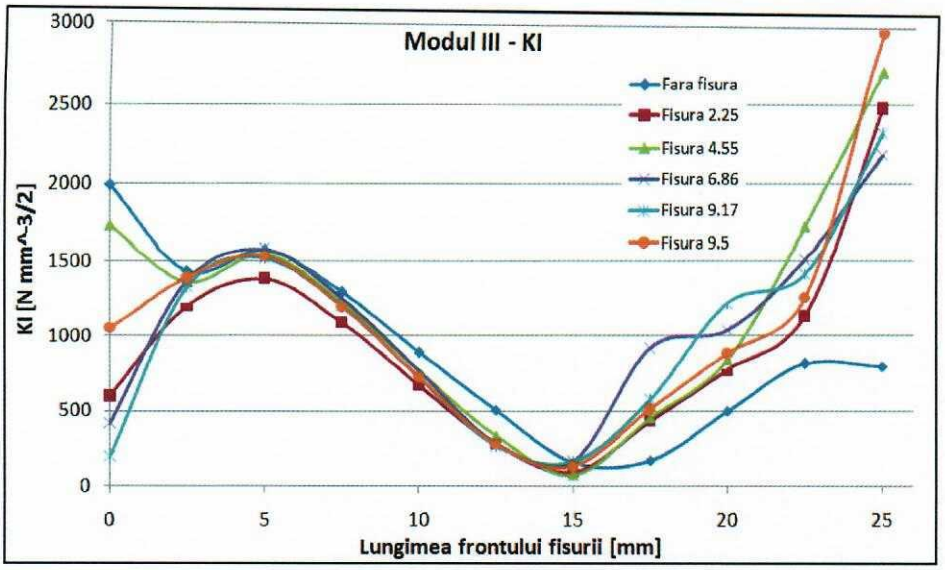


Fig. 10.22. Modul III – Variaţia factorului K_I pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

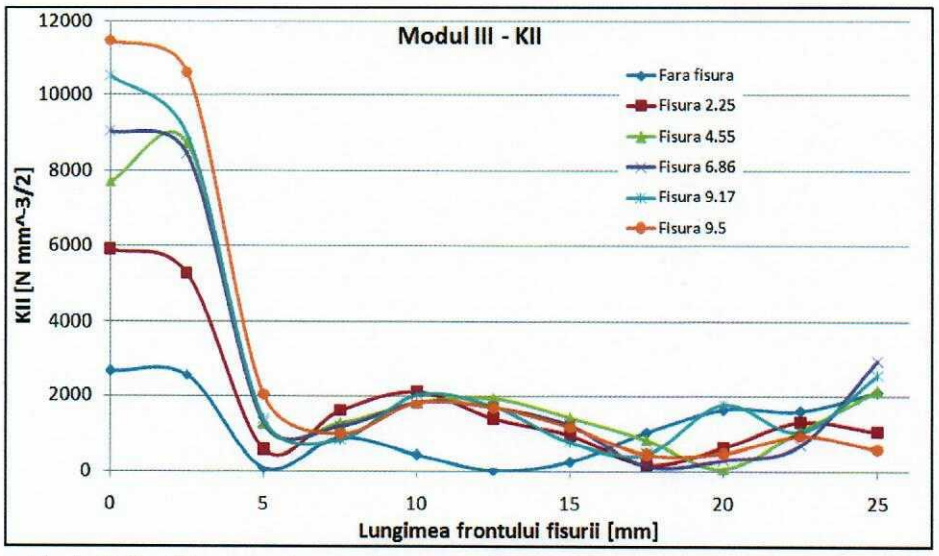


Fig. 10.23. Modul III – Variaţia factorului K_{II} pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

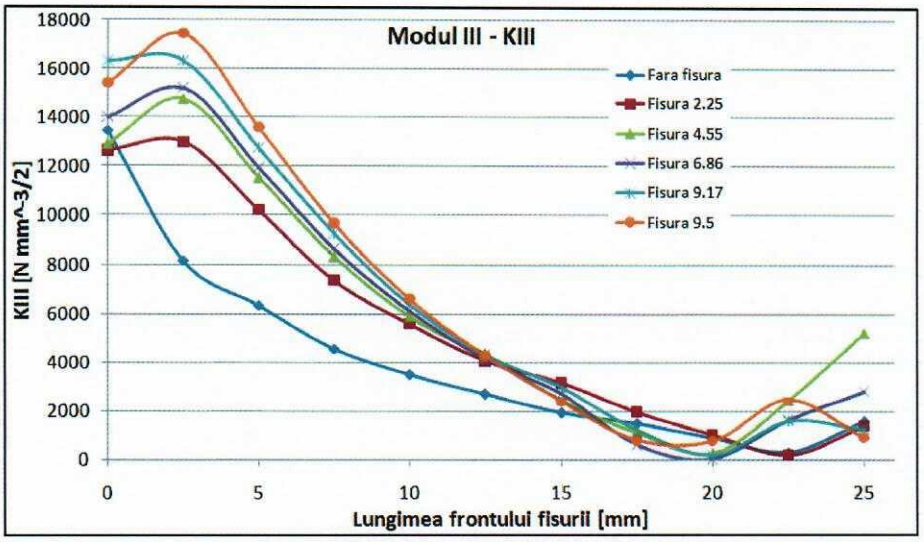


Fig. 10.24. Modul III – Variaţia factorului K_{III} pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

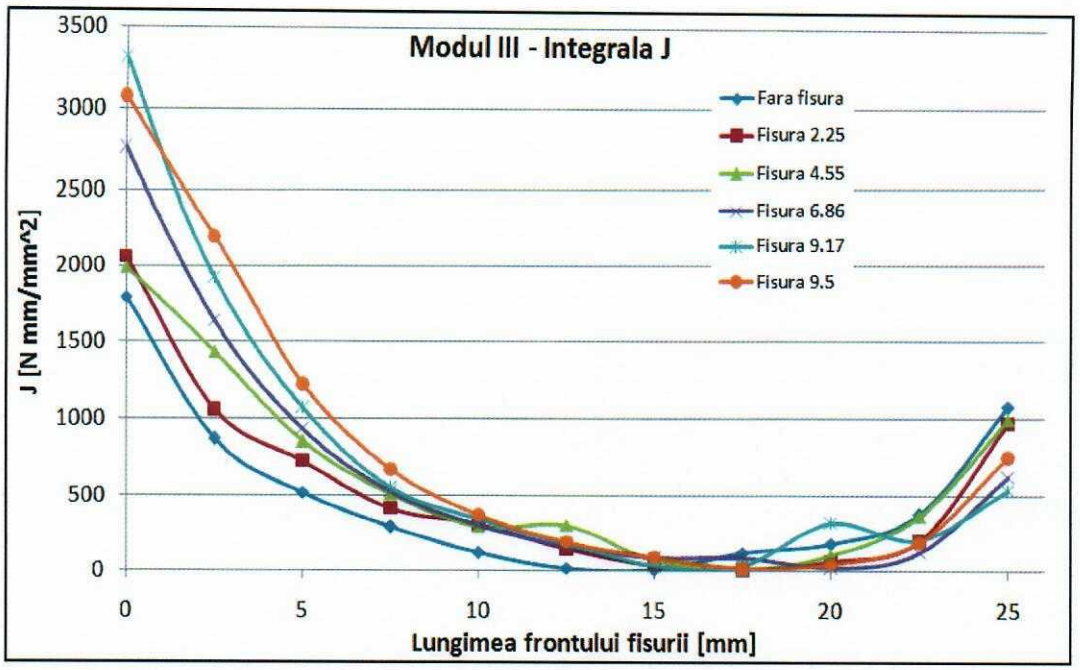


Fig. 10.25. Modul II – Variaţia integralei J pe frontul fisurii şi în raport cu lungimea fisurii

In tabelul de mai jos s-au trecut rezultatele pentru K_I, K_{II}, K_{III} şi integrala J pentru nodul aflat la mijlocul frontului fisurii precum şi tensiunea σ_{zz} (valoarea maximă) şi deplasarea maximă a flancurilor crestăturii – modul II de solicitare.

Modul III

Nume fişier	**Lungimea fisurii** [mm]	**$K_{I,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{II,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**$K_{III,MAX}$** [N·mm$^{-3/2}$]	**J_{MAX}** [N·mm/mm^2]	**$\sigma_{princ,MAX}$** [N/mm^2]	**Deplasarea max** [mm]
Modul III_0	13	503	37	2680	18	10513	2.34
Modul III_1	15.25	272	1376	4064	144	12593	2.41
Modul III_2	17.55	333	1908	4257	302	13364	2.54
Modul III_41	19.86	282	1680	4161	161	15372	2.71
Modul III_52	22.17	261	1705	4335	181	17200	2.9
Modul III_61	22.5	274	1679	4280	193	18769	3.09

Cu ajutorul acestor date s-au trasat graficele de variaţie de mai jos.

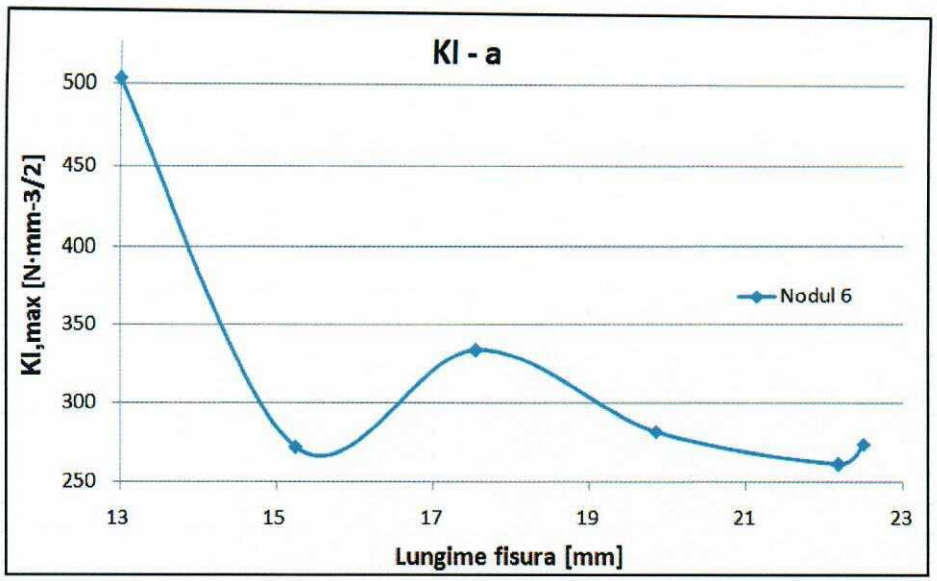


Fig. 10.26. Variația K_I în raport cu lungimea fisurii – modul III

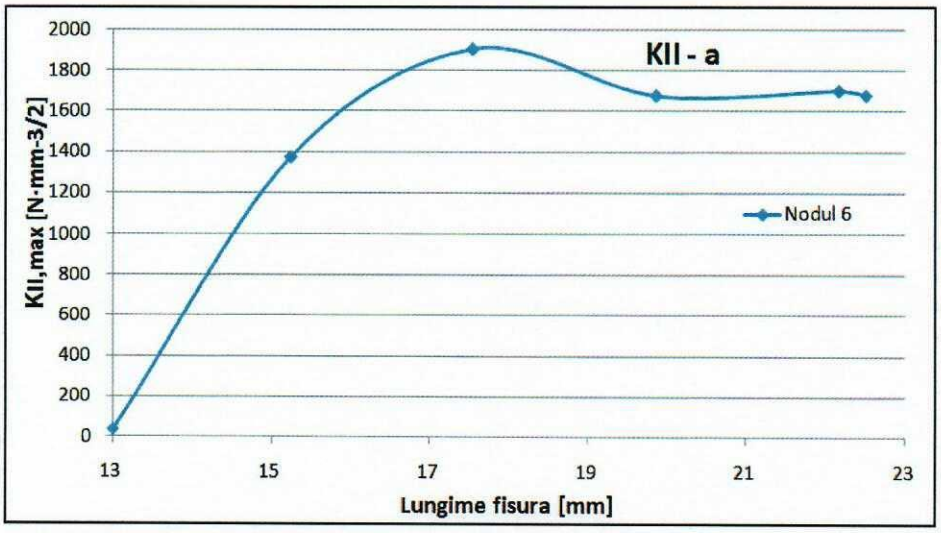


Fig. 10.27. Variația K_{II} în raport cu lungimea fisurii – modul III

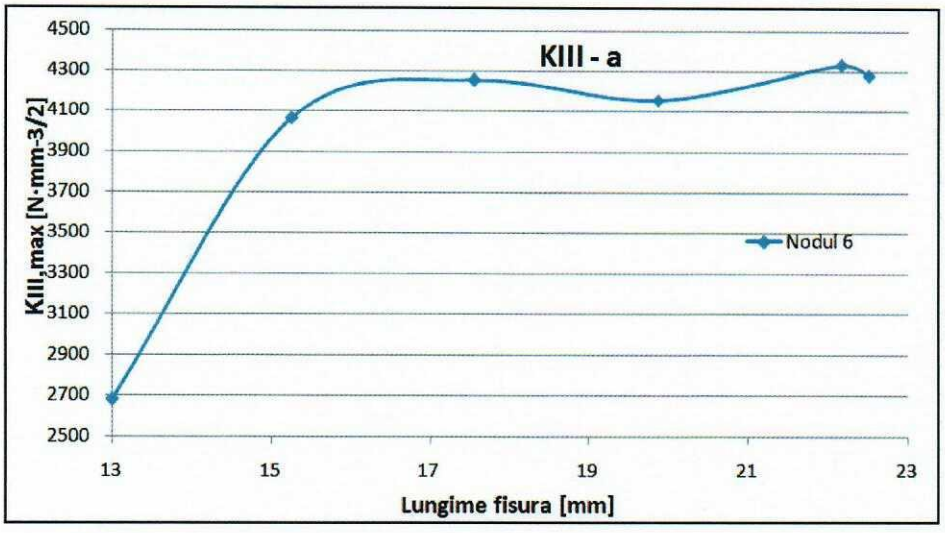


Fig. 10.28. Variația K_{III} în raport cu lungimea fisurii – modul II

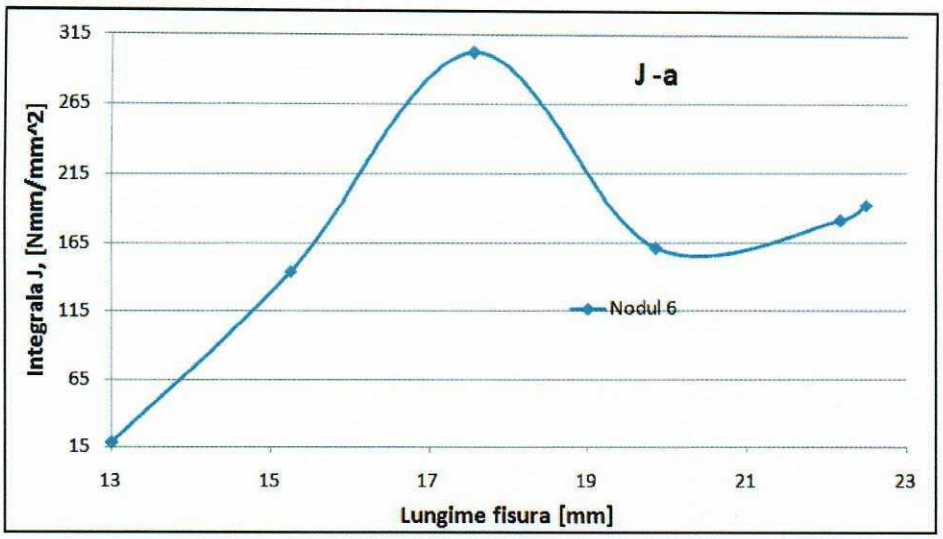


Fig. 10.29. Variaţia Integralei J (valoare maximă) în raport cu lungimea fisurii – modul III

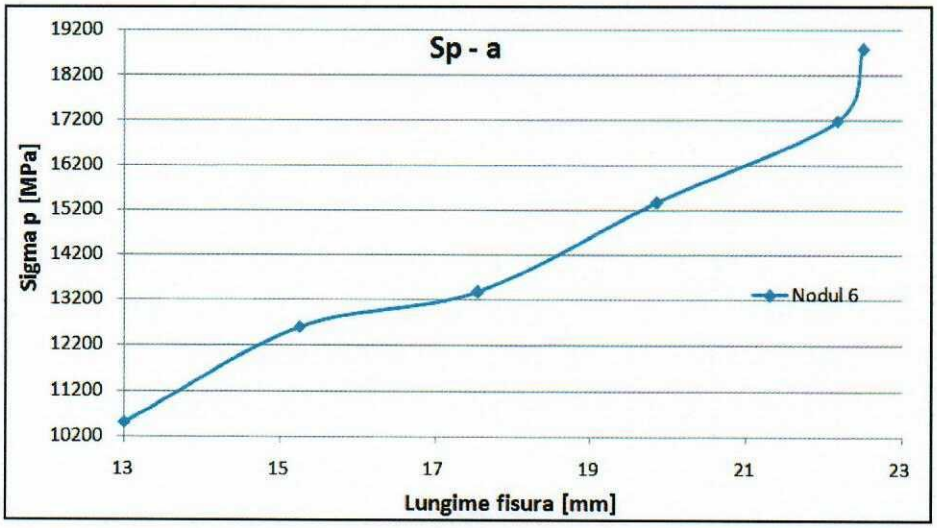


Fig. 10.30. Variaţia tensiunii principale maxime în raport cu lungimea fisurii – modul III

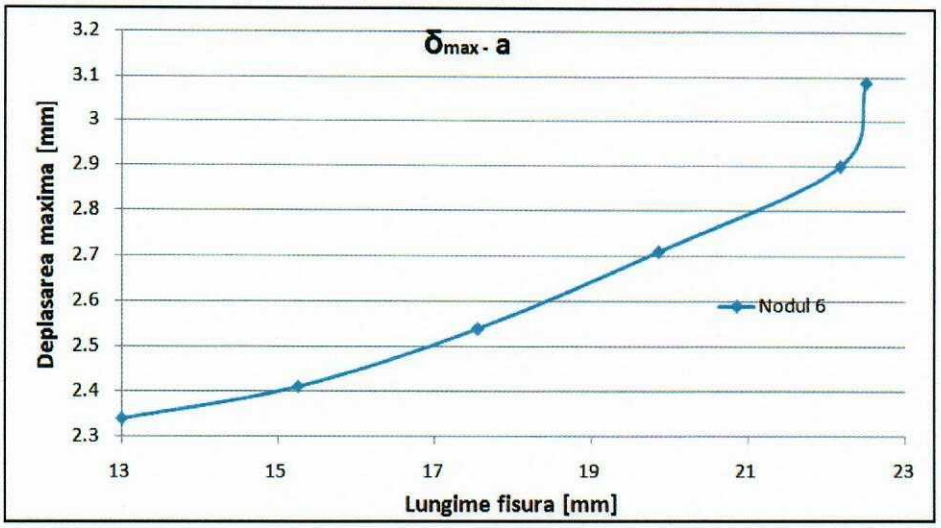


Fig. 10.31. Variaţia deplasării maxime în raport cu lungimea fisurii – modul III

BIBLIOGRAFIE

[1] J. Bluhm, Slice Synthesis of a Three Dimensional Work of Fracture Specimen for Brittle Materials Testing, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593, 1985.
[2] D. Broek, Elementary Engineering Fracture Mechanics, Columbus, Ohio, USA, 1978.
[3] F.E. Buresch, W. Meyer, Relation between microstructure and Weibull distribution function of coarse grained Ceramics, In: High Tech Ceramics, part B, pg. 1197-1208, Amsterdam, 1987.
[4] D. Cioclov, Mecanica ruperii materialelor", Editura Academiei, Bucureşti, 1977.
[5] R.H. Dodds, Finite Element and Experimental Evaluation of the J-Integral for Short Crack, In: Fracture Mechanics, 4-th Symposium, vol. I, Theory and Analysis, 1983.
[6] M.C. Dubourg, B. Villechaise, Analysis of Multiple Fatigue Cracks - part I". Theory Journal of Tribology, pg. 455-461, July 1992.
[7] I. Dumitru, L. Marşavina, Elemente de mecanica ruperii -curs- Univ. "Politehnica" Timişoara, 2000.
[8] G. Fantozzi, Rupture de Materiaux, INSA, Lyon, 1992.
[9] S. Gölner, Textbook of Fracture and Assessment Criteria in The Science of the Strength of Materials, Fachbuchverlag, Leipzig-Köln, 1992.
[10] ALGOR Users's Guide 2008

MECANICA RUPERII - LABORATOR 11

ANALIZA CU ELEMENTE FINITE A CORPURILOR CU FISURI CE CONŢIN PARTICULE DISPERSATE

11.1. Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătăţite caracteristicile de tenacitate la fisurare
11.2. Modelarea cu elemente finite
11.3. Modelare în domeniul elasto-plastic
11.4. Rezultate obţinute
11.5. Concluzii

11.1. Mecanisme tehnologice pe baza cărora pot fi îmbunătăţite caracteristicile de tenacitate la fisurare

In această lucrare se realizează un studiu privind influenţa adiţionării de particule (ductile sau fragile) în matricea unui material de bază. Studiile din literatura de specialitate confirmă faptul că prin dispersia de particule având alte caracteristici decât ale materialului de bază, tenacitatea la fisurare a acestuia poate creşte semnificativ.

Observaţie importantă:

Dispersia particulelor în matricea materialului de bază este una aleatoare. Totuşi, elemente de volum din materialul astfel obţinut prezintă caracteristici fizico-chimice asemănătoare, având în vedere noile tehnologii privind cântărirea şi amestecarea componentelor. Ceea ce se prezintă în această lucrare nu reprezintă posibilitatea adiţionării de particule exact la vârful fisurii, aşa cum se prezintă în modelare. Totuşi, se cunoaşte faptul că în materialele preponderent fragile pre-există microfisuri încă din procesul de elaborare. Sub solicitare – statică sau dinamică – aceste microfisuri se pot propaga transformându-se în macrofisuri. Prin propagarea lor, este iminent faptul ca aceste macrofisuri să ajungă la un moment dat în imediata vecinătate a unei particule de incluziune, aşa cum este prezentat în modelare.

Obiectivul prezentei lucrări de laborator îl constituie îmbunătăţirea caracteristicilor privind posibilitatea propagării fisurii în *materialele preponderent fragile* sau în materialele ductile din cauza *solicitării peste limita de elasticitate.* Pentru atingerea acestui obiectiv trebuie avute în vedere câteva tipuri diferite de acţiuni. In primul rând se are în vedere corelaţia între parametrii procesului tehnologic şi nivelul defectelor prezente în material în produsul final. Un alt aspect îl constituie posibilitatea îmbunătăţirii caracteristicilor de tenacitate prin diferite metode care să limiteze dezavantajele fragilităţii şi existenţei micro-defectelor. Odată prezente micro-defectele în material se are în vedere posibilitatea

controlului propagării fisurii pornind de la nivelul defectelor critice. Se pot dezvolta mecanisme pe baza cărora o structură din material ceramic poate fi „întărită" pentru a deveni mai puţin sensibilă la pre-existenţa micro-fisurilor în material.
In trecut cercetările se axau pe identificarea proceselor care conduc la apariţia fisurilor cât şi pe mecanismele care se declanşează la propagarea unei fisuri (cele care ţin de Mecanica ruperii). Este evident faptul că tehnologiile de fabricare a materialelor au evoluat foarte mult. Cu toate acestea, nu se poate pune la îndoială existenţa micro-fisurilor fie încă de la început fie prin apariţia în exploatare. Problema care se pune este dacă existenţa acestor micro-fisuri poate fi tolerată fără a se compromite integritatea structurală a materialului în timpul funcţionării. Rezistenţa solidelor fragile la propagarea fisurii poate fi puternic influenţată de microstructura acestora şi de adiţionarea în microstructură a diferite elemente de ranforsare. Obiectivul prezentei lucrări îl constituie determinarea influenţei adiţionării particulelor de incluziune asupra rezistenţei la fisurare.

11.2. Modelarea cu elemente finite

În matricea unui material ce conţine microfisuri, pot fi dispersate particule cu proprietăţi diferite de ale materialului de bază. În această lucrare se va determina modul în care variază tensiunile în imediata vecinătate a unei microfisuri, în raport cu prezenţa în apropierea acesteia a unor particule de incluziune, de formă sferică, cu diferite proprietăţi. Scopul acestei analize îl constituie găsirea unei metode de a împiedica propagarea unei fisuri în materialul supus solicitărilor nefavorabile în raport cu direcţia fisurii respective. Se utilizează analiza cu elemente finite (programul ALGOR-multiphisics) pentru modelarea unei fisuri centrale străpunse într-o placă solicitată monoaxial, cu dimensiunile mult mai mari decât ale fisuri. Datorită simetriei geometrice şi de solicitare este suficient să analizăm 1/8 din placă aplicându-se condiţii de contur corespunzătoare, fisura fiind modelată în zona centrală prin lipsa respectivelor condiţii, *figura 11.1.*
Reţeaua de discretizare a fost concepută astfel încât să permită cu uşurinţă translatarea particulei sferice în lungul axei Y, aşa cum este prezentat sistemul de axe în *figura 11.1.* Această translatare va permite studiul variaţiei tensiunilor de la vârful fisurii în condiţiile apropierii sau depărtării particulei de incluziune de vârful fisurii. Acest lucru simulează, de fapt, distanţa la care se află, la un moment dat, fisura de particula de incluziune.

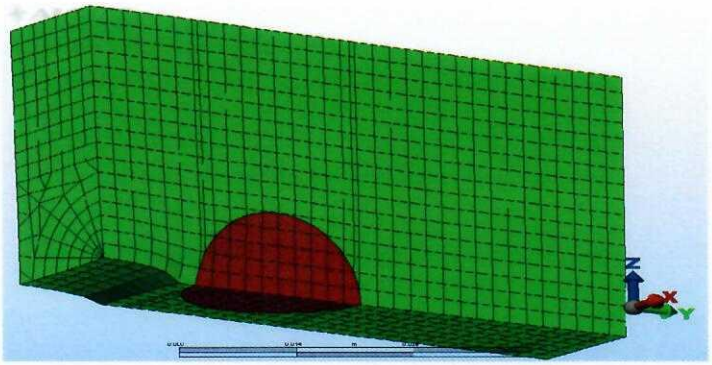


Fig.11.1. Reţeaua de discretizare-particulă

Tensiunea monoaxială la care a fost supusă placa după direcţia Z, *figura 11.2*, are valoarea de 100 MPa. Pe baza lipsei condiţiilor de contur în zona centrală, nodurile din această regiune se deplasează modelându-se în acest fel o fisură.

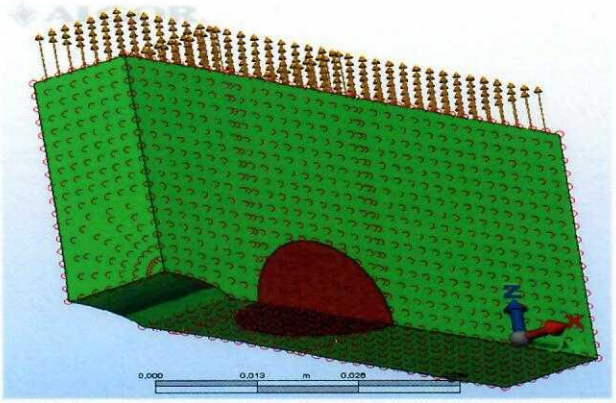


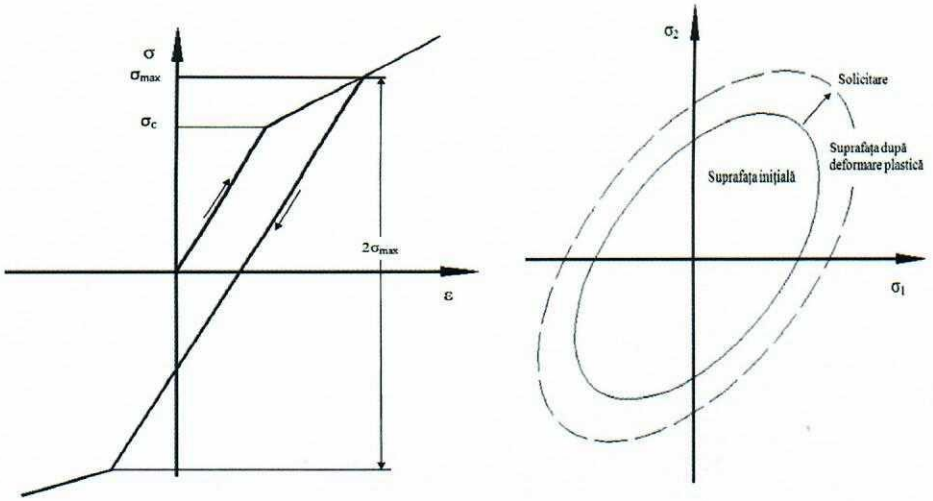
Fig. 11.2. Aplicarea solicitării si a condiţiilor de rezemare

In *figura 11.2*. se pot vedea condiţiile de contur care sunt următoarele:

- în planul de simetrie YOZ s-au împiedicat translaţiile după axa X şi rotirile după axele Y şi Z;
- în planul de simetrie XOY s-au împiedicat translaţiile după axa Z şi rotirile după axele Y şi X;
- în planul de simetrie XOZ s-au împiedicat translaţiile după axa Y şi rotirile după axele X şi Z;
- în zona corespunzătoare simulării fisurii, nodurilor reţelei nu li s-a impus nici o restricţie, nodurile din planul XOY de aici având liberă deplasarea pe axa Z, formându-se astfel fisura ascuţită cu vârful spre nodurile împiedicate la deplasarea pe axa Z.

11.3. Modelare în domeniul elasto-plastic

Analiza se efectuează considerând **modelarea plastică pentru materiale de tip von Mises**, atât pentru materialul de bază cât şi pentru cel al particulei de incluziune, având în vedere faptul că, în imediata vecinătate a vârfului fisurii tensiunea atinge valori care conduc la deformarea plastică zonală. Modelarea s-a făcut pe baza analizei neliniare în ceea ce priveşte comportarea materialelor utilizate. Astfel, s-a utilizat modelul von Mises pentru comportarea materialelor după depăşirea limitei elastice care presupune o curgere uniformă a întregii regiuni care a intrat în curgere. Modelele von Mises, în ceea ce priveşte comportarea elasto-plastică a materialelor, sunt utilizate atunci când un material este utilizat dincolo de limita sa de curgere, apărând, în aceste condiţii, o deformare plastică. Aceste modele permit definirea de către utilizator a unui anumit timp de comportare la deformare după apariţia curgerii într-o anumită zonă a materialului, *figura 11.3a.* Întărirea izotropică, *figura 11.3.b*, utilizată în cadrul acestui studiu presupune curgerea uniformă a materialului în întreaga zonă în care s-a depăşit limita de curgere. In program va trebui dat un modul de elasticitate „tangent" în câmpul „strain hardening" ce va fi utilizat atunci când se depăşeşte limita de curgere.



a) b)

Fig. 11.3. a) Curba tensiune – deformație; b) Deformare izotropică.

Pentru a se demonstra corectitudinea modului de încărcare, rezemare şi formare a fisurii se prezintă *figura 11.4.* Aşa cum s-a amintit, datorită simetriei geometrice şi de încărcare, modelarea se efectuează pe 1/8 din modelul întreg.

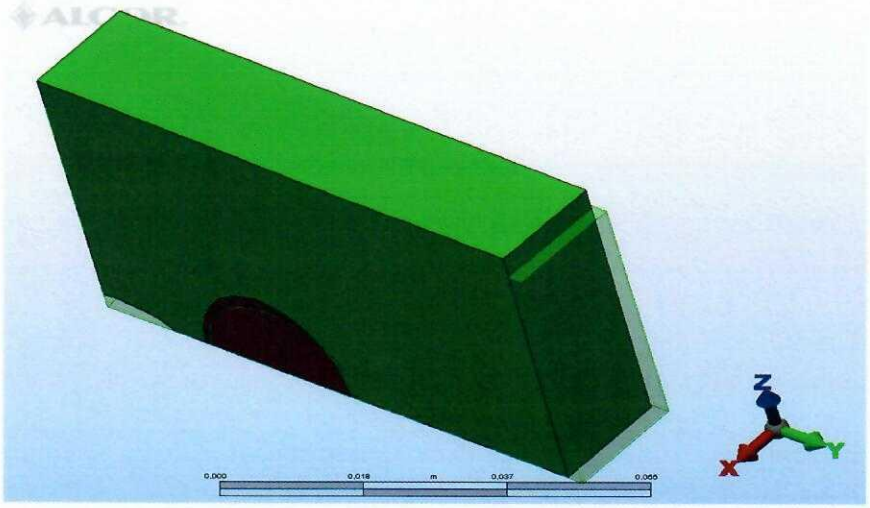


Fig. 11.4. Modul simetric de deformare

Din *figura 11.4* se constată următoarele:

- modelul îşi măreşte dimensiunea pe direcţia solicitării – se alungeşte;
- modelul îşi micşorează dimensiunea pe celelalte două direcţii;
- cele trei plane pe care s-au introdus condiţiile la limită nu se deplasează în raport cu poziţia iniţială;
- în zona centrală, ca urmare a gradelor de libertate impuse şi a deformaţiei sub sarcină constantă, se formează fisura.

Pentru a simula prezenţa unei particulei de incluziune, modelarea acesteia s-a realizat pe baza parametrilor de material diferiţi daţi pentru materialul de bază şi cel al incluziunii. Se utilizează două materiale pentru simularea incluziunii ale căror caracteristici, împreună cu

Tab. 11.1. Caracteristicile materialelor utilizate

Denumire material	Simulare	Densitate, ρ [kg/m³]	Modul de elasticitate longitudinal, E·10⁵ [MPa]	Coeficientul lui Poisson, μ	Modulul tangent, Et·[MPa]	Limita de curgere, σ [MPa]
Oţel AISI 1006	Material de bază	7872	2,05	0,29	226	285
Aluminiu Al 1050-H14	Incluziune ductilă	2705	0,69	0,33	71	103
Beriliu	Incluziune „dură"	1844	3,03	0,07	4450	240

Din *figurile 11.5 şi 11.6* se constată faptul că la vârful fisurii se depăşeşte tensiunea de curgere pentru materialul de bază (**285 MPa**) şi, ca urmare, în această zonă modelarea se face ţinând cont de elasticitatea după modulul tangent.

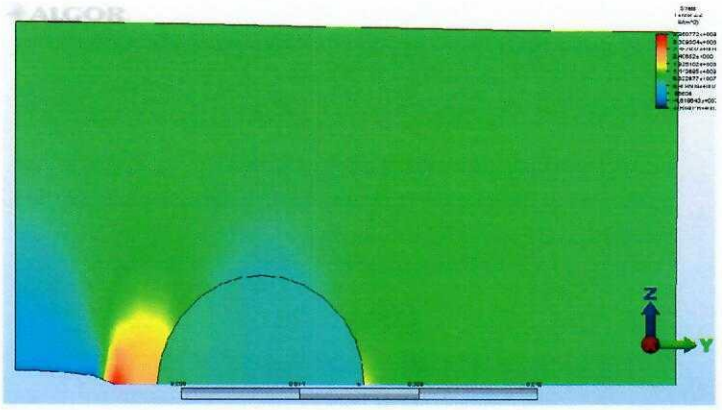
11.4. Rezultate obţinute

Analizând hărţile de tensiune în cazul introducerii celor două tipuri de particule de incluziune se constată următoarele:

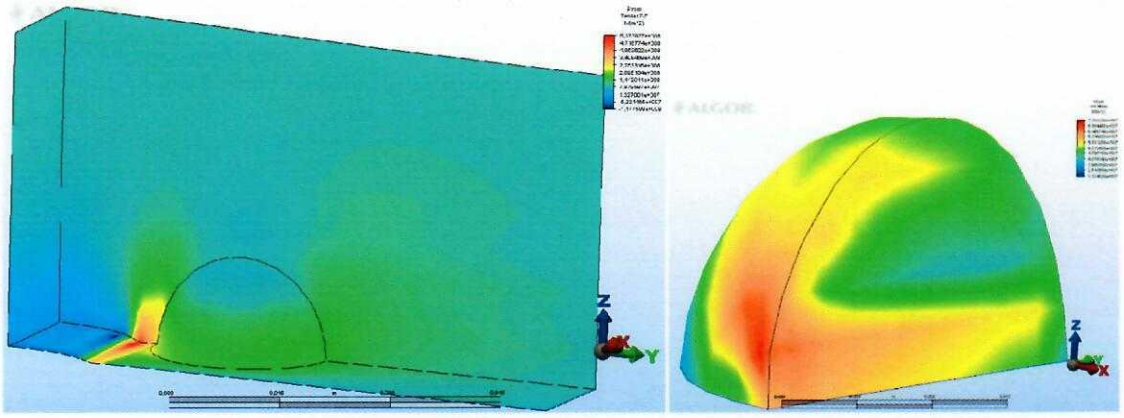
- tensiunea maximă ce apare la vârful fisurii „ocoleşte" în bună măsură particula de incluziune ductilă, harta tensiunilor prezentând o discontinuitate pronunţată la graniţa dintre materialul de bază şi cel al particulei de incluziune;
- la incluziunea fragilă distribuţia tensiunilor la graniţa dintre cele două materiale este mai uniformă.

11.4.1. Interpretarea rezultatelor – particula ductilă – aluminiu

Din *figura 11.5* se constată faptul că are loc o creştere semnificativă a tensiunii la vârful fisurii, 388 MPa faţă de 315 MPa (cazul fără incluziune), în condiţiile existenţei în imediata vecinătate a acesteia a unei particule de incluziune cu proprietăţile date mai sus.



a)



b) c)

Fig. 11.5. Harta tensiunilor pentru particula ductilă - Aluminiu, pe direcţia Z a solicitării a) Vedere laterală; b)Vedere spaţială-fără particula de incluziune; c) Particula de incluziune

Aceeaşi particulă se modelează (deplasează) în poziţii diferite de-a lungul axei y, în poziţiile notate cu p1, p2 ÷ p10. In *figura 11.6* este reprezentată harta tensiunilor atunci când particula de incluziune este plasată cu partea frontală în poziţia p8. Se constată că tensiunea la vârful fisurii rămâne în continuare mai mare decât atunci când nu exista particulă de incluziune în materialul de bază, 351 MPa faţă de 315 MPa.

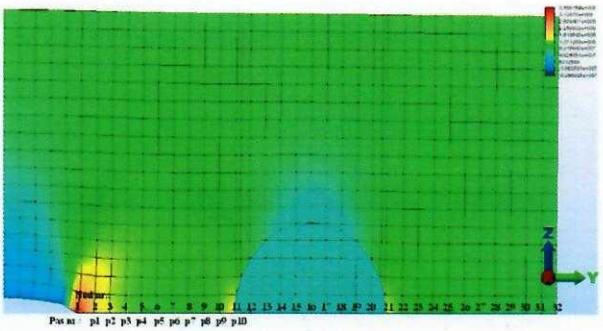


Fig. 11.6. Particulă de incluziune deplasata de vârful fisurii –aici poziţia p10

Tensiunile σ_z, în fiecare din nodurile de pe direcţia fisurii, *figura 11.6*, atunci când particula de incluziune se deplasează, trecând succesiv prin poziţiile p1 ÷ p10, sunt prezentate în *tabelul 11.2.* Pe baza acestor date s-au trasat, în *figura 11.7*, graficele de variaţia a tensiunii σ_z în raport cu distanţa la vârful fisurii şi pentru fiecare pas p1÷p10 de deplasare a particulei de incluziune în raport cu vârful fisurii. Pentru detaliere, în *figura 11.8* s-au trasat doar graficele de variaţie a tensiunii σ_z reprezentând pasul 1 şi pasul 10 privind aşezarea particulei de incluziune în raport cu distanţa de la vârful fisurii.

Tab. 11.2. Tensiuni σ_z– particula de aluminiu

Nr. Nod	Distanţa [mm]	Fără Incl.	Cu incluziune ductilă									
			pas1	pas2	pas3	pas4	pas5	pas6	pas7	pas8	pas9	pas10
-4	0	-9.4	-9.9	-9.8	-9.8	-9.7	-9.6	-9.5	-9.5	-9.4	-9.4	-9.3
-3	2.5	-10.4	-10.4	-10.4	-10.3	-10.2	-10.1	-10.0	-9.9	-9.9	-9.9	-9.8

-2	5	-12.0	-13.2	-12.8	-12.5	-12.4	-12.3	-12.2	-12.1	-12.0	-12.0	-11.9
-1	7.5	-8.0	-8.6	-8.3	-8.1	-8.1	-8.1	-8.1	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0
0	10	-38.1	-43.1	-43.5	-42.7	-42.5	-41.5	-40.7	-40.1	-39.6	-39.2	-38.9
1	12.5	336.3	388.9	370.5	361.2	353.7	349.4	346.5	343.5	341.5	339.6	339.0
2	15	182.9	*251.0*	228.6	213.8	206.2	201.4	198.2	195.8	194.1	192.7	191.7
3	15	154.8	*103.2*	228.6	213.8	206.2	201.4	198.2	195.8	194.1	192.7	191.7
4	17.5	136.8	89.4	*222.4*	186.7	174.5	168.1	164.1	161.5	159.6	158.2	157.1
5	17.5	127.4	89.4	*82.6*	186.7	174.5	168.1	164.1	161.5	159.6	158.2	157.1
6	20	121.3	79.3	77.1	*200.0*	164.9	153.9	148.1	144.6	142.3	140.6	139.4
7	20	117.0	79.3	77.1	*73.7*	164.9	153.9	148.1	144.6	142.3	140.6	139.4
8	22.5	113.7	74.3	72.4	71.1	*189.3*	153.6	143.3	137.8	134.5	132.4	130.9
9	22.5	111.1	74.3	72.4	71.1	*68.8*	153.6	143.3	137.8	134.5	132.4	130.9
10	25	108.9	71.1	69.4	68.3	67.4	*182.6*	146.4	136.5	131.3	128.1	126.1
11	25	107.0	71.1	69.4	68.3	67.4	*65.7*	146.4	136.5	131.3	128.1	126.1
12	27.5	105.5	68.8	67.4	66.3	65.6	64.9	*178.0*	141.4	131.9	126.7	123.7
13	27.5	104.0	68.8	67.4	66.3	65.6	64.9	*63.5*	141.4	131.9	126.7	123.7
14	30	102.7	66.9	65.8	64.9	64.2	63.6	63.1	*174.6*	137.7	128.4	123.3
15	30	101.5	66.9	65.8	64.9	64.2	63.6	63.1	*61.8*	137.7	128.4	123.3
16	32.5	100.4	65.4	64.4	63.7	63.1	62.5	62.1	61.7	*171.8*	134.8	125.7
17	32.5	99.3	65.4	64.4	63.7	63.1	62.5	62.1	61.7	*60.5*	134.8	125.7
18	35	98.1	64.0	63.2	62.6	62.2	61.7	61.3	60.9	60.6	*169.6*	132.5
19	35	97.0	64.0	63.2	62.6	62.2	61.7	61.3	60.9	60.6	*59.5*	132.5
20	37.5	95.8	62.9	62.1	61.7	61.3	61.0	60.6	60.2	59.9	59.7	*167.7*
21	37.5	94.6	62.9	62.1	61.7	61.3	61.0	60.6	60.2	59.9	59.7	*58.7*
22	40	93.0	*174.3*	61.3	60.7	60.5	60.3	60.0	59.7	59.4	59.1	58.9
23	40	93.5	*61.4*	61.3	60.7	60.5	60.3	60.0	59.7	59.4	59.1	58.9
24	42.5	-9.4	131.2	*171.0*	60.1	59.7	59.6	59.4	59.3	59.0	58.7	58.5
25	42.5	-10.4	131.2	*59.9*	60.1	59.7	59.6	59.4	59.3	59.0	58.7	58.5
26	45	-12.0	119.7	129.0	*168.6*	59.2	58.9	58.9	58.8	58.6	58.4	58.2
27	45	-8.0	119.7	129.0	*58.8*	59.2	58.9	58.9	58.8	58.6	58.4	58.2
28	47.5	-38.1	112.7	118.1	127.5	*166.8*	58.5	58.3	58.3	58.2	58.1	57.9
29	47.5	336.3	112.7	118.1	127.5	*58.0*	58.5	58.3	58.3	58.2	58.1	57.9
30	50	182.9	107.9	111.5	116.9	126.3	*165.4*	57.9	57.8	57.8	57.8	57.7
31	50	154.8	107.9	111.5	116.9	126.3	*57.4*	57.9	57.8	57.8	57.8	57.7
32	52.5	136.8	104.2	107.1	110.7	116.1	125.3	*164.2*	57.5	57.4	57.4	57.4
33	52.5	127.4	104.2	107.1	110.7	116.1	125.3	*56.9*	57.5	57.4	57.4	57.4
34	55	121.3	101.2	103.7	106.5	110.0	115.4	124.6	*163.3*	57.1	57.0	57.1
35	55	117.0	101.2	103.7	106.5	110.0	115.4	124.6	*56.5*	57.1	57.0	57.1
36	57.5	113.7	98.3	100.9	103.4	106.1	109.6	114.9	124.0	*162.6*	56.8	56.8
37	57.5	111.1	98.3	100.9	103.4	106.1	109.6	114.9	124.0	*56.2*	56.8	56.8
38	60	108.9	95.5	98.4	100.8	103.2	105.8	109.2	114.5	123.6	*162.1*	56.6
39	60	107.0	95.5	98.4	100.8	103.2	105.8	109.2	114.5	123.6	*55.9*	56.6
40	62.5	105.5	92.5	95.8	98.4	100.7	103.0	105.5	108.9	114.2	123.2	*161.6*
41	62.5	104.0	92.5	95.8	98.4	100.7	103.0	105.5	108.9	114.2	123.2	*55.7*
42	65	102.7	89.2	93.1	96.1	98.6	100.7	102.9	105.4	108.7	113.9	123.0
43	65	101.5	89.2	93.1	96.1	98.6	100.7	102.9	105.4	108.7	113.9	123.0
44	67.5	100.4	85.2	90.1	93.6	96.4	98.7	100.8	102.9	105.3	108.6	113.8
45	67.5		85.2	90.1	93.6	96.4	98.7	100.8	102.9	105.3	108.6	113.8
46	70			86.5	90.9	94.1	96.7	98.8	100.8	102.9	105.3	108.5
47	70			86.5	90.9	94.1	96.7	98.8	100.8	102.9	105.3	108.5

48	72.5				87.5	91.6	94.5	96.9	99.0	100.9	102.9	105.2
49	72.5				87.5	91.6	94.5	96.9	99.0	100.9	102.9	105.2
50	75					88.4	92.2	94.9	97.2	99.2	101.0	102.9
51	75					88.4	92.2	94.9	97.2	99.2	101.0	102.9
52	77.5						89.2	92.7	95.3	97.5	99.4	101.1
53	77.5						89.2	92.7	95.3	97.5	99.4	101.1
54	80							89.9	93.2	95.7	97.7	99.5
55	80							89.9	93.2	95.7	97.7	99.5
56	82.5								90.6	93.7	96.0	98.0
57	82.5								90.6	93.7	96.0	98.0
58	85									91.2	94.1	96.4
59	85									91.2	94.1	96.4
60	87.5										91.7	94.5
61	87.5										91.7	94.5
62	90											92.2

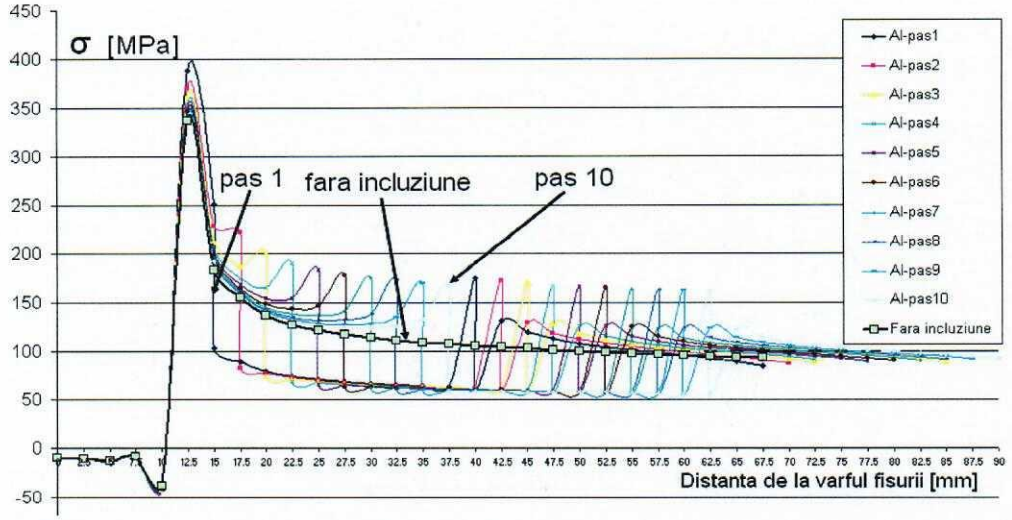


Fig. 11.7. Variaţia tensiunilor pe direcţia solicitării (σ_z) în raport cu distanţa de la vârful fisurii, în cazul deplasării particulei de Aluminiu

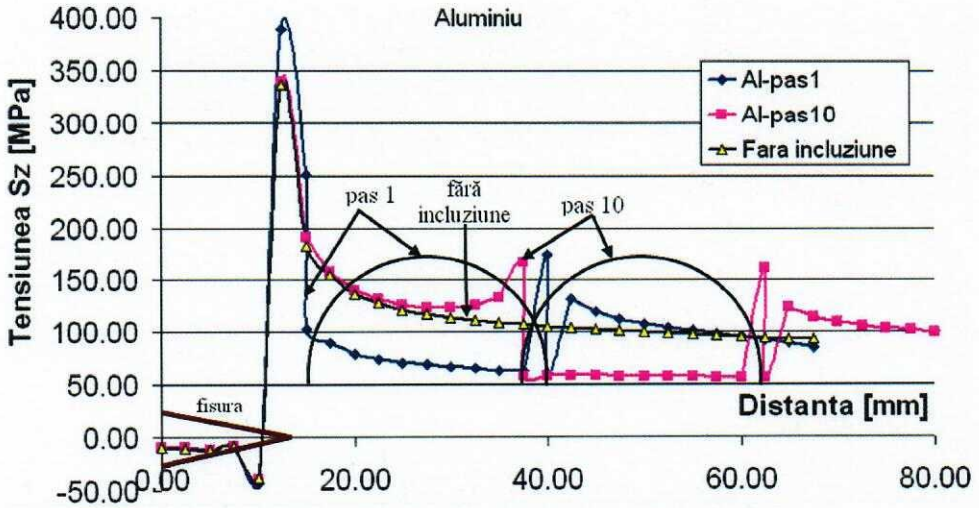


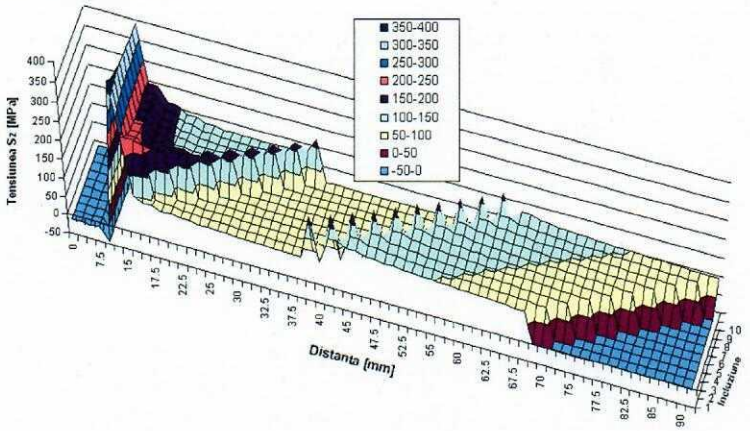
Fig. 11.8. Variaţia tensiunilor pe direcţia solicitării (σ_z) în raport cu distanţa de la vârful fisurii, *pas1 şi pas10* – Aluminiu

Se constată următoarele, *figurile 11.7* şi *11.8*:

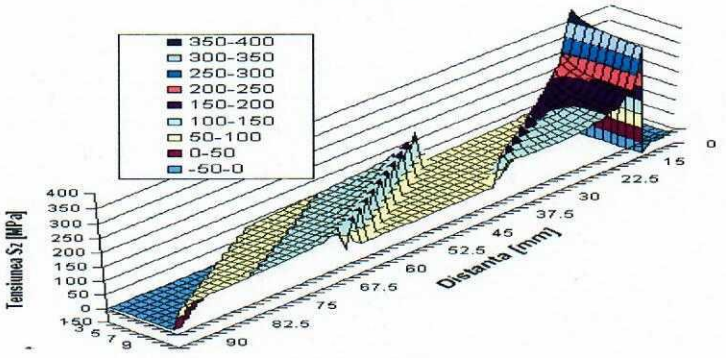
- în raport cu cazul fără incluziune, tensiunea la vârful fisurii creşte puternic în cazul în care se introduce o particulă de incluziune mai moale (aluminiu) decât materialul de bază şi în condiţiile în care această particulă se află în imediata vecinătate a fisurii;
- chiar dacă particula de incluziune se deplasează în raport cu vârful fisurii, tensiunea rămâne mai mare în nodurile dinspre vârful fisurii faţă de cazul absenţei incluziunii;
- în nodurile corespunzătoare prezenţei particulei de incluziune tensiunea are valori mai mici decât în cazul absenţei respectivei particule;
- tensiunea devine din nou mai mare în nodurile corespunzătoare zonei de material de după particula de incluziune în raport cu vârful fisurii.

Din diagrama spaţială reprezentând variaţia tensiunii σ_z pe direcţia fisurii cu „deplasarea" particulei de incluziune în poziţiile 1÷10 – aluminiu, dată de *figura 11.9* se constată următoarele:

- ✓ tensiunea maximă la vârful fisurii scade – nu semnificativ – odată cu deplasarea particulei de incluziune în raport cu vârful fisurii;
- ✓ se remarcă existenţa unei benzi de tensiune minimă ce corespunde prezenţei particulei de incluziune, pentru orice pas de la 1 la 10 corespunzător deplasării particulei de incluziune;
- ✓ în afara pasului 1 şi 2, pentru ceilalţi paşi de prezenţă ai particulei de incluziune, se remarcă o creştere a tensiunii σ_z înainte de prezenţa particulei;
- ✓ pentru toţi paşii de la 1 la 10 se remarcă de asemenea creşteri ale tensiunii σ_z în zonele de după particula de incluziune.



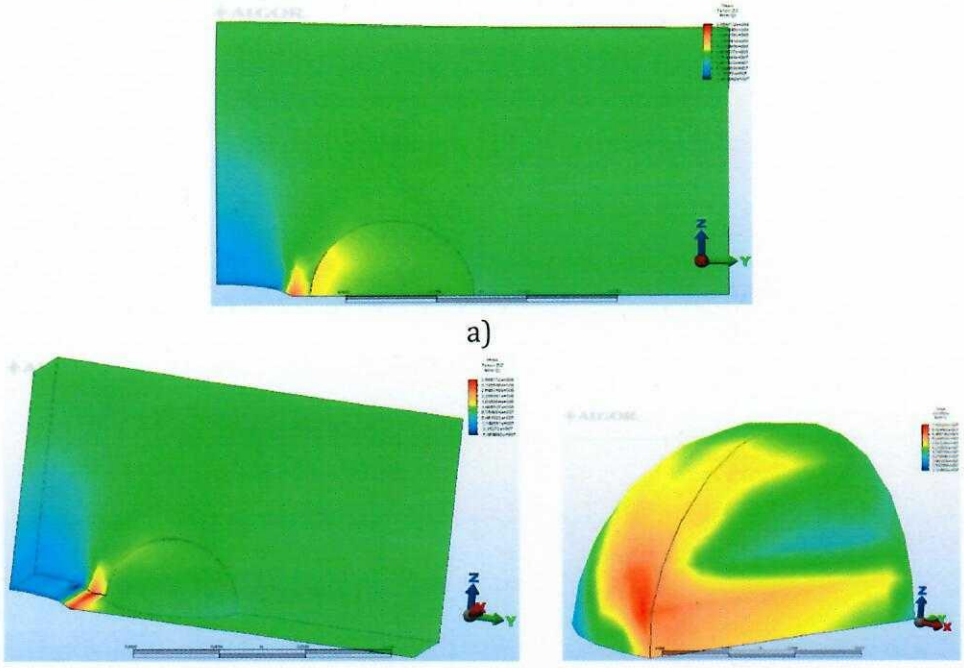
Vederea 1



Vederea 2

Fig. 11. 9. Diagramă spaţială reprezentând variaţia tensiunii σ_z pe direcţia fisurii cu „deplasarea" particulei de incluziune în poziţiile 1÷10 – aluminiu

11.4.2. Interpretarea rezultatelor – particula fragilă - beriliu



a) b) c)

Fig. 11.10. Harta tensiunilor pentru particula „dură" –Beriliu, pe direcția Z a solicitării. Vedere laterală; b)Vedere spațială-fără particula de incluziune; c) Particula de incluziune

Tab. 11.3. Variația tensiunilor σ_z – particula de beriliu

Nr. nod	Distanța [mm]	Fără Incl.	Cu incluziune									
			pas1	pas2	pas3	pas4	pas5	pas6	pas7	pas8	pas9	pas10
-4	0	-9.4										
-3	2.5	-10.4	-9.8	-9.8	-9.7	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8	-9.8
-2	5	-12.0	-11.7	-11.7	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.8	-11.9
-1	7.5	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0	-8.0
0	10	-38.1	-32.9	-36.3	-37.1	-37.5	-37.7	-37.9	-38.1	-38.2	-38.3	-38.4
1	12.5	336.3	321.7	329.6	331.7	332.4	333.2	334.0	334.7	335.2	335.6	335.9
2	15	182.9	165.4	177.2	182.1	184.6	185.8	187.0	187.7	188.1	188.5	188.9
3	15	154.8	185.6	177.2	182.1	184.6	185.8	187.0	187.7	188.1	188.5	188.9
4	17.5	136.8	163.4	134.9	143.7	148.2	149.9	151.7	152.5	153.1	153.5	153.8
5	17.5	127.4	163.4	160.6	143.7	148.2	149.9	151.7	152.5	153.1	153.5	153.8
6	20	121.3	147.7	148.3	115.0	126.2	129.3	132.4	133.7	134.4	134.9	135.3
7	20	117.0	147.7	148.3	147.1	126.2	129.3	132.4	133.7	134.4	134.9	135.3
8	22.5	113.7	138.3	139.1	139.5	104.8	113.0	121.1	123.1	124.3	125.0	125.5
9	22.5	111.1	138.3	139.1	139.5	139.2	130.2	121.1	123.1	124.3	125.0	125.5
10	25	108.9	132.1	132.8	133.4	133.8	122.5	111.3	115.2	117.2	118.3	119.0
11	25	107.0	132.1	132.8	133.4	133.8	122.5	111.3	115.2	117.2	118.3	119.0
12	27.5	105.5	127.7	128.2	128.7	129.2	111.4	93.6	107.2	111.0	113.0	114.1
13	27.5	104.0	127.7	128.2	128.7	129.2	129.6	129.9	107.2	111.0	113.0	114.1
14	30	102.7	124.3	124.7	125.1	125.5	126.0	126.4	90.1	104.1	107.8	109.8

15	30	101.5	124.3	124.7	125.1	125.5	126.0	126.4	126.8	104.1	107.8	109.8
16	32.5	100.4	121.7	122.0	122.3	122.6	123.0	123.4	123.7	87.3	101.6	105.3
17	32.5	99.3	121.7	122.0	122.3	122.6	123.0	123.4	123.7	124.2	101.6	105.3
18	35	98.1	119.7	119.9	120.0	120.2	120.5	120.8	121.2	121.5	85.1	99.6
19	35	97.0	119.7	119.9	120.0	120.2	120.5	120.8	121.2	121.5	122.1	99.6
20	37.5	95.8	118.1	118.2	118.2	118.3	118.5	118.7	119.0	119.3	119.7	83.3
21	37.5	94.6	118.1	118.2	118.2	118.3	118.5	118.7	119.0	119.3	119.7	120.3
22	40	93.0	79.8	116.8	116.9	116.8	116.9	117.0	117.2	117.4	117.8	118.1
23	40	93.5	117.3	116.8	116.9	116.8	116.9	117.0	117.2	117.4	117.8	118.1
24	42.5	-9.4	94.8	79.0	115.7	115.7	115.7	115.6	115.7	115.9	116.1	116.4
25	42.5	-10.4	94.8	116.3	115.7	115.7	115.7	115.6	115.7	115.9	116.1	116.4
26	45	-12.0	97.6	94.0	78.3	114.8	114.7	114.6	114.5	114.6	114.8	115.0
27	45	-8.0	97.6	94.0	115.4	114.8	114.7	114.6	114.5	114.6	114.8	115.0
28	47.5	-38.1	98.8	96.9	93.2	77.6	95.7	113.8	113.7	113.6	113.7	113.8
29	47.5	336.3	98.8	96.9	93.2	114.5	114.2	113.8	113.7	113.6	113.7	113.8
30	50	182.9	99.2	98.2	96.2	92.6	102.9	113.2	113.0	112.9	112.9	112.9
31	50	154.8	99.2	98.2	96.2	92.6	102.9	113.2	113.0	112.9	112.9	112.9
32	52.5	136.8	99.3	98.7	97.6	95.6	86.1	76.6	112.6	112.4	112.3	112.2
33	52.5	127.4	99.3	98.7	97.6	95.6	104.5	113.3	112.6	112.4	112.3	112.2
34	55	121.3	99.2	98.8	98.2	97.1	94.4	91.6	76.2	112.1	111.9	111.8
35	55	117.0	99.2	98.8	98.2	97.1	94.4	91.6	112.8	112.1	111.9	111.8
36	57.5	113.7	99.1	98.8	98.4	97.8	96.3	94.8	91.2	75.8	111.7	111.5
37	57.5	111.1	99.1	98.8	98.4	97.8	96.3	94.8	91.2	112.4	111.7	111.5
38	60	108.9	98.9	98.8	98.5	98.1	97.3	96.4	94.5	90.9	75.6	111.4
39	60	107.0	98.9	98.8	98.5	98.1	97.3	96.4	94.5	90.9	112.1	111.4
40	62.5	105.5	98.7	98.7	98.5	98.3	97.7	97.2	96.2	94.2	90.7	75.3
41	62.5	104.0	98.7	98.7	98.5	98.3	97.7	97.2	96.2	94.2	90.7	111.8
42	65	102.7	98.5	98.5	98.5	98.3	98.0	97.7	97.0	96.0	94.0	90.5
43	65	101.5	98.5	98.5	98.5	98.3	98.0	97.7	97.0	96.0	94.0	90.5
44	67.5	100.4	98.3	98.4	98.4	98.4	98.1	97.9	97.5	96.9	95.8	93.9
45	67.5		98.3	98.4	98.4	98.4	98.1	97.9	97.5	96.9	95.8	93.9
46	70		98.1	98.3	98.4	98.4	98.2	98.1	97.8	97.4	96.8	95.7
47	70		98.1	98.3	98.4	98.4	98.2	98.1	97.8	97.4	96.8	95.7
48	72.5		97.8	98.1	98.3	98.4	98.3	98.2	98.1	97.8	97.4	96.7
49	72.5		97.8	98.1	98.3	98.4	98.3	98.2	98.1	97.8	97.4	96.7
50	75		97.5	97.9	98.2	98.3	98.3	98.4	98.2	98.0	97.7	97.3
51	75		97.5	97.9	98.2	98.3	98.3	98.4	98.2	98.0	97.7	97.3
52	77.5		97.1	97.6	98.0	98.3	98.3	98.4	98.4	98.3	98.0	97.7
53	77.5		97.1	97.6	98.0	98.3	98.3	98.4	98.4	98.3	98.0	97.7
54	80		96.6	97.3	97.8	98.2	98.3	98.5	98.5	98.4	98.3	98.1
55	80.0		96.6	97.3	97.8	98.2	98.3	98.5	98.5	98.4	98.3	98.1
56	82.5			96.9	97.6	98.1	98.3	98.5	98.6	98.6	98.5	98.3
57	82.5			96.9	97.6	98.1	98.3	98.5	98.6	98.6	98.5	98.3
58	85				97.3	97.9	98.2	98.6	98.7	98.7	98.7	98.6

59	85				97.3	97.9	98.2	98.6	98.7	98.7	98.7	98.6
60	87.5					97.7	98.1	98.5	98.7	98.8	98.8	98.8
61	87.5					97.7	98.1	98.5	98.7	98.8	98.8	98.8
62	90						49.3	98.5	98.8	98.9	99.0	99.0
63	90						49.3	98.5	98.8	98.9	99.0	99.0
64	92.5							98.4	98.8	99.0	99.1	99.1
65	92.5							98.4	98.8	99.0	99.1	99.1
66	95								98.8	99.1	99.3	99.3
67	95								98.8	99.1	99.3	99.3
68	97.5									99.1	99.4	99.5
69	97.5									99.1	99.4	99.5
70	100										99.5	99.6
71	100										99.5	99.6
72	102.5											99.8
73	102.5											99.8

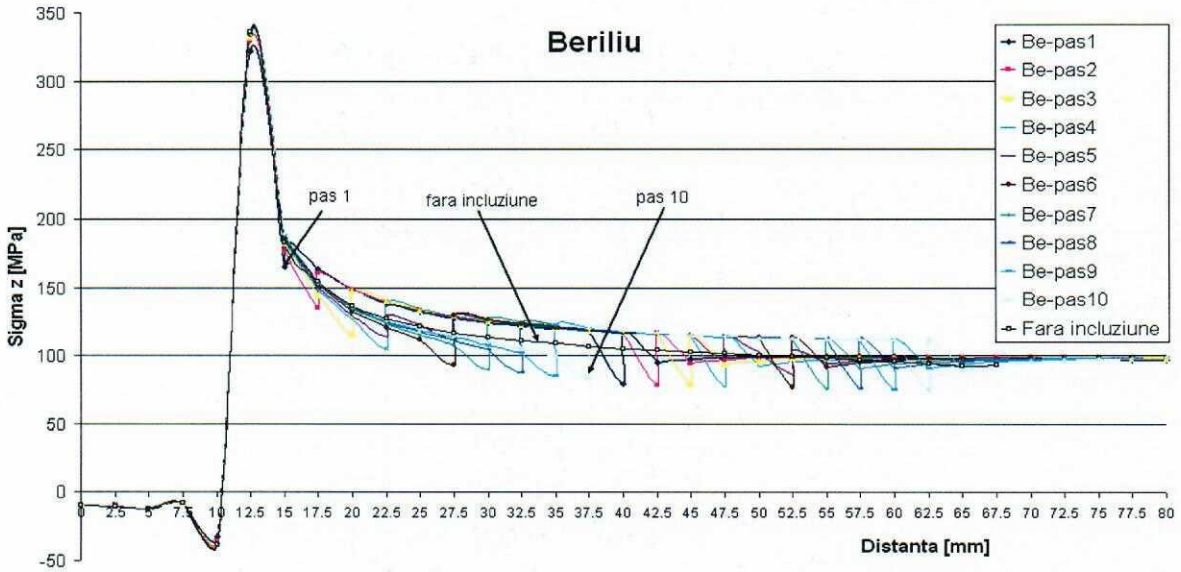


Fig. 11.11. Variaţia tensiunilor pe direcţia solicitării (σ_z) în raport cu distanţa de la vârful fisurii, în cazul deplasării particulei de Beriliu

Se constată următoarele, *figura 11.11* şi *figura 11.12*:
- în raport cu cazul fără incluziune, tensiunea la vârful fisurii este mai mică în cazul în care se introduce o particulă de incluziune mai dură decât materialul de bază şi în condiţiile în care această particulă se află în imediata vecinătate a fisurii;
- chiar dacă particula de incluziune se deplasează în raport cu vârful fisurii, tensiunea rămâne mai mică în nodurile dinspre vârful fisurii faţă de cazul absenţei incluziunii;
- în nodurile corespunzătoare prezenţei particulei de incluziune tensiunea are valori mai mari decât în cazul absenţei respectivei particule;
- tensiunea devine din nou mai mică în nodurile corespunzătoare zonei de material de după particula de incluziune în raport cu vârful fisurii.

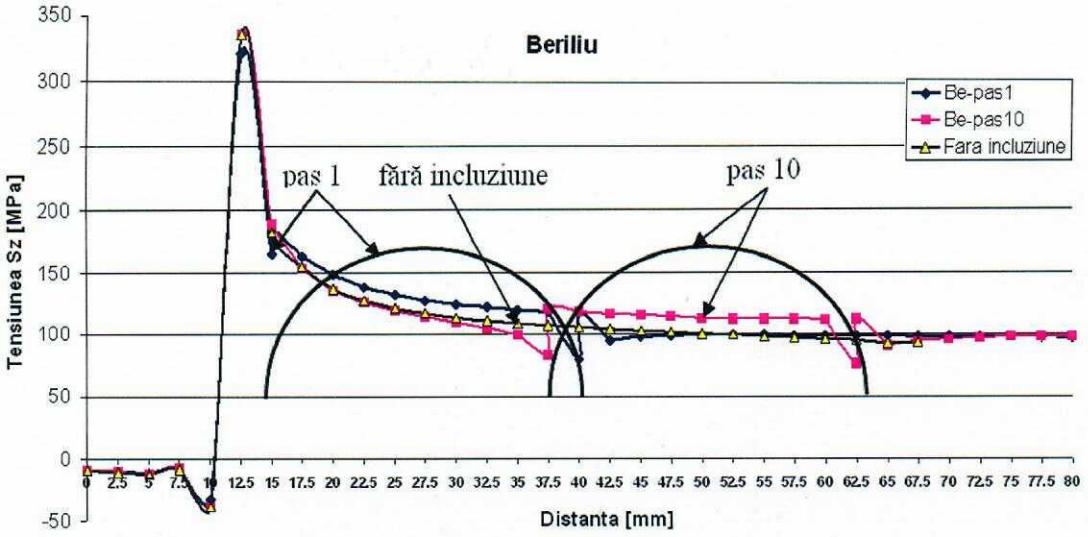
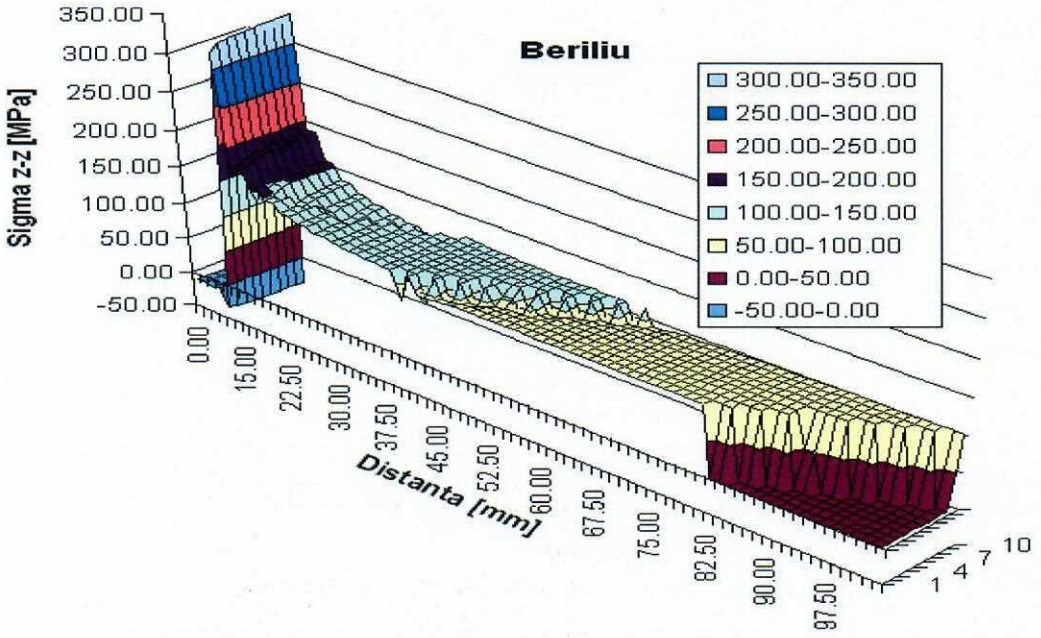


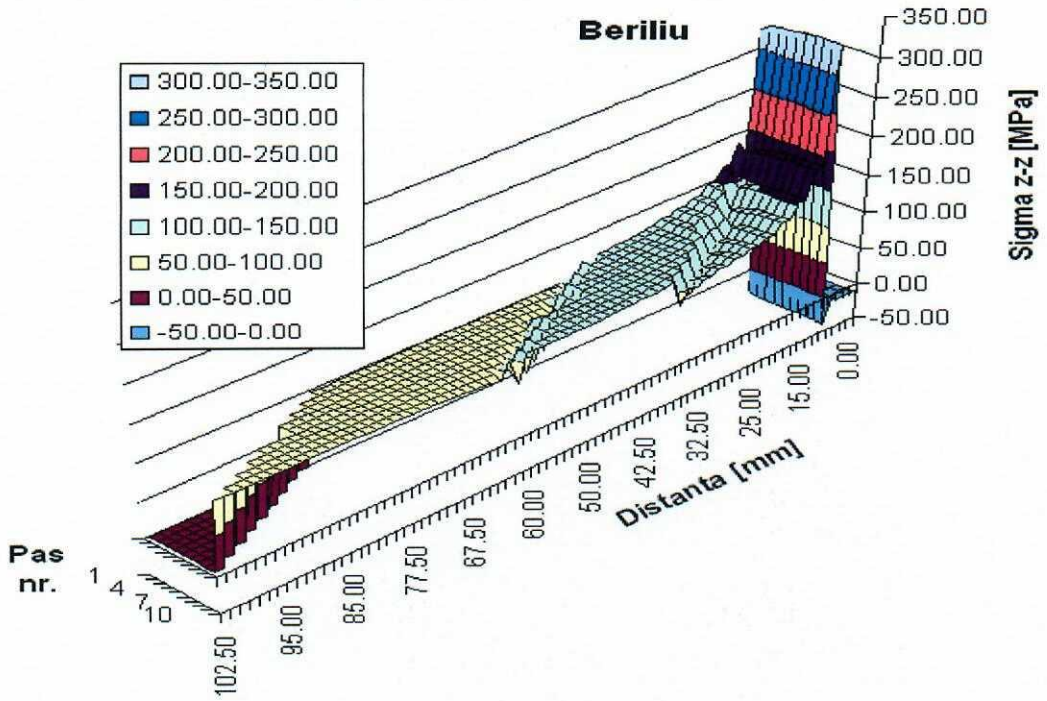
Fig. 11.12. Variaţia tensiunilor pe direcţia solicitării (σ_z)
în raport cu distanţa de la vârful fisurii, *pas1 şi pas10* - Beriliu

Din diagrama spaţială reprezentând variaţia tensiunii σ_z pe direcţia fisurii cu „deplasarea" particulei de incluziune în poziţiile 1÷10 – beriliu, dată de *figura 11.13* se constată următoarele:

- înainte de prezenţa particulei de incluziune tensiunea are tendinţa de scădere – *vederea 2*;
- în prezenţa particulei de incluziune se remarcă un palier al tensiunii σ_z cu valori mai mari decât cele înregistrate înaintea particulei;
- tot un palier al valorilor tensiunilor σ_z se remarcă şi în nodurile corespunzătoare de după particula de incluziune, cu specificaţia că aceste valori sunt mai mici decât cele corespunzătoare nodurilor din particula de incluziune.



Vederea 1



Vederea 2

Fig. 11. 13. Diagramă spațială reprezentând variația tensiunii σ_z pe direcția fisurii cu „deplasarea" particulei de incluziune în pozițiile 1÷10 – aluminiu

11.4.3. Comparații – Aluminiu - Beriliu

Considerații privind prezența particulei de incluziune în imediata vecinătate a vârfului fisurii – pasul 1

Se constată faptul că, prin introducerea unui particule din incluziune dintr-un material mai moale decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii crește în raport cu cazul fără incluziune, (*388 MPa în raport cu 336 MPa*), *figura 11.14*. Prin introducerea unui particule din incluziune dintr-un material mai dur decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii scade în raport cu cazul fără incluziune, (*321 MPa în raport cu 336 MPa*).

Ca urmare, dacă o microfisură preexistentă în material încă din faza de fabricare se propagă astfel încât vârful acesteia ajunge în imediata vecinătate a unei particule de incluziune ale căror caracteristici de material sunt astfel încât ea să fie mai ductilă decât materialul de bază, tensiunea la vârful respectivei fisuri va fi mai mare decât în cazul absenței particulei de incluziune. In aceste condiții există un factor suplimentar favorizant pentru propagarea în continuare a fisurii. Totuși, dacă solicitarea se aplică astfel încât drumul fisurii să treacă prin particula de incluziune, datorită caracteristicilor de material ale acesteia și datorită faptului că tensiunea, în nodurile corespunzătoare particulei de incluziune, este mai mică decât în aceleași noduri dar în cazul absenței particulei, este posibil ca fisura să se oprească chiar în această zonă. Dacă fisura „reușește" să treacă de particula de incluziune din material mai ductilă decât cel de bază, ea se va propaga în mod accelerat în continuare datorită faptului că, în nodurile corespunzătoare de după particula de incluziune tensiunile cresc din nou semnificativ.

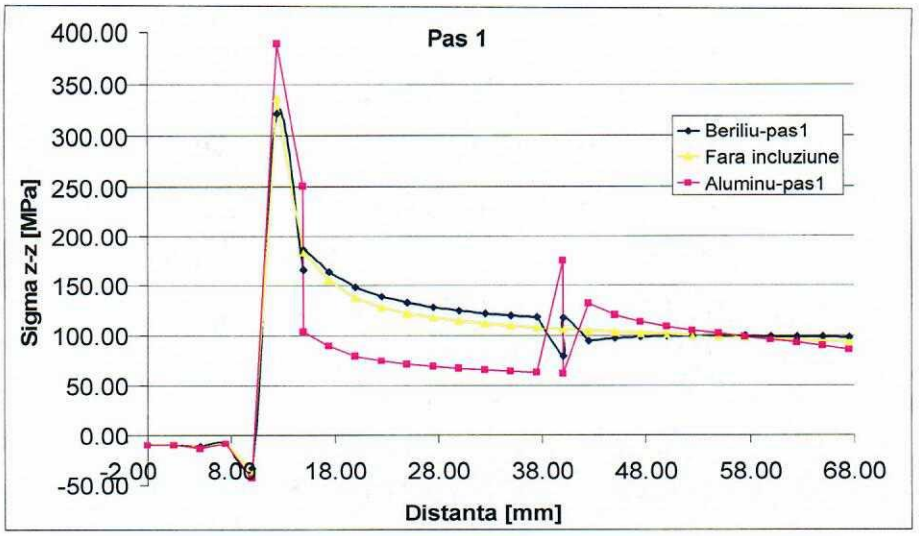


Fig. 11.14. Variaţia tensiunii σ_z în funcţie de distanţa faţă de vârful fisurii – *particula în pasul 1*

Atunci când, prin propagarea ei, o microfisură preexistentă în material încă din faza de fabricare, ajunge în imediata vecinătate a unei particule de incluziune ale căror caracteristici de material sunt astfel încât ea să fie mai „dură" decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii va fi mai mică decât în cazul absenţei particulei de incluziune. In aceste condiţii, este posibil ca fisura să nu se mai propage în continuare dacă ne aflăm la limita dintre propagare sau nepropagare. Totuşi, dacă în aceste condiţii fisura se propagă în continuare prin materialul particulei, atunci ea se va propaga în mod accelerat datorită faptului că tensiunea în nodurile corespunzătoare particulei de incluziune este mai mare decât tensiunea în aceleaşi noduri în condiţiile absenţei particulei de incluziune.

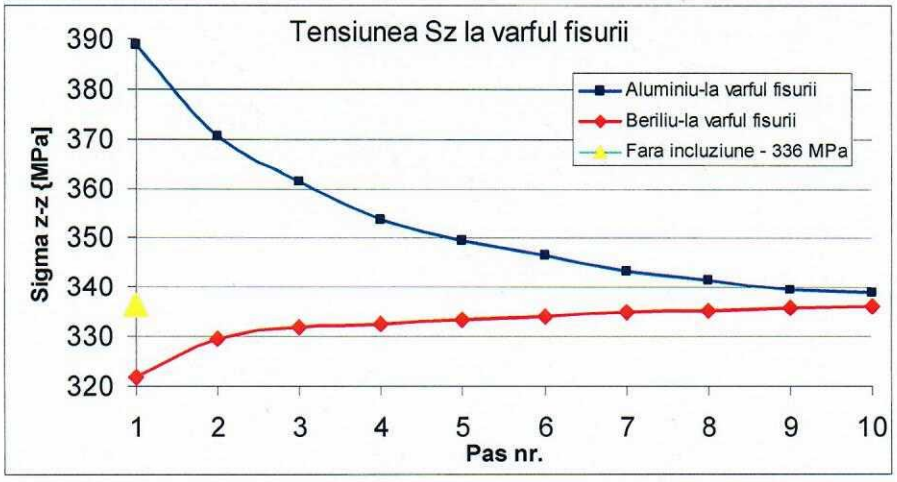


Fig. 11.15. Variaţia tensiunii σ_z la vârful fisurii atunci când particula se deplasează de la vârful fisurii spre exterior

Dacă fisura trece de particula de incluziune din material mai dur decât cel de bază – ceea ce este foarte probabil – este posibil ca propagarea să se oprească pentru că tensiunea din nodurile de după particula de incluziune scad în mod considerabil.

Aceleaşi consideraţii se pot face şi atunci când particula de incluziune este mai depărtată de vârful fisurii cu câteva observaţii:

- în cazul particulei mai ductile tensiunea la vârful fisurii scade pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, *figura 11.15;*
- în cazul particulei mai fragile tensiunea la vârful fisurii creşte pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, *figura 11.15;*

11.5. Concluzii

In prezenta lucrare s-a efectuat un studiu privind variaţia tensiunilor în materialele cu fisuri ce conţin particule dispersate având caracteristici diferite de ale materialului de bază. S-a constatat faptul că, prin dispersia unor particule din material cu proprietăţi diferite în raport cu materialul de bază, în imediata vecinătate a unei fisuri, distribuţia tensiunilor se schimbă.
Prin introducerea unor particule mai ductile decât materialul de bază, tensiunea de la vârful fisurii creşte semnificativ (*357 MPa în raport cu 306 MPa*), în schimb scade tensiunea în zona particulei de incluziune. In aceste condiţii, se poate face un studiu experimental, dintr-o astfel de perspectivă, având în vedere faptul că, deşi se întrunesc condiţiile pentru propagarea unei macrofisuri începând de la vârful fisurii existente, este posibil ca această propagare să se oprească în zona incluziunii.
Prin introducerea unei particule de incluziune mai „dură" decât materialul de bază, tensiunea la vârful fisurii scade (*275 MPa în raport cu 306 MPa*). In aceste condiţii, deşi tensiunea din zona corespunzătoare particulei de incluziune creşte în raport cu cazul fără particulă, este posibil ca fisura să nu înceapă să se propage.

BIBLIOGRAFIE

[1] V. Goanţă, O. Ciobanu, Evaluarea tensiunii critice de fisurare prin MEF pentru un material fragil ce conţine particule dispersate dure, Simpozionul Naţional de Mecanica ruperii, vol. I, Ploieşti, pg. 49-54, 1995.
[2] A.P. Verma A.P., Effective Fracture Toughness of Particulate Composites, IE(I) Journal-MM 62, 85, p. 59-64, 2004.
[3] A.N. Ayyar, N. Chawla, Microstructure-based modeling of crack growth in particle reinforced composites. Composites Science and Technology 66, p. 1980-1994, 2006.
[5] D. Bremberg, G. Dhont, Automatic crack-insertion for arbitrary crack growt, Eng. Fract. Mech. 75, p. 404-416, 2008.
[5] A. Bodnar, M. Chrzanowski, K. Nowak, P. Latus, Influence of small variations of initial defects upon crack paths in creeping plates – Continuum Damage Mechanics description, Eng. Fract. Mech. 75, p. 526-523, 2008.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 12

CALCULUL INTEGRALEI J PE BAZA ANALIZEI CU ELEMENTE FINITE

12.1. Conceptul integralei J
12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea J_{Ic}
12.3. Modelare
12.4. Rezultate obţinute
12.5. Prelucrarea datelor

12.1. Conceptul integralei J

Integrala J, introdusă de Rice în 1968 [1], ne oferă o măsură a intensităţii ***deformaţiei elasto-plastice*** în apropierea vârfului fisurii şi reprezintă un mijloc de a caracteriza rezistenţa la fisurare a materialului. In cadrul acestei lucrări, folosind analiza cu elemente finite, se va calcula valoarea integralei J pentru un material dat şi se va determina variaţia acesteia funcţie de deplasarea unei particule de incluziune în raport cu vârful fisurii. O modalitate de a extinde conceptele Mecanicii ruperii din domeniul linear-elastic în domeniul elasto-plastic o reprezintă determinarea integralei J propusă de către Rice, ca o metodă de caracterizare câmpului tensiune-deformaţie de la vârful fisurii. Din punct de vedere teoretic acest lucru se poate face pe baza unei integrale pe o suprafaţă sau după o curbă ce încadrează acea suprafaţă, curbă luată la o distanţă mare de vârful fisurii în raport cu dimensiunea acesteia. Din punct de vedere experimental această curbă poate fi luată mai aproape de vârful fisurii decât cea considerată teoretic.

Pentru definirea integralei J se porneşte de la ecuaţia bilanţului energetic ce se stabileşte în momentul propagării unei fisuri, deci a formării de noi suprafeţe:

$$W=W_0 + \Delta W_e + \Delta W_\gamma - L \qquad (12.1)$$

în care:

W_0 este energia de deformaţie elastică disponibilă atunci când fisura nu se propagă în timp (a=const.);

ΔW_e este variaţia energiei de deformaţie elastică ca urmare a propagării fisurii;

ΔW_γ este variaţia energiei superficiale ca urmare a formării noilor suprafeţe ale fisurii în extensie;

L este lucrul mecanic al forţelor exterioare.

Relaţia de mai sus este valabilă atât în condiţiile unor stări liniar - elastice cât şi pentru o stare plastică sau neliniar – elastică, restricţia de care trebuie să se ţină seama în acest caz constă în aceea că, la solicitări în domeniul plastic deformaţiile sunt ireversibile.

Instabilitatea în propagarea unei fisuri care străbate o grosime egală cu unitatea se produce atunci când este satisfăcută condiţia:

$$\frac{d}{da}(L-\Delta We)\geq\frac{d}{da}(\Delta W\gamma) \tag{12.2}$$

Integrala J reprezintă, prin definiţie, energia disponibilă pe unitatea de suprafaţă a fisurii în extensie. In acest caz:

$$J=\frac{d}{da}(L-\Delta We) \tag{12.3}$$

sau:

$$J=\frac{dWp}{da} \tag{12.4}$$

în care Wp=Wo+ΔWe-L este energia potenţială a sistemului.

Considerăm o placă având grosimea egală cu unitatea, solicitată elastic după modurile I şi II. Această placă conţine o fisură centrală de lungime **2a** la vârful căreia se consideră un contur închis Γ, *figura 12.1*.

După efectuarea unor transformări simple şi după efectuarea calculelor, integrala J devine:

$$J=\int_{\Gamma}Wdz-\int_{\Gamma}\frac{\partial Ui}{\partial x}ds \tag{12.5}$$

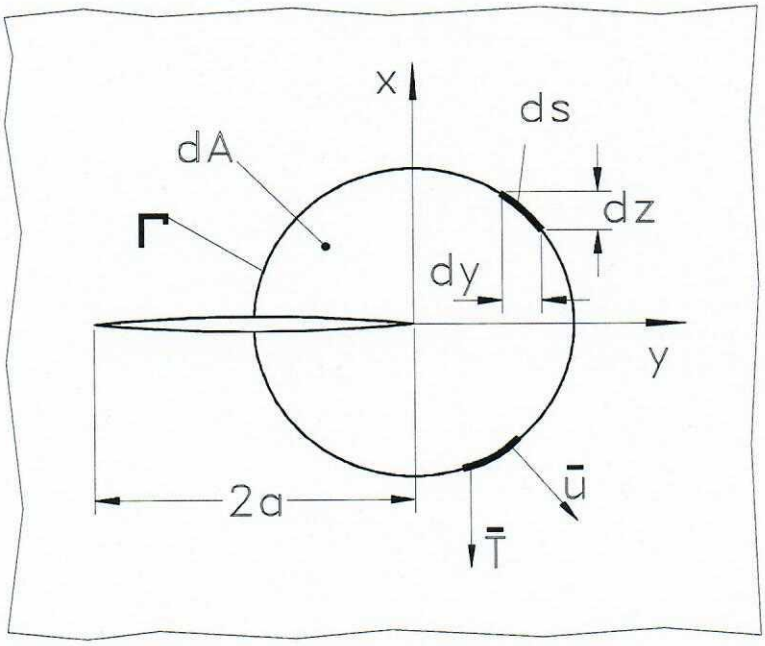


Fig. 12.1. Definirea integralei J

Se poate demonstra că valoarea acestei integrale **nu depinde de conturul parcurs** de la un flanc la celălalt al fisurii. Această din urmă observaţie ne va permite să alegem pentru

analiza cu elemente finite un *contur convenabil* pentru a avea cât mai puține variabile de determinat.

Pentru un comportament linear-elastic integrala J este identică cu energia disponibilă pentru propagarea fisurii pe unitatea de extensie a fisurii, G. Prin urmare, criteriul J_{Ic} de propagare a fisurii este identic cu criteriul K_{Ic}, acesta din urmă determinându-se în condiții de deformație linear-elastice.

$$J_{Ic} = G_{Ic} = \frac{(1-\nu^2)K_{Ic}^2}{E}$$

Integrala J este definită atât pentru un comportament elastic cât și pentru un comportament elasto-plastic:

$$J = \int_{\Gamma} \left(W \cdot dy - T\frac{\partial U}{\partial x} \cdot ds \right)$$

unde Γ este un contur oarecare în jurul vârfului fisurii. In *figura 12.1* se arată sistemul de axe cu origine la vârful fisurii și conturul curbei arbitrare Γ. W = densitatea energiei de deformație;

T = vectorul de tracțiune în funcție de normala exterioară *n* în lungul curbei Γ, $T_i=\sigma_{ij}\cdot n_j$;

U = vectorul deplasare;

s = Lungimea arcului în lungul curbei Γ.

Din *figura 12.2* se constată că nu există o formă predefinită a curbei Γ, condițiile impuse acesteia fiind să ajungă de la un flanc al fisurii la celălalt și să cuprindă în interiorul ei toată zona deformată plastic din vecinătatea vârfului fisurii.

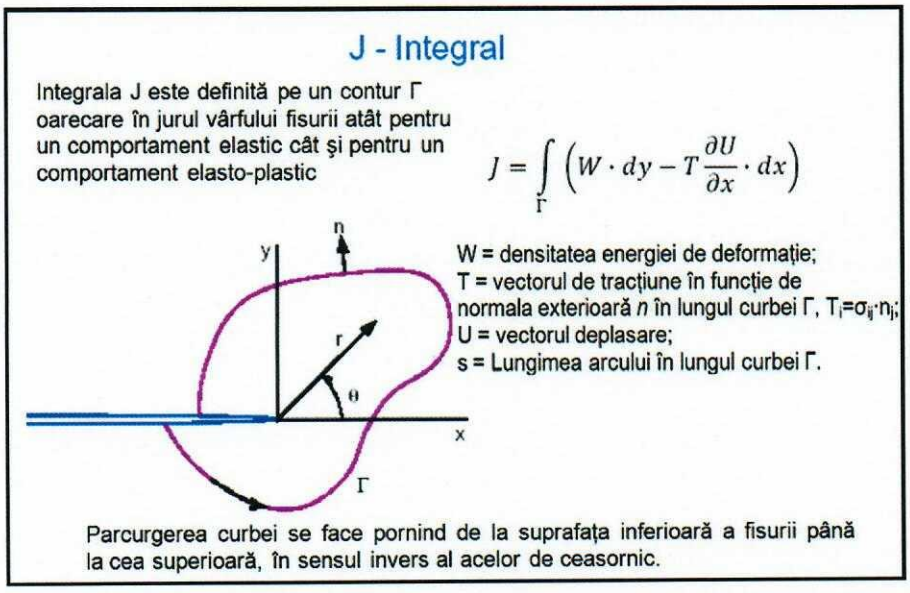


Fig. 12.2. Definirea integralei J

Metodologia de testare actuală este standardizată de ASTM E-813, utilizându-se fie mai multe probe identice, fiecare dintre acestea solicitându-se până la o anumită valoare a deformației, fie se utilizează o singură probă, caz în care aceasta se încarcă și se descărcă la

anumite valori ale deformației plastice. Atunci când se utilizează metoda determinării prin complianță se utilizează mai multe probe la care variază lungimea fisurii, de unde se obțin curbele de variația a forței în raport cu deplasarea punctelor de aplicație a forței (F în raport cu v). Valorile energiei pe unitatea de grosime (aria de sub curba F-v) se obțin pentru diferite valori ale lungimii fisurii inițiale în raport cu valorile deplasărilor v. Pantele acestor curbe reprezintă modificări ale energiei potențiale pe unitatea de grosime și pe unitatea de lungime de fisură propagată, și ca urmare integral J este dată de relația:

$$J = -\frac{1}{B} \cdot \frac{\partial U}{\partial a}$$

In *figura 12.3* se prezintă un exemplu ilustrativ pentru interpretarea integralei J. Dimensiunile și formele probelor, echipamentul și procedeul de testare sunt prezentate în ASTM-E813.

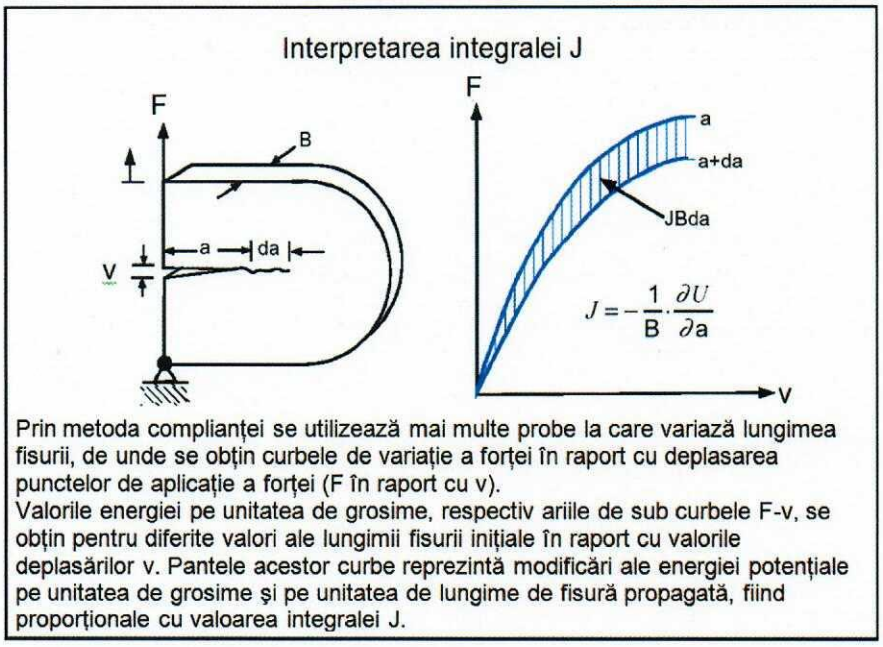


Fig. 12.3. Metoda complianței pentru determinarea tenacității la fisurare prin integrala J

Din datele analizate, *figura 12.4*, se calculează valorile integralei J pornind de la curba F în raport cu v. Utilizând relația $J=A/(B \cdot v(W-a_0) \cdot f(a_0/W))$, unde $f(a_0/W)$ reprezintă un factor de corecție pentru a o formă dată a probei. Pe curba J în raport cu Δa se construiește o curbă de aproximare $J=2 \cdot \sigma_c \cdot \Delta a$ cu $\sigma = \frac{\sigma_c}{\sigma_{max}}$. Se desenează o linie de aproximare pe diagrama J în raport punctele de extensie ale fisurii. Se includ numai punctele în care apare extensia fisurii. Când se produce extensia fisurii numai în zona întinsă punctul trebuie să se plaseze în partea de jos a curbei. Se elimină toate punctele care se află deasupra valorii dată de $J_{max}=B_0$.....verificarea finală a rezultatelor valabile făcându-se prin compararea dimensiunilor probei, B $B_0=W-a_0$, după cum urmează:

$$\alpha = \frac{(a, B \text{ sau } b_0)}{\frac{J_Q}{\sigma'}} \geq 25$$

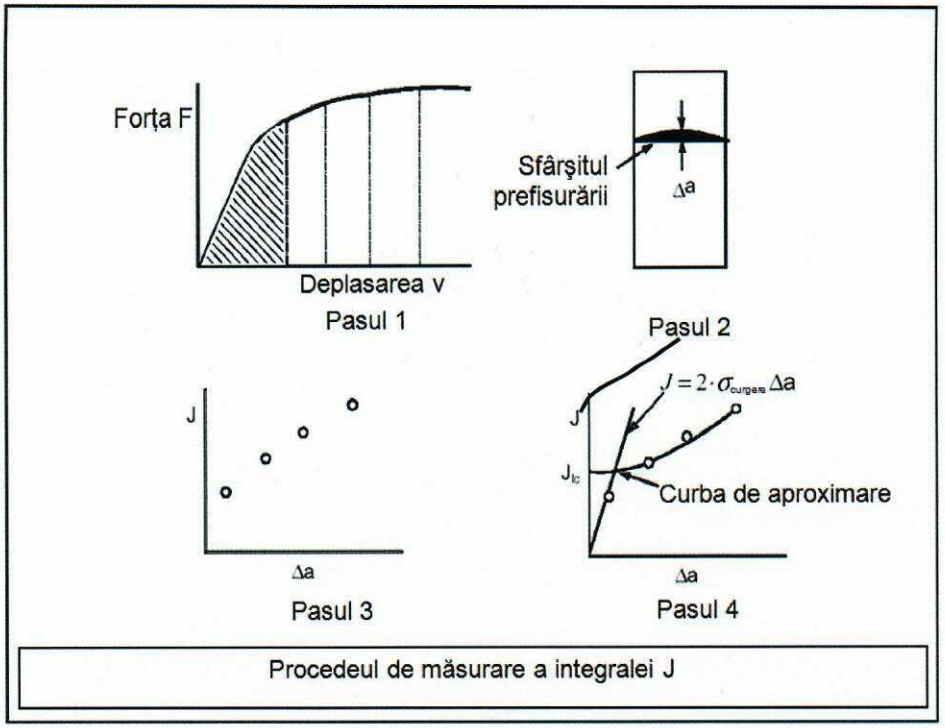


Fig. 12.4. Etapele pentru determinarea integralei J pre baza ASTM E-813

12.2. Metoda energiei pe unitatea de grosime pentru determinarea J_{Ic}

Prima metodă experimentală pentru determinarea integralei J (şi anume valoarea sa critică J_{Ic}, în *modul I* de fisurare atunci când are loc propagarea fisurii) a fost prezentată de Begley şi Landes în 1972. Metoda se bazează pe definiţia integralei $J = \left(-\frac{dW_p}{da} \right)$ şi necesită evaluarea grafică a acestei expresii. Metoda este ilustrată în *figura 12.5* care prezintă schematic procedeul grafic de obţinere a J_{Ic}.

Acest procedeu este următorul:

1. Se trasează diagramele încărcare-deplasare pentru un număr de probe prefisurate la diferite lungimi ale fisurilor (a_1, a_2, a_3, etc.), *figura 12.5a*. Aria de sub curba încărcare deplasare reprezintă energia pe unitatea de grosime notată cu W_1. Astfel, aria haşurată din *figura 12.5a* este egală cu termenul energetic W_1 pentru proba cu lungimea fisurii a_3 încărcată până la deplasarea v_3;

2. Pentru anumite valori constante ale deplasării v, se trasează variaţia energiei W_1 în funcţie de lungimea fisurii, *figura 12.5b*;

3. Pantele negative ale curbelor W_1-a, respectiv $\left(-\frac{\partial W_1}{\partial a} \right)_{v=const.}$, sunt trasate în raport cu deplasările, pentru orice lungime dorită a fisurii, între cea mai scurtă şi cea mai lungă dintre deplasările utilizate în încercare, *figura 12.5c*. Întrucât energia de deformaţie elastică a probei

este egală cu energia cedată acesteia rezultă că $\left(-\frac{\partial W_1}{\partial a}\right)_v$ este egală cu $\left(-\frac{\partial W_a}{\partial a}\right)_v$. In secţiunea 4.2 din curs, definiţia energetică a lui J a fost dată astfel:

$$J = -\frac{dW_p}{da}$$

Întrucât pentru propagarea fisurii, în condiţiile în care proba este fixată, nu se efectuează lucru mecanic prin sistemul de încărcare rezultă că:

$$J = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial a}\right)_v = -\left(\frac{\partial W_e}{\partial a}\right)$$

Ca urmare, *figura 12.5c* prezintă în fapt curbele J-v pentru anumite lungimi ale fisurilor.

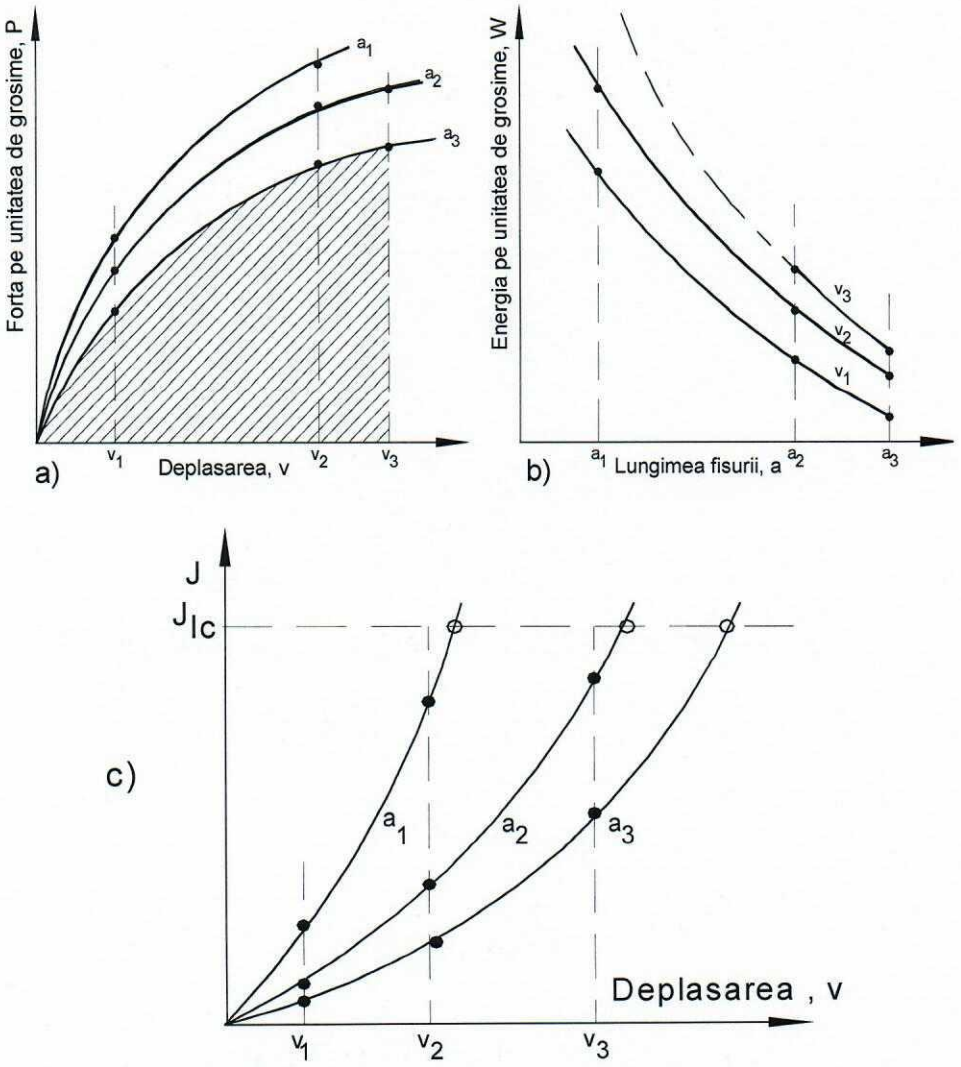


Fig. 12.5. Procedeul grafic utilizat pentru determinarea J_{Ic}

4. Cunoaşterea deplasărilor v, atunci când are loc începutul propagării fisurii, necesită determinarea J_{Ic} din curba J-v pentru fiecare lungime iniţială a fisurii. In *figura 12.5c* valoarea lui J_{Ic} este prezentată schematic ca fiind constantă (caz ideal) şi aşa şi trebuie să fie dacă admitem că integrala J este un criteriu propriu pentru începutul propagării fisurii. Punctul slab al acestei proceduri îl reprezintă determinarea deplasării critice. Pentru unele materiale, punctul de maxim al diagramei încărcare-deplasare coincide cu începutul propagării fisurii. Pentru alte materiale sunt necesare procedee suplimentare de identificare a începutului propagării fisurii. Acest procedeu implică un număr destul de mare de date utilizate şi trasarea anumitor grafice care trebuie să se facă cu o acurateţe foarte bună. In aceste condiţii, se pot introduce erori în fiecare pas al abordării acestei proceduri. Fiind în legătură directă cu definiţia energetică a integralei J, această metodă este de referinţă pentru verificarea celorlalte metode.

12.3. Modelare

Soluţia prezentată în această lucrare se referă la un model bidimensional ca cel din *figura 12.6.*

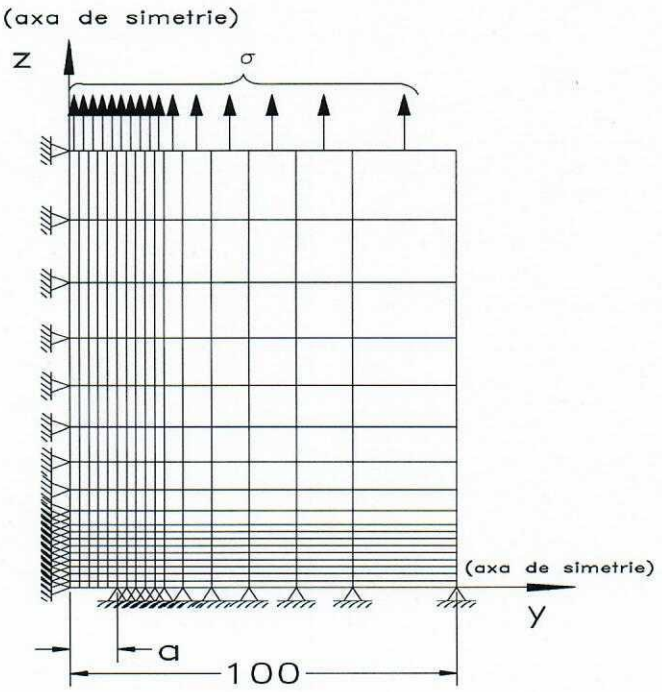


Fig. 12.6. Reţeaua de discretizare

Acest model este format din elemente patrulatere bidimensionale cu patru noduri. Datorită simetriei geometrice şi simetriei de încărcare se analizează numai un sfert din placă ce conţine o fisură centrală străpunsă. Pentru păstrarea deplasărilor, modelului iniţial i se împiedică deplasările după *axa z* pentru toate nodurile reţelei aflate pe *axa de simetrie y* şi deplasările după *axa y* pentru toate nodurile reţelei aflate pe axa de *simetrie z.* Fisura a fost modelată lăsând deplasarea liberă pentru toate nodurile de pe axa z care au ordonata z=0 şi abscisa y<20 mm. Considerând materialul omogen şi izotrop, analiza cu elemente finite se

bazează pe schematizarea curbei caracteristice prin două segmente de dreaptă (*figura 12.7*) şi anume: segmentul OA înclinat faţă de Oε cu unghiul α (tgα=E - modulul de elasticitate longitudinal al materialului) şi segmentul AB înclinat cu unghiul β (tgβ= Ep - modulul de plasticitate).

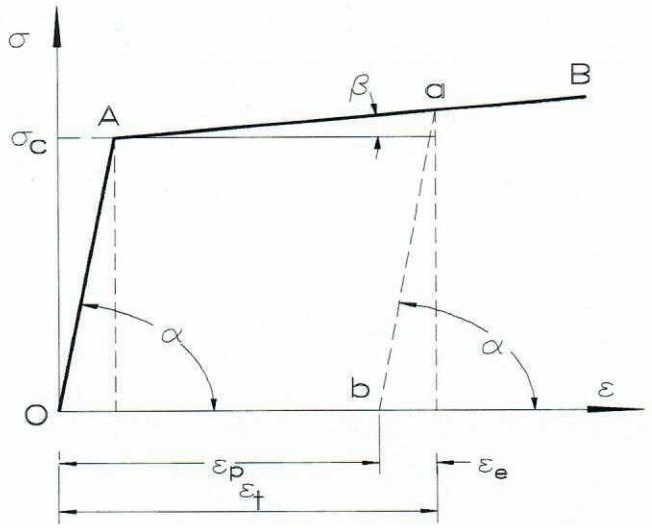


Fig. 12.7. Schematizarea curbei caracteristice

O diagramă de acest fel este denumită cuba caracteristică cu întărire; ea are la bază ipoteza întăririi, adică se presupune că, şi după depăşirea limitei de curgere deformaţiile cresc proporţional cu tensiunile (evident după o dreaptă cu pantă diferită).

Datele ce caracterizează materialul folosit în cadrul analizei cu elemente finite sunt: $E=21\cdot10^4$ MPa, $\nu=0,3$, $Ep = 0,7\cdot10^4$ MPa şi $\sigma_C = 250$ MPa.

Pentru ca indicaţiile relative la tensiunile şi deformaţiile stabilite în fiecare nod al reţelei de discretizare să fie cât mai corecte trebuie să se ţină seama de faptul că atunci când avem de-a face cu o comportare plastică de ansamblu a probei, anumite zone au deformaţii ireversibile. De aceea, analiza cu elemente finite se va efectua în două etape.

Intr-o primă etapă se reţin toate nodurile în care se depăşeşte limita de curgere σ_c.

Se trece apoi la pasul al doilea al analizei când deplasările plastice ale diferitelor noduri se impun de la început. Se va obţine o nouă stare de tensiuni în jurul fisurii care ţine seama de deformaţiile remanente suferite ca urmare a plasticităţii materialului.

Aşa cum s-a afirmat, valoarea integralei J nu depinde de forma curbei Γ din jurul fisurii. Astfel, ne vom alege pentru aceasta traseul din *figura 12.8*.

Curba Γ aleasă cuprinde un număr *j* de puncte pe orizontală (BC) şi un număr *i* de puncte pe verticală (AB + CD). Acestea se află între ele la distanţa $\Delta z=\Delta y=2$ mm.

Având în vedere discretizarea, relaţia pentru integrala J va fi:

$$J = 2\left[\frac{dz}{E}\sum_i\left(\sigma_{yi}^2 - \nu\sigma_{yi}\sigma_{zi}\right) - \sum_j\left(\frac{dy}{E}\sigma_{yi}^2 + \frac{dy}{G}\tau_{zj}^2\right)\right]$$

Astfel, pentru fiecare nod în parte va trebui să reţinem tensiunile σ_y, σ_z şi τ_z.

Coeficientul 2 provine din simetria curbei Γ faţă de axa y.

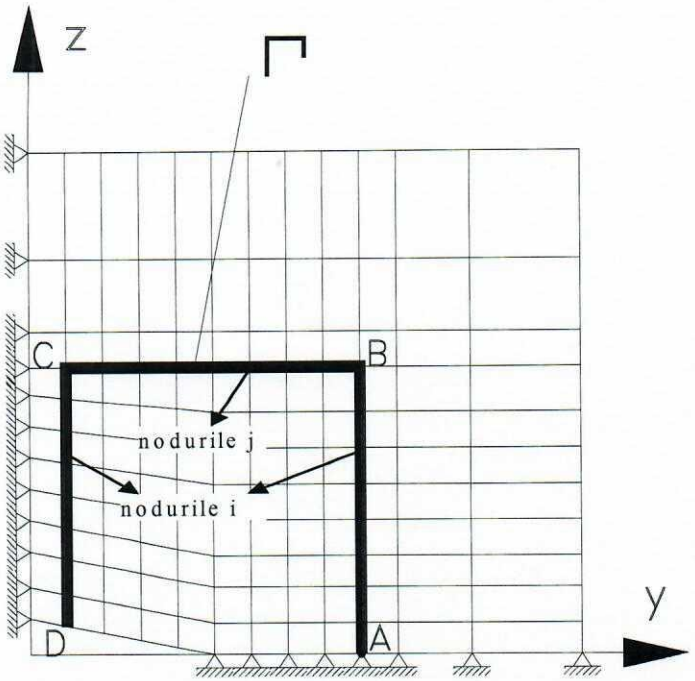


Fig. 12.8. Curba Γ din jurul fisurii

12.4. Rezultate obținute

Analiza neliniară efectuată asupra rețelei inițiale conduce la o anumită stare de tensiuni. Tensiunile maxime din imediata vecinătate a vârfului fisurii se pot observa în *figura 12.9*.

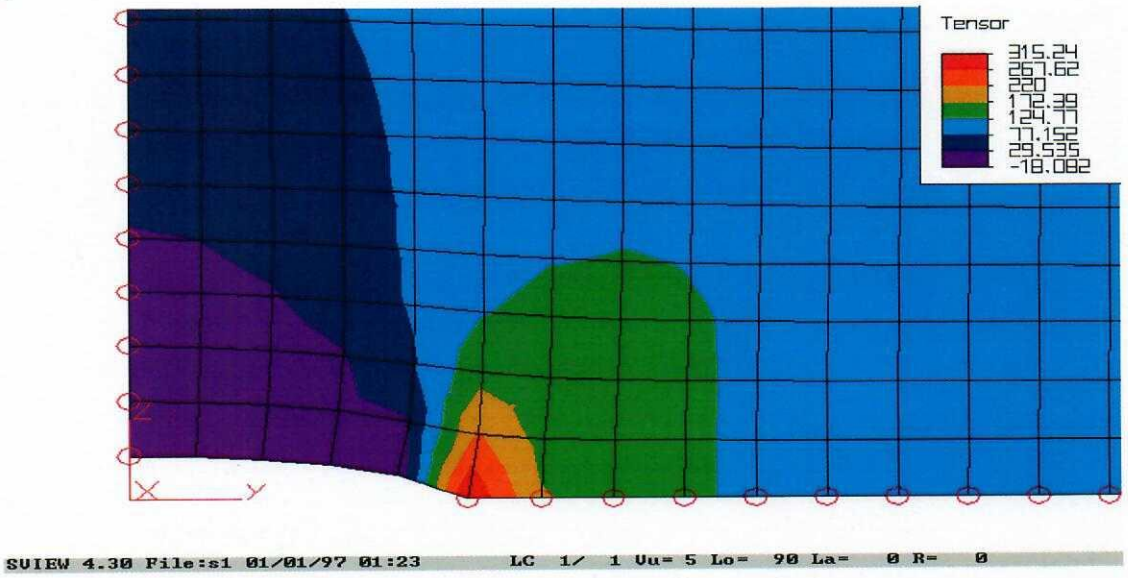


Fig. 12.9. Reprezentarea tensiunilor maxime, σ_{zz}

Pentru fiecare punct de pe curba Γ se vor reține, într-un tabel de forma 12.1, tensiunile σ_{yk}, σ_{zk}.și τ_{yzk}.

Tab. 12.1. Tensiuni reținute și modul de calcul

Nr. crt.	Nr. nod	σ_{yk}	σ_{zk}	τ_{zk}	$2\left[\frac{dz}{E}\sum_i\left(\sigma_{yi}^2-\mu\sigma_{yi}\sigma_{zi}\right)-\sum_j\left(\frac{dy}{E}\sigma_{yj}^2+\frac{dy}{G}\tau_{zj}^2\right)\right]$
					$J=2\left[\frac{dz}{E}\sum_i\left(\sigma_{yi}^2-\mu\sigma_{yi}\sigma_{zi}\right)-\sum_j\left(\frac{dy}{E}\sigma_{yj}^2+\frac{dy}{G}\tau_{zj}^2\right)\right]$

Pentru calculul integralei J se folosesc tabele de forma *tabelului 12.2* ce conține relații de calcul predefinite.

Tab. 12.2. Calculul integralei J

nod	Nr. crt	σ_{2y}	σ_{2z}	τ_{2yz}	σ_{2yi}^2	σ_{2yj}^2	$\sigma_{2yi} * \sigma_{2zi}$	τ_{2yzj}^2
3	1	-113.9	-20.54	-69.44	12973.2		2339.506	
42	2	-26.47	8.78	-17.30	700.66		-23 407	
83	3	10.88	18.74	-9.12	118.374		203.8912	
124	4	16.94	3 86	-7.44	286.963		556.6484	
163	5	14.40	50.35	0.04	207.36		725.04	
206	6	7.92	64.24	8.72	6 75808		508.9093	
245	7	1.04	74.35	16.85	1.0816	1.0816	77.324	283.92
246	8	-6.60	90.02	15.84		43.6128		250.90
247	9	-15.30	107.70	21.73		234.09		47 192
248	10	-23.29	121.00	3 64		54 4241		1065.3
249	11	-29.11	12 40	43.03		847.392		1851.5
250	12	-3 69	107.80	45.40		1068.63		2061.1
251	13	-37.11	79.16	33.11		1377.15		1096.2
252	14	-4 40	5 24	1 02		1797.76		144.48
253	15	-44.78	43.20	-0.33		2005.24		0.1059
254	16	-44.31	43.87	- 48		1963.37		6.1404
255	17	-41.91	43.56	-4.53		1756.44		20.520
256	18	-36.13	53.04	-4.39		1305.37		19.228
257	19	-28.09	77.89	5.15		789.048		26.543
258	20	-2 41	104.10	20.74		50 2081		430.14
259	21	-19.28	12 10	36.03		371.718		1298.1
260	22	-16.17	131.80	49.23		261.468		2423.5
261	23	-1 75	135.00	59.02		16 5625		3483.
262	24	-9.19	134.30	65.37		84.5296		4273.2
263	25	-5.83	131.80	69.04		33.9655		4766.5
264	26	-3.02	128.60	70.71		9.09022		4999.9
265	27	-0.86	125.40	71.06		0.73102		5049.5

266	28	0.69	12 30	70.56		0.46922		4978.7
267	29	1.70	119.60	69.57	8.93401	893401	203.4396	4839.9
228	30	5.54	119.20	71.67	30.6916		660.368	
185	31	9.62	118.50	73.02	95.8288		1140.207	
146	32	13.55	117.60	73.38	183.602		1593.48	
107	33	16.85	116.90	7 62	283.922		1969.765	
66	34	19.05	116.30	70.75	369.025		2215.515	
25	35	19.83	116.10	69.75	393.228		2302.63	
					15700.2	15161.2	14263.95	43841.
					17.8106			176.09
					J=	**193.90**		

In matricea de bază a materialului se introduce o particulă de incluziune pentru a studia variaţia integralei J la deplasarea acestei particule în raport cu vârful fisurii. Pentru a simula prezenţa unei particulei de incluziune, confecţionată din material cu proprietăţi diferite de cele ale materialului de bază, în imediata vecinătate a fisurii s-a introdus o particulă cu următoarele proprietăţi de material, *figura 12.10*:

- pentru materialul de bază: $E=2{,}1\cdot10^5$ N/mm^2 şi $\nu=0{,}3$;
- pentru particula de incluziune:$E=2{,}4\cdot10^5$ N/mm^2 şi $\nu=0{,}25$.

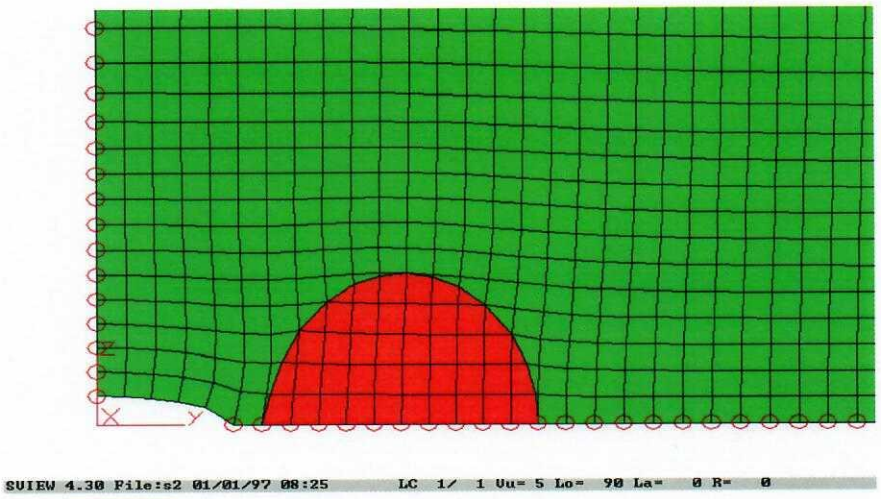


Fig. 12.10. Particula de incluziune

Tensiunile în imediata vecinătate a fisurii se modifică în raport cu cazul iniţial, *figura 12.11*.

Tensiunile σ_y, σ_z şi τ_{yz} se trec într-un tabel de forma *tabelului 12.2* ce conţine relaţiile de calcul prestabilite pentru calculul integralei J. *Tabelul 2* conţine cazul particulei din *figura 12.11*.

Aceeaşi particulă se modelează (deplasează) în poziţii diferite de-a lungul axei y, în poziţiile notate cu s2, s3 ÷ s9. In *figura 12.12* este reprezentată harta tensiunilor atunci când particula de incluziune este plasată cu partea frontală în poziţia ultimă s9.

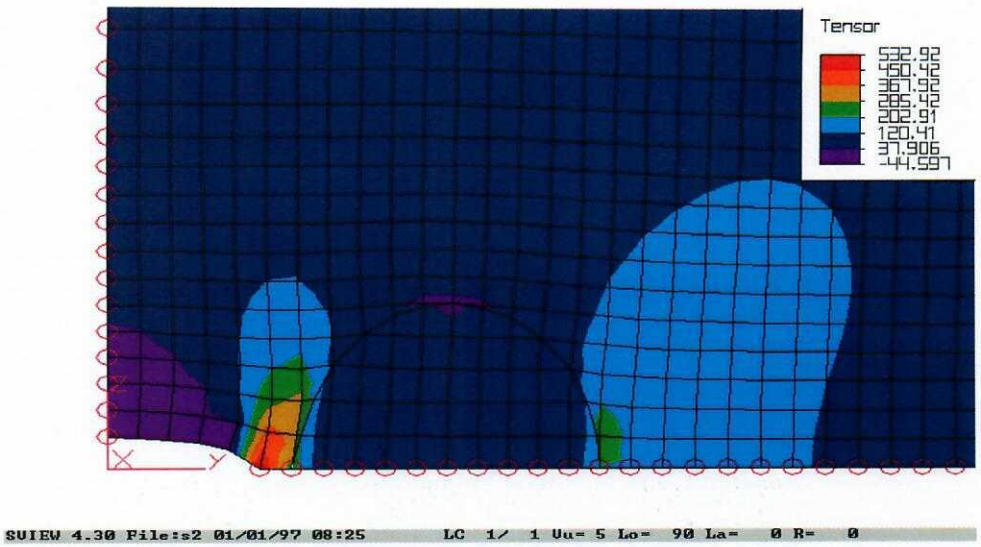


Fig. 12.11. Harta tensiunilor în prezența particulei de incluziune

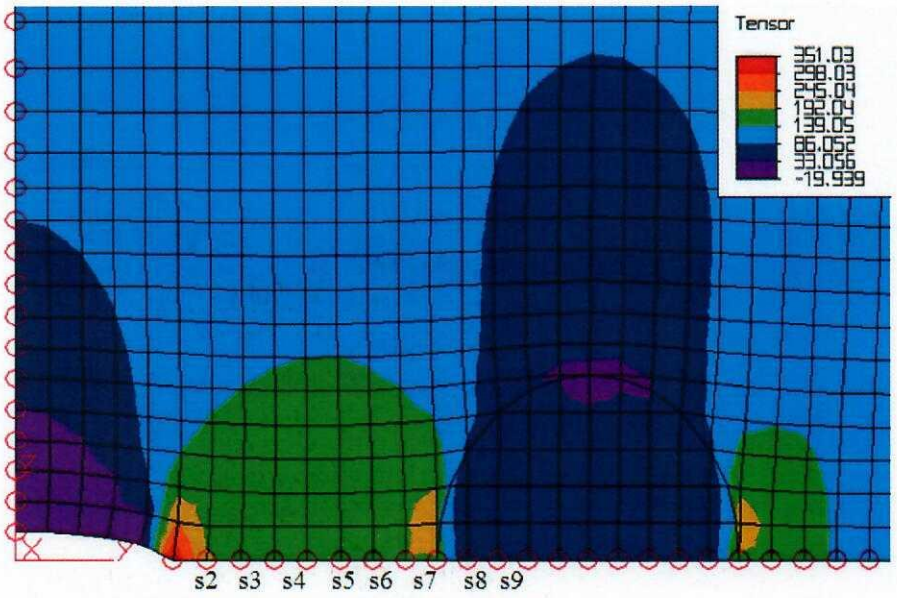


Fig. 12.12. Particulă de incluziune dură deplasata de vârful fisurii

Pentru fiecare deplasare a particulei de incluziune în pozițiile s2÷s9, tensiunile σ_y, σ_z și τ_{yz} se trec într-un tabel de forma *tabelului 2* din care rezultă automat pe baza relațiilor de calcul prestabilite, valoarea integralei J.

12.5. Prelucrarea datelor

In *tabelul 12.3* sunt date aceste valori pentru fiecare pas al deplasării particulei de incluziune.

Curba de variație a *integralei J* funcție de deplasarea particulei de incluziune este prezentată în *figura 12.13.*

Tab. 12.3. Prelucrarea datelor

Nr. crt.	Poziție particulă	Distanța față de frontul fisurii [mm]	Integrala J [N*mm]
0	Fără particulă	-	86,50
1	S2	2	193,91
2	S3	4	194,06
3	S4	6	197,68
4	S5	8	202,52
5	S6	10	228,16
6	S7	12	213,66
7	S8	14	219,88
8	S9	16	217,39

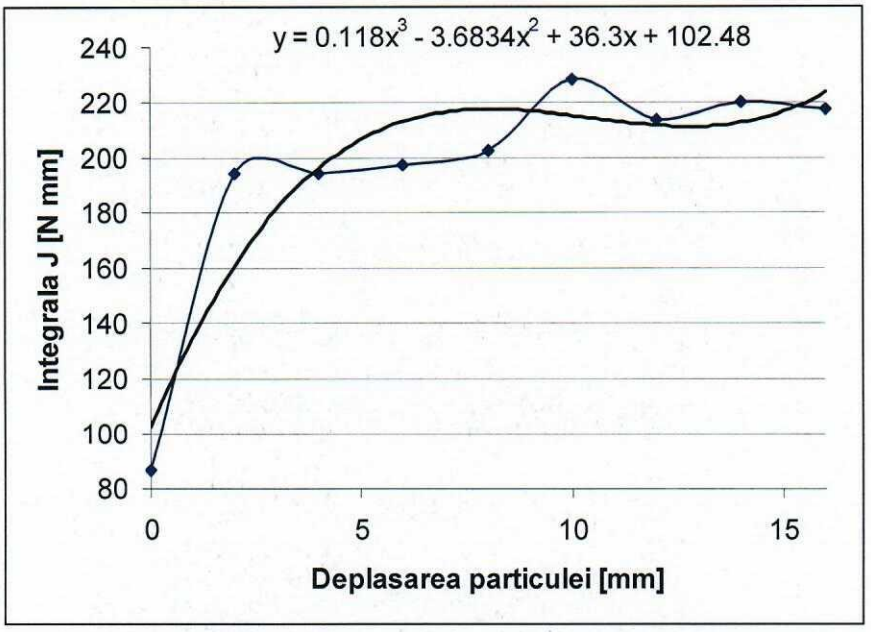


Fig. 12.13. Variația integralei J cu deplasarea particulei de incluziune

Se constată faptul că, pe măsură ce particula de incluziune se depărtează de vârful fisurii, integrala J tinde să aibă o aceeași valoare.

BIBLIOGRAFIE

[1] V. Goanță, V. Palihovici, Calculation of J-Integral by the Analysis of Finite Elements, Buletinul Institutului Politehnic Iași, Tomul XLV(IL), fasc. 1-2, pg. 241-248, 1999.

[2] J.R. Rice, P.C. Paris, J.G. Merkle, Some further results of J-integral analysis and estimates. National Symposium on Fracture Mechanics; 6th; Philadelphia, PA, August 28-30, 1972.

[3] J.R. Rice, G.F. Rosengren, Plain strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, J. Mech. Phys. Solids, 16: 1-12, 1968.
[4] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, J. Appl. Mech., 35: 379-386, 1968.
[5] J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, 35, pp. 379–386, 1968
[6] R.A. Schapery, Correspondence principles and a generalised J Integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media, Int. J. Fract., 25: 195-223, 1984.
[7] G. P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 31(3), pp. 503–512, 1967
[8] R.F. Lee, J.A. Donovan, J-integral and crack opening displacement as crack initiation criteria in natural rubber in pure shear and tensile specimens, Rubber chemistry and technology, 60(4), 674–688. 1987.
[9] M. Yoda, The J-integral fracture toughness for Mode II, Int. J. of Fracture, 16(4), pp. R175–R178, 1980.
[10] J.W. Hutchinson, J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 16 (1): 13–31, 1968.

MECANICA RUPERII - LABORATOR 13

MODELAREA PROPAGARII FISURII IN MODULUI MIXT DE SOLICITARE LA INTRODUCEREA UNEI PARTICULE DE INCLUZIUNE

13.1. Moduri de propagare a fisurii
13.2. Realizarea discretizării inițiale
13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse
13.4. Rezultate obținute
13.5. Interpretarea rezultatelor
13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare
13.7. Modul mixt de solicitare și introducerea unei particule de incluziune

13.1. Moduri de propagare a fisurii

O încărcare perpendiculară pe direcția de fisurare (90^0) și pe planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul I. O încărcare paralelă cu direcția de fisurare (0^0) și paralelă cu planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul II. O încărcare perpendiculară cu direcția de fisurare (0^0) și paralelă cu planul fisurii produce solicitarea acesteia în modul III, *figura 13.1*. In *tabelul 13.1* se prezintă principalele caracteristici ale modurilor de propagare a fisurii. Aceste caracteristici sunt date ținând cont de deplasarea punctelor după rupere, inițial legate, în raport cu planul de fisurare, cu direcția de fisurare și cu frontul fisurii și ținând cont de direcția forțelor aplicate în raport cu planul de fisurare, cu direcția de fisurare și cu frontul fisurii.

Tab. 13.1. Caracteristici ale modurilor de propagare a fisurii

Moduri de propagare a fisurii	**Deplasare puncte inițial legate**	**Direcția forțelor**
Modul I	⊥ pe planul de fisurare ⊥ pe direcția de fisurare ⊥ pe frontul fisurii	⊥ pe planul de fisurare ⊥ pe direcția de fisurare ⊥ pe frontul fisurii
Modul II	|| pe planul de fisurare || pe direcția de fisurare ⊥ pe frontul fisurii	|| pe planul de fisurare || pe direcția de fisurare ⊥ pe frontul fisurii
Modul III	|| pe planul de fisurare ⊥ pe direcția de fisurare ||pe frontul fisurii	|| pe planul de fisurare ⊥ pe direcția de fisurare || pe frontul fisurii

Pentru o înclinare intermediară între încărcare şi direcţia de fisurare solicitarea este în ***modul mixt***. In vederea stabilirii stării de tensiune din imediata vecinătate a fisurii pentru modul mixt de solicitare, se recurge la analiza cu elemente finite pe baza programului ALGOR, partea de analiză elastică.

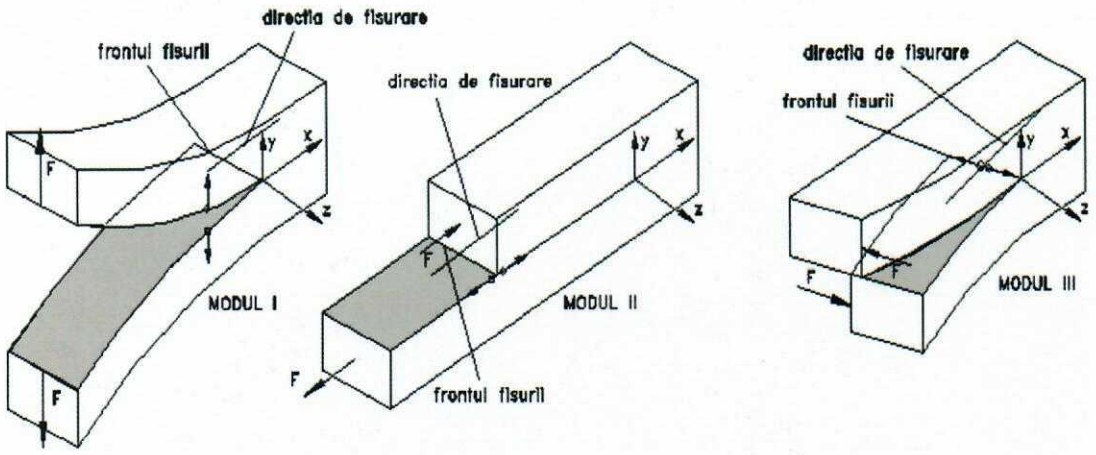


Fig. 13.1. Moduri de solicitare

13.2. Realizarea discretizării iniţiale

Crearea modelului de bază se face semiautomat: se porneşte de la elementele de bază ale reţelei utilizându-se în final partea automată a programului în vederea construirii reţelei de elemente. O caracteristică specifică a acestei analize constă în faptul că trebuie să se asigure o aceeaşi distribuţie a elementelor reţelei, cel puţin în imediata vecinătate a fisurii, pentru orice înclinare a acesteia. Această distribuţie simetrică va permite obţinerea de rezultate comparabile, fără introducerea unor erori mari.

In cele ce urmează se va face o analiză a distribuţiei tensiunilor în apropierea vârfului fisurii. Această analiză are ca scop studiul variaţiei tensiunilor în raport cu înclinarea direcţiei fisurii şi cu direcţia de solicitare. Se urmăreşte a se stabili modul în care variază atât tensiunea de la vârful fisurii cât şi tensiunea maximă pe direcţia fisurii cu înclinarea acesteia în raport cu direcţia de solicitare. In aceste condiţii, s-a adoptat configuraţia reţelei care este prezentată în cadru general în *figura 13.2*.

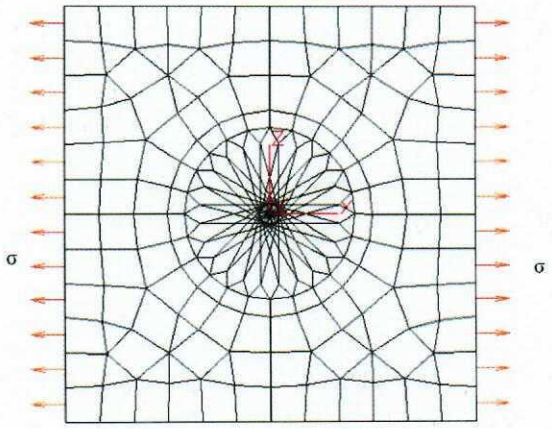


Fig. 13.2. Geometria modelului – plan general

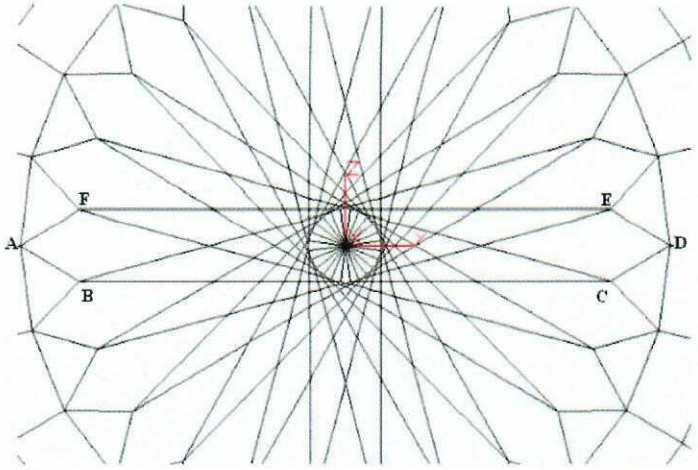


Fig. 13.3. Geometria modelului – vedere centrală

In *figura 13.3.* se prezintă partea centrală a rețelei care asigură simetria geometrică, cel puțin în imediata vecinătate a fisurii, în condițiile în care va avea loc o rotire a acesteia din 15^0 în 15^0.

13.3. Modelarea fisurii centrale străpunse

Fisura cu înclinarea de 0^0 se formează prin îndepărtarea elementelor din zona ABCDEFA (*figura 13.3*). In acest fel se obține configurația din *figura 13.4.* Pentru formarea următoarelor fisuri având înclinări de 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0 şi 90^0 se îndepărtează elementele corespunzătoare din partea centrală.

Fisura se practică central, într-o placă de 10 mm grosime supusă solicitării monoaxiale cu tensiunea σ=100 MPa, *figura 13.4.*

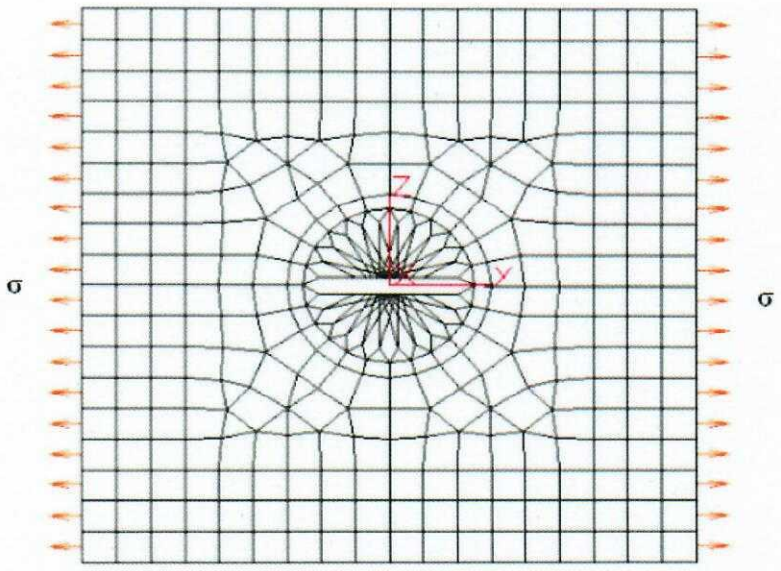


Fig. 13.4. Modelul pentru cazul $\theta=0^0$

13.4. Rezultate obținute

Harta tensiunilor von Mises obținută după procesare pentru cazul $\theta=0^0$ este prezentată în *figura 13.5.* Având în vedere faptul că, atât geometria modelului cât și încărcarea sunt simetrice în raport cu cele două axe din plan și harta tensiunilor trebuie să fie simetrică, observându-se acest lucru în *figura 13.5.* In acest prim caz în care $\theta=0^0$ se constată faptul că tensiunea maximă nu se obține la vârful fisurii. In acest caz solicitarea este în *modul II.*

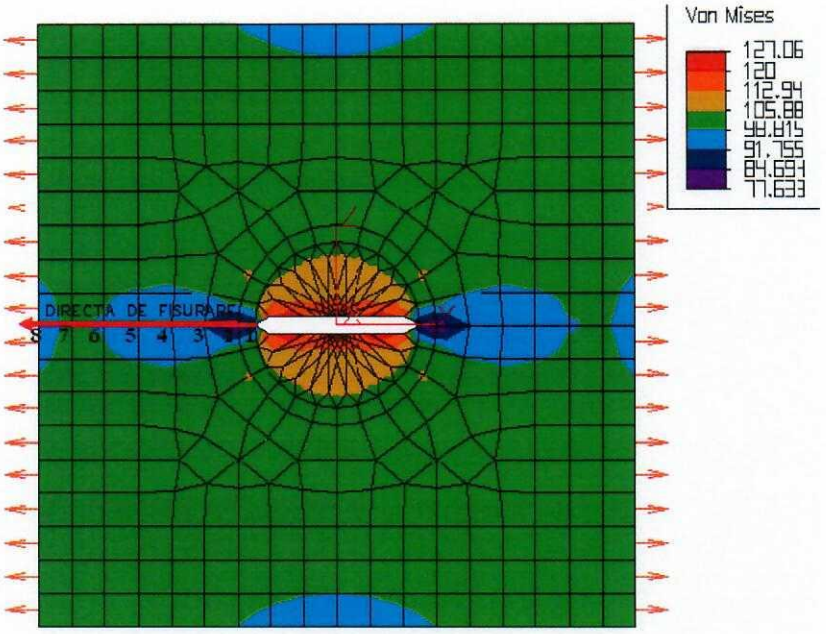


Fig. 13.5. Harta tensiunilor von Mises pentru cazul $\theta=0^0$

Modul mixt de solicitare se obține prin rotirea fisurii în raport cu direcția de solicitare. In *figura 13.6* este prezentat cazul $\theta=45^0$.

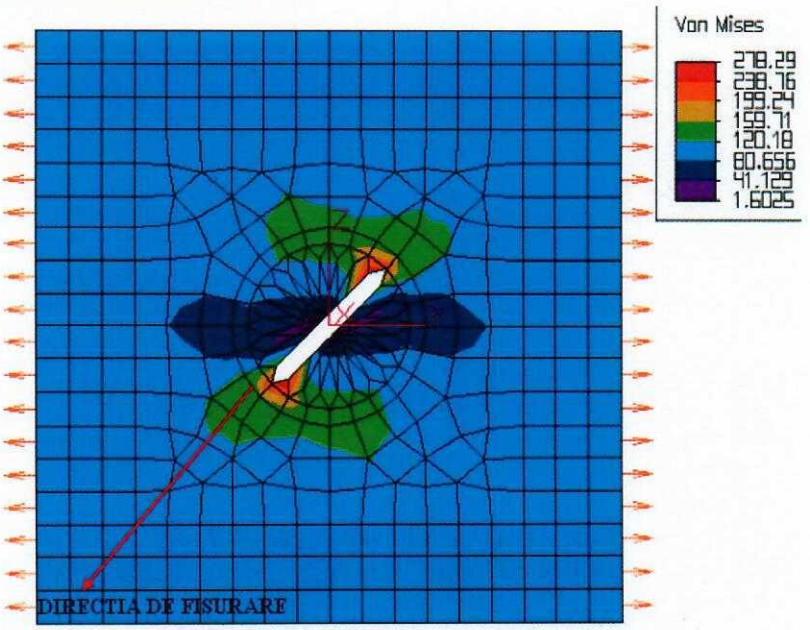


Fig. 13.6. Harta tensiunilor von Mises pentru cazul $\theta=45^0$

Se constată faptul că harta tensiunilor nu mai este simetrică. De asemenea se observă că tensiunea von Mises maximă nu se obţine la vârful fisurii dar se apropie de acesta. In raport cu cazul $\theta=0^0$ se constată că tensiunea von Mises maximă este mult mai mare pentru cazul $\theta=45^0$. In aceste condiţii, se poate concluziona că o poziţionare a fisurii paralelă cu direcţia de solicitare este mai avantajoasă. Acest lucru se constată şi din analiza hărţii tensiunilor pentru cazul $\theta=90^0$, *figura 13.7*. Tensiunea maximă în acest caz este mai mare decât în cazurile $\theta=0^0$ şi $\theta=45^0$. Pentru cazul $\theta=90^0$, în care avem simetrie pentru solicitare şi model, se obţine simetrie şi pentru harta tensiunilor. Aceste tensiuni sunt date în nodurile de pe direcţia fisurii (1÷8), începând de la vârful fisurii, şi pentru unghiurile de înclinare ale acesteia în raport cu solicitarea: $\theta=0^0$, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0 şi 90^0. Nodul 0 este cel în care se înregistrează cea mai mare valoare a tensiunii, şi nu corespunde cu vârful fisurii decât pentru cazurile $\theta=75^0$ şi 90^0.

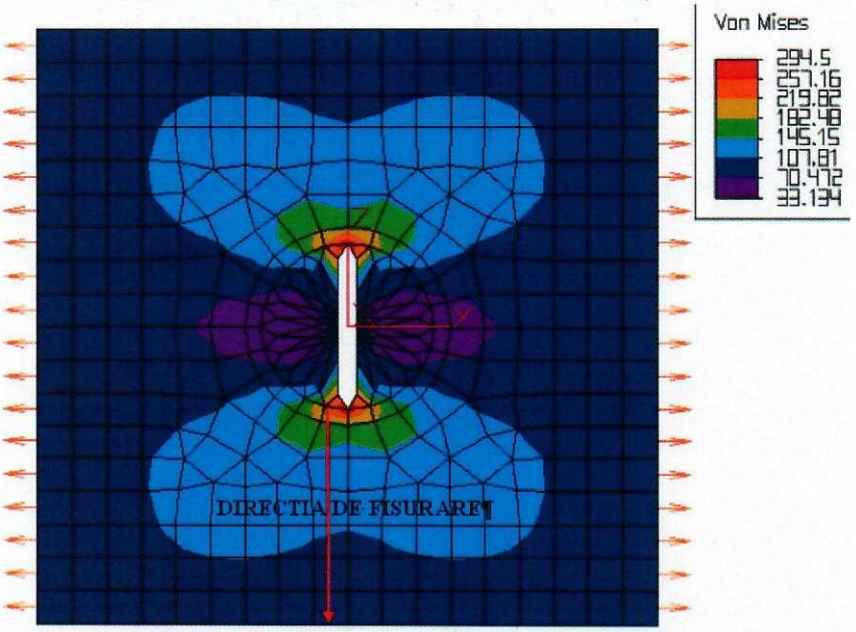


Fig. 13.7. Harta tensiunilor von Mises pentru cazul $\theta=90^0$

In *tabelul 13.2* sunt prezentate următoarele tensiuni:

- σ_{max} – tensiunea maximă – criteriul tensiunilor normale maxime;
- σ_{vM} – tensiunea von Mises;
- σ_{11} – tensiunea principală;
- σ_y şi σ_z – tensiunile pe direcţiile menţionate.

Tab. 13.2. Tensiuni în nodurile de pe direcţia fisurării

θ grade	Nr. nod	σ_{max} [N/mm²]	σ_{vM} [N/mm²]	σ_{11} [N/mm²]	σ_y [N/mm²]	σ_z [N/mm²]
0^0	0	128	127	126	128	3.6
	1	79	85	54	77	-7.5
	2	74	77	69	72	-3.6
	3	90	91	89	90	-1.15
	4	96	96	96	96	-0.37
	5	98	97	98	98	0.26

θ grade	Nr. nod	σ_{max} [N/mm^2]	σ_{vM} [N/mm^2]	σ_{11} [N/mm^2]	σ_y [N/mm^2]	σ_z [N/mm^2]
	6	99.1	98	99	99.1	0.79
	7	99.6	99	50	99.6	1.54
	8	100	98	2	100	2.76
	0	205	201	198	204	15.4
	1	101	110	35	95	-5.6
	2	91	97	70	88	-6.3
	3	99	101	90	98	-3.2
15^0	4	99.6	100	99.4	99.3	-0.7
	5	99.4	99.4	99.4	99.3	0.2
	6	99.6	99.2	99.6	99.6	1
	7	99.8	98.9	50	99.8	1.8
	8	99.9	98.4	3	99.9	3
	0	267	259	259	264	31
	1	158	175	30	141	2.8
	2	129	133	81	127	-6.3
	3	117	121	91	116	-6.6
30^0	4	108	109	107	107	-2.1
	5	102	103	102	102	0.19
	6	101	100	100	101	1.47
	7	100	99	51	100	2.7
	8	100	98	3	100	3.5
	0	288	278	272	275	37
	1	218	231	81	194	23
	2	164	160	98	164	11
	3	132	131	82	132	1.6
45^0	4	115	119	79	114	-7.22
	5	111	112	89	110	-3.34
	6	105	105	105	105	-1.38
	7	102	101	102	102	-0.62
	8	100	100	50	100	-0.5
	0	270	267	235	247	53
	1	267	267	200	238	53
	2	161	167	130	179	42
	3	141	137	89	140	9
60^0	4	118	114	107	118	7
	5	108	105	108	108	5
	6	103	102	103	103	2.7
	7	98	97	98	98	1
	8	92	91	91	91	0.4

θ grade	Nr. nod	σ_{max} [N/mm^2]	σ_{vM} [N/mm^2]	σ_{11} [N/mm^2]	σ_y [N/mm^2]	σ_z [N/mm^2]
75^0	0	298	288	265	266	81
	1	298	288	265	266	81
	2	187	167	155	181	76
	3	138	130	113	137	20
	4	120	115	119	120	12
	5	111	107	110	111	7
	6	105	103	105	105	3
	7	99	98	99	99	1.3
	8	92	91	92	92	0.55
90^0	0	309	294	285	275	93
	1	309	294	285	275	91
	2	192	169	176	182	93
	3	136	123	133	134	35
	4	120	113	120	120	17
	5	112	108	112	112	8
	6	106	104	106	106	4
	7	100	99	100	100	1.4
	8	92	92	92	92	0.56

13.5. Interpretarea rezultatelor

Cu ajutorul datelor din *tabelul 13.1* s-au trasat câteva dependenţe semnificative.

In *figura 13.8* sunt prezentate variaţia tensiunii von Mises (■)şi a tensiunii maxime (♦) la 0 grade în nodurile de pe direcţia fisurii. *Nodul zero* este cel în care s-a consemnat cea mai mare valoare a tensiunii respective. Acest nod *nu coincide*, pentru $\theta=0^0$, cu vârful fisurii. Nodurile de la 1 la 8 sunt pe direcţia lungimii fisurii, direcţie pe care, de obicei, se propagă fisura. Faţă de tensiunea nominală de 100 MPa, pentru cazul $\theta=0^0$ se constată o micşorare a tensiunilor de la vârful fisurii şi din imediata vecinătate a acestuia. Pe măsură ce ne depărtăm de vârful fisurii tensiunea se apropie de valoarea nominală. In *figura 13.9* s-au trasat curbele de variaţie a tensiunii von Mises (■)şi a tensiunii maxime (♦) (*valori maxime)* funcţie de înclinarea fisurii în raport cu direcţia de solicitare. Se constată o creştere a valorilor tensiunii maxime odată cu înclinarea fisurii de la $\theta=0^0$ la θ-90^0. Totuşi, la unghiul $\theta=60^0$ se observă o valoare mai mică a tensiunilor maxime în raport cu unghiurile vecine, respectiv $\theta=45^0$ şi $\theta=75^0$. Ca urmare, înclinarea de 60^0 a fisurii în raport cu direcţia de solicitare pare mai favorabilă decât înclinările de 45^0 şi 60^0. In acest context, se face observaţia că vom folosi unghiul de 60^0 pentru determinarea direcţiei de propagare a fisurii în modul mixt de solicitare.

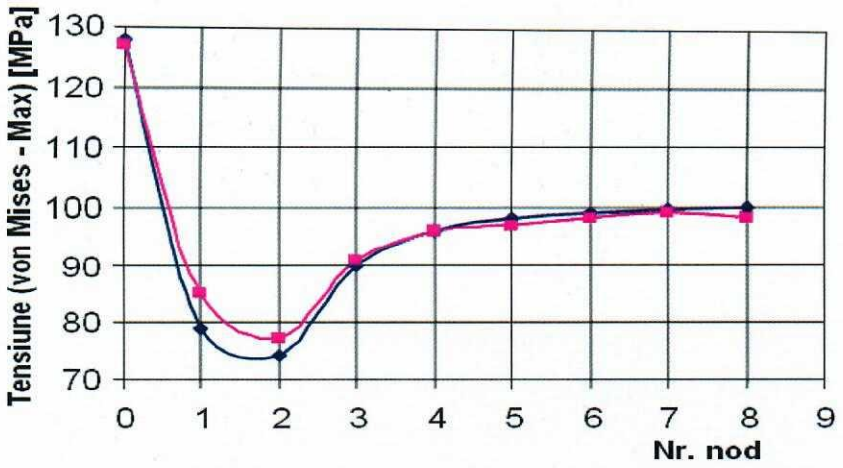


Fig. 13.8. Variaţia tensiunii von Mises (■)
şi a tensiunii maxime (♦) la 0 grade pe direcţia fisurii

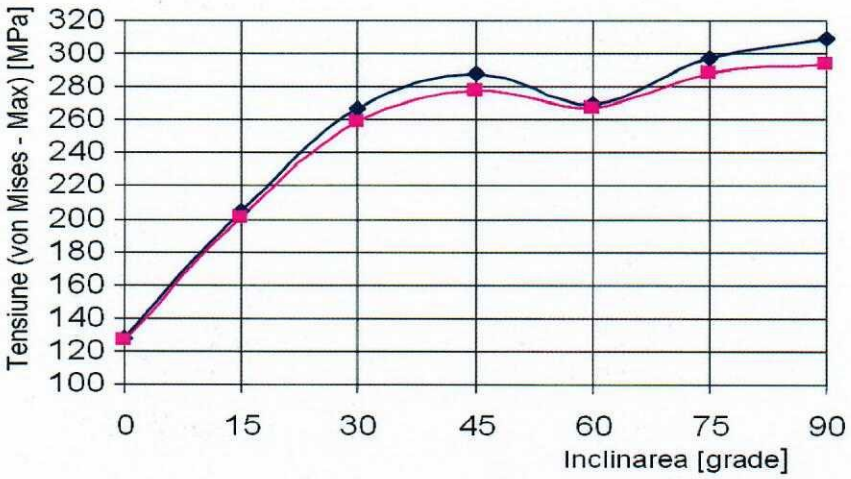


Fig. 13.9. Variaţia tensiunii von Mises în raport cu înclinarea fisurii

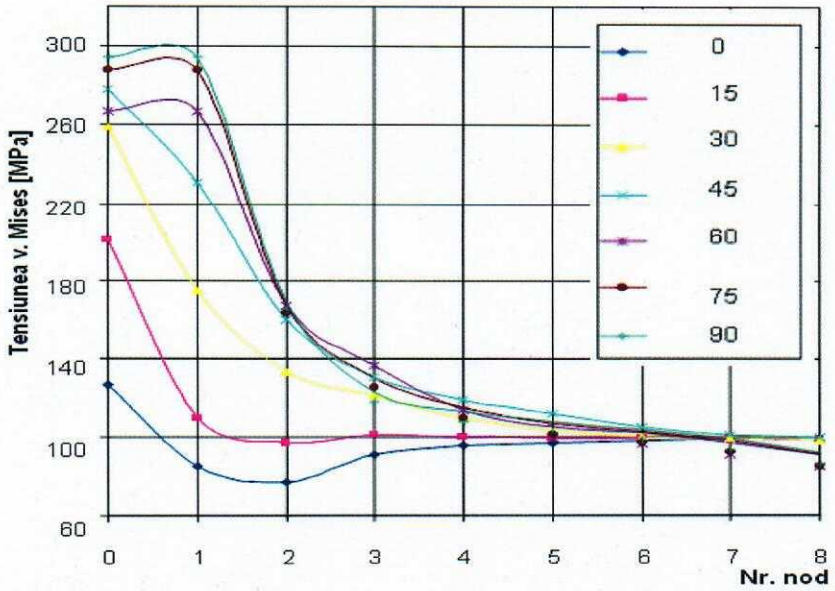


Fig. 13.10. Variaţia tensiunii von Mises pe direcţia fisurii şi în funcţie de înclinarea θ a acesteia

In *figura 13.10* s-au trasat curbele de variaţie a tensiunii von Mises pe direcţia de fisurare (nodurile 1÷8) şi pentru unghiurile: $\theta=0^0$, 15^0, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0 şi 90^0. Se constată că, pentru cazurile $\theta=0^0$ şi 15^0, tensiunile sunt mai mici sau se păstrează în jurul tensiunii nominale de 100 MPa (în afara valorilor maxime). Pentru următoarele înclinări ale fisurii, respectiv pentru $\theta= 30^0$, 45^0, 60^0, 75^0 şi 90^0, în raport cu direcţia de solicitare, tensiunea din imediata vecinătate a vârfului fisurii –nodul 1- creşte semnificativ, *figura 13.11*. Pentru cazurile $\theta=0^0$, 15^0, 30^0 şi 45^0, valorile maxime ale tensiunii von Mises nu se înregistrează la vârful fisurii (nodul 1). Pentru aceste cazuri, nodul zero în care se înregistrează valoarea maximă a tensiunii este diferit de nodul 1 (vârful fisurii). Pentru cazurile $\theta= 60^0$, 75^0 şi 90^0 valoarea maximă a tensiunii von Mises se înregistrează chiar la vârful fisurii.

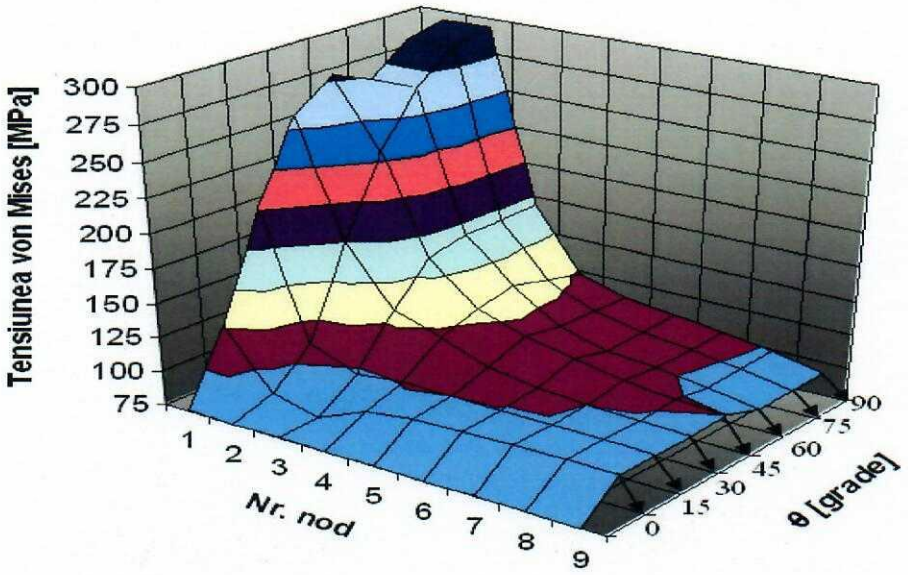


Fig. 13.11. Variaţia tensiunii von Mises pe direcţia fisurii şi în funcţie de înclinarea θ a acesteia - vedere tridimensională -

Dacă se analizează curbele de variaţie pentru cazurile $\theta= 45^0$ şi 60^0 se constată următoarele:

- pentru $\theta= 45^0$, valoarea maximă a tensiunii von Mises nu se înregistrează la vârful fisurii (nodul 1);
- pentru $\theta= 60^0$, valoarea maximă a tensiunii von Mises se înregistrează la vârful fisurii: nodul 0 coincide cu nodul 1;
- pentru ambele cazuri se produce o scădere bruscă a tensiunii din nodul 2, imediat apropiat vârfului fisurii;
- pentru $\theta= 60^0$, valoarea maximă a tensiunii von Mises este mai mică decât valoarea maximă a tensiunii von Mises pentru $\theta= 45^0$.

13.6. Analiza propagării fisurii în modul mixt de solicitare

Pentru a analiza direcţia în care se poate propaga fisura ca urmare a solicitării în modul mixt, s-a ales înclinarea $\theta=60^0$ în raport cu direcţia încărcării.

Modelul reţelei este cel prezentat în planul general din *figura 13.12* şi în vedere centrală în *figura 13.13.*

Modelarea propagării fisurii va cuprinde câteva etape.

1. Se procesează modelul prezentat în *figura 13.12* căruia i se aplică tensiunea monoaxială de 100 MPa. Rezultatul procesării este prezentat prin harta de tensiuni von Mises din *figura 13.13.*
2. Se înregistrează nodul în care valoarea tensiunii este maximă. Se presupune că legăturile aferente acelui nod se rup şi ca urmare se formează o altă configuraţie a modelului la vârful fisur13.
3. Se îndepărtează legăturile aferente nodului în care se înregistrează valoarea maximă a tensiunii şi se reconstruieşte reţeaua de la vârful fisurii ţinând cont de compatibilitatea între elementele reţelei.
4. Modelul astfel obţinut se procesează după care urmează etapele începând de la punctul 1.

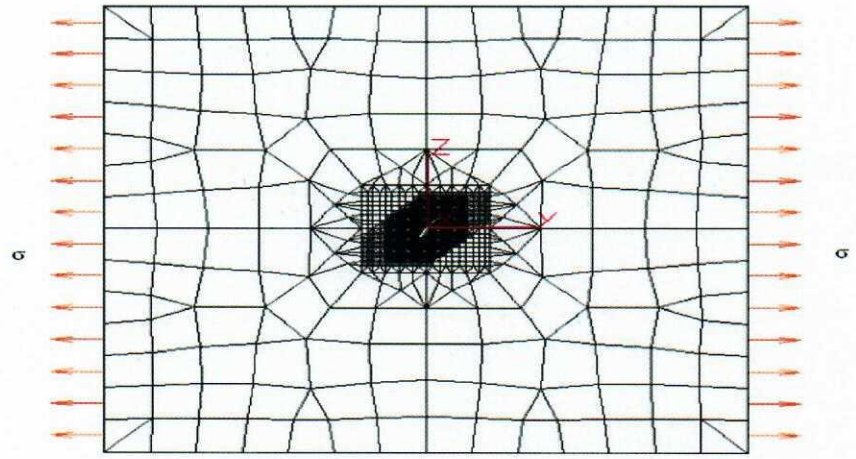


Fig. 13.12. Geometria reţelei – vedere generală

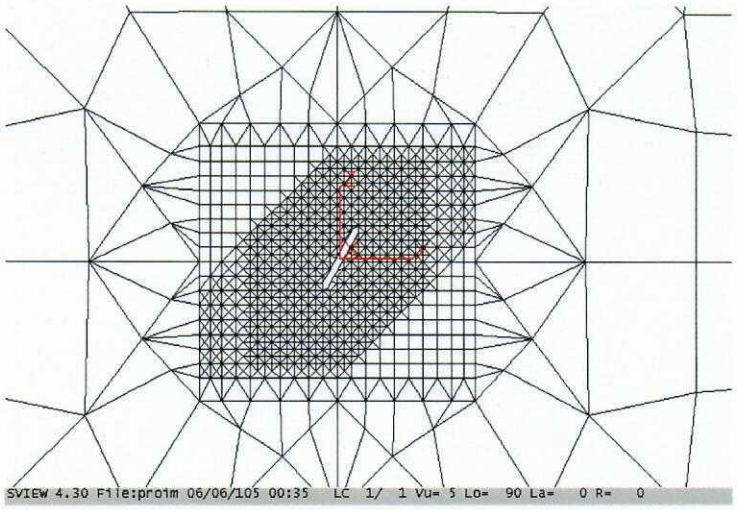


Fig. 13.13. Geometria reţelei – vedere centrală

Se constată faptul că reţeaua este destul de densă în apropierea vârfului fisurii pentru a se putea avansa cu paşi cât mai mici în vederea fisurării şi a avea erori cât mai mici, din acest

punct de vedere. In *figura 13.13* se prezintă geometria modelului cu fisură obţinut după mai multe etape de lucru. Se constată faptul că direcţia de fisurare este diferită de direcţia lungimii fisurii. Modelul prezentat în *figura 13.13* este pregătit pentru o nouă procesare. Nodul în care s-a înregistrat valoarea maximă a tensiunii von Mises a fost îndepărtat (zona cu roşu intens) şi ca urmare s-a reconfigurat reţeaua în vederea unei noi procesări. Se constată faptul că pe măsură ce fisura avansează, valoarea maximă a tensiunii creşte: de la 307 MPa la 313 MPa, *figura 13.14* şi *figura 13.15*.

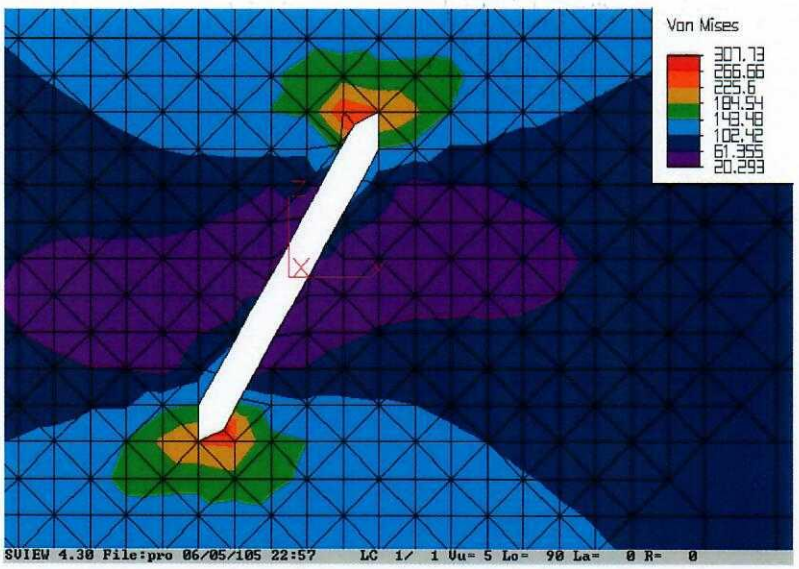


Fig. 13.14. Harta tensiunilor von Mises la fisura iniţială

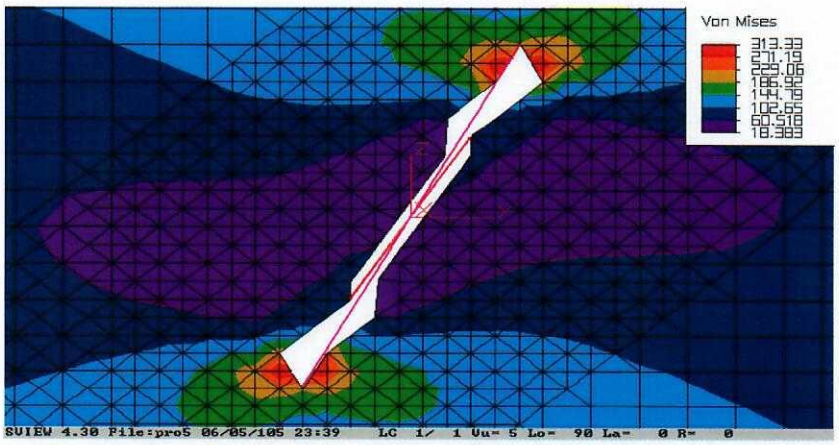


Fig. 13.15. Harta tensiunilor von Mises la propagarea fisurii şi direcţia de propagare a fisurii

13.7. Modul mixt de solicitare şi introducerea unei particule de incluziune

Se încearcă să se determine efectul pe care îl poate avea asupra propagării fisurii, introducerea unei particule de incluziune, în imediata vecinătate a vârfului fisurii şi pe direcţia propagării acesteia, *figura 13.16*.

Mai întâi se modelează introducerea unei particule de incluziune dure căruia i se atribuie următoarele constante elastice:

- $E=2,8 \cdot 10^5$ N/mm^2
- $\nu=0,3$

Apoi se modelează introducerea unei particule de incluziune mai moale căruia i se atribuie următoarele constante elastice:

- $E=2 \cdot 10^5$ N/mm^2
- $\nu=0,25$

Valorile tensiunii von Mises pe direcţia de fisurare în cazurile fără particulă de incluziune şi cu particulă dură şi moale sunt date în *tabelul 13.3.*

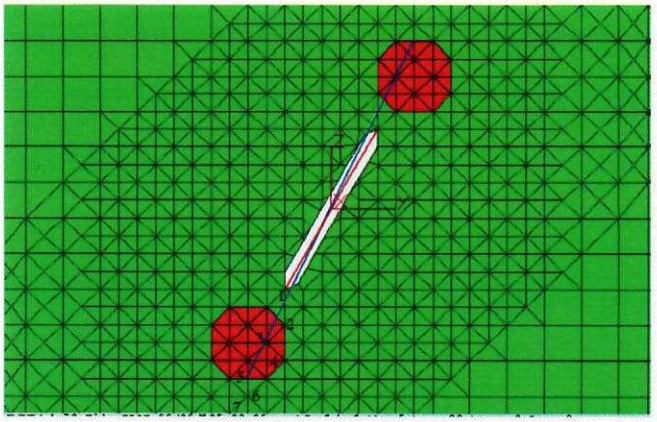


Fig. 13.16. Particulă de incluziune în imediata vecinătate a unei fisuri

Tab. 13.3. Caracteristici de material

Nr. nod	Tensiunea von Mises [MPa]		
	Material de bază	Incluziune dură	Incluziune moale
0 (MAX)	308	298	313
1	230	225	234
2	153	154	153
3	134	149	126
4	124	136	117
5	117	123	114
6	114	113	114
7	111	109	112

In *figurile 13.17 şi 13.18* sunt trasate graficele de variaţie ale tensiunilor pe direcţia de fisurare, pentru cele trei cazuri prezentate: fără incluziune, cu incluziune dură şi cu incluziune moale. In aceste grafice nodul 0 este cel în care s-a găsit valoarea maximă a tensiunii. Acest nod nu corespunde cu vârful fisurii – nodul 1. Se constată o diferenţiere a valorilor maxime ale tensiunii – nodul 0 – pentru cele trei cazuri. Tensiunea cea mai mare se obţine atunci când se introduce o incluziune moale, urmând cazul fără incluziune iar tensiunea cea mai mică se obţine atunci când se introduce o incluziune dură. La vârful fisurii şi în nodul următor în care începe particula de incluziune nu se constată diferenţieri semnificative ale tensiunilor. In schimb, în zona particulei de incluziune se constată faptul că tensiunile cele mai mari se obţin

pentru particula de incluziune dură, urmând, ca şi la valorile maxime, cazul fără incluziune iar tensiunile cele mai mici se obţin în cazul introducerii particulei de incluziune mai moale.

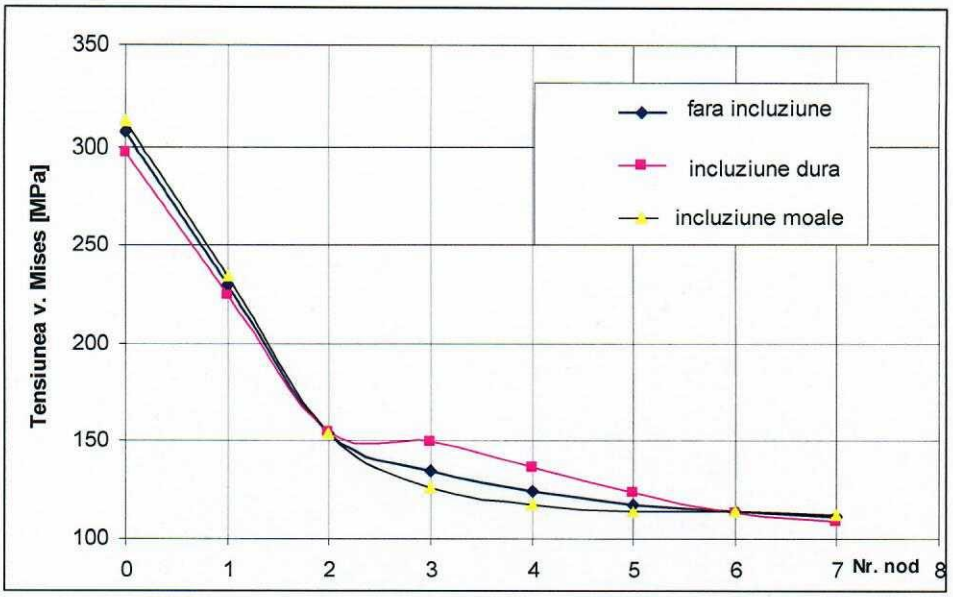


Fig. 13.17. Variaţia tensiunilor von Mises pe direcţia de fisurare

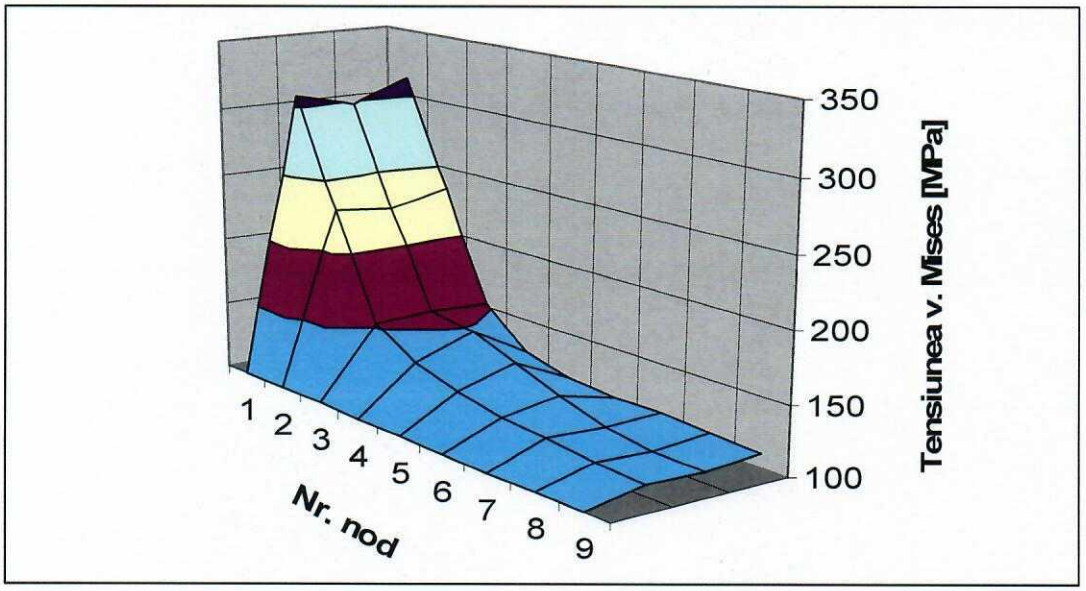


Fig. 13.18. Variaţia tensiunilor von Mises pe direcţia de fisurare
- vedere tridimensională -

BIBLIOGRAFIE

[1] T.H. Gavignan, R.A. Queeney, Theoretical Fracture Resistance of Particle-Hardened Brittle Solids, Fracture Mechanics. Theory and analysis, pg. I.84-I.95, 1993.

[2] T.H. Gavignan, J. Steele, Applied Finite Element Modelling Practical Problem Solving for Engineers, Ed. Marcel Decker, New York, 1989.

[3] V. Goanță, O. Ciobanu, Evaluarea tensiunii critice de fisurare prin MEF pentru un material fragil ce conține particule dispersate dure, Simpozionul Național de Mecanica ruperii, vol. I, Ploiești, pg. 49-54, 1995.

[4] S.F. Hoysan, On the variability of Fracture Thougness, International Journal of Fracture, vol. 60, pg. R43, 1993.

[5] A.R. Ingraffea, D.F. Blandford, Automatic Modelling of Mixed-Mod Fatigue and Quasi-Static Crack Propagation Using the Boundary Element Method Fracture Mechanics, 4-th Symposium ASTM 791, 1983.

[6] G. Laird, J. Epstein, Fracture Mechanics and Finite Element Analysis, Mechanical Engineering, pg. 69-73, nov. 1992.

[7] J.C. Lewis, Fracture Mechanics: Theory and Analysis, Los Angeles, USA, 1981.

[8] I.S. Raju, J.C. Newman, Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates, In: Engineering Fracture Mechanics, vol. 7, pg. 593-595, 1985.